

# Wirkungsnetze dynamischer Systeme

Wolfgang Eiden, Markus Heidenreich

Universität Kaiserslautern

Die Elemente eines Systems müssen miteinander "kommunizieren", sie müssen gesetzmäßige Beziehungen zueinander entwickeln - und diese Notwendigkeit der Kommunikation ist eine fundamentale, gleich wichtig für physikalische, biologische oder soziologische Systeme. Ohne Kommunikation keine Ordnung, ohne Ordnung keine Ganzheit.

Wolfgang Wieser

## §1: Einführung

Seit je her haben sich die Menschen in stärkerem Maße mehr für ihre Zukunft interessiert, als für die Vergangenheit. Während sie beim Erforschen der Vergangenheit auf alte Überlieferungen, Funde und Tatsachen zurückgreifen können, bleiben ihnen bei der Vorhersage der Zukunft nur Erwartungen, Vermutungen und mehr oder weniger zutreffende Prognosen. Die Unzulänglichkeit dieser Prognosen liegt hauptsächlich darin begründet, dass die Verhältnisse in der Wirklichkeit oftmals vielschichtiger und komplexer sind als wir zunächst meistens annehmen. Betrachten wir beispielsweise die Bevölkerungsentwicklung auf der Erde: Berücksichtigen wir verschiedene Faktoren, wie Lebenserwartung, Geburten und Umweltbelastung, so gelangen wir relativ schnell zu einem komplexen, aber dennoch sehr interessanten Modell, welches in der Simulation teilweise zu überraschenden Erkenntnissen führt.

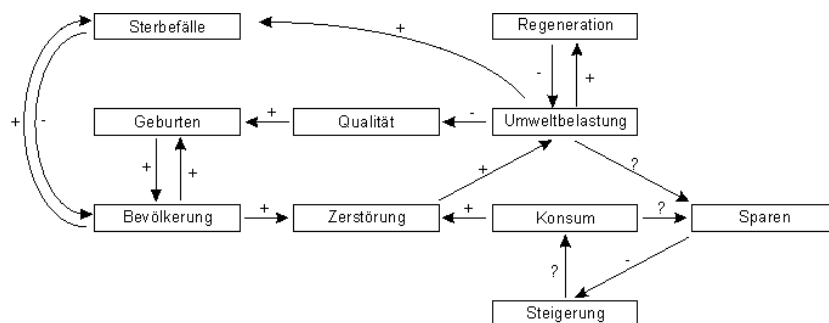


Abbildung 1: Modellierung einer Miniwelt (Wirkungsdiagramm)

Bei Modellen handelt es sich um eine - gegebenenfalls eingeschränkte - Sicht auf die betrachteten Systeme. Ändern sich während der (Simulations-)zeit Größen, die einen Einfluß auf das System haben, so spricht man von dynamischen Systemen. Diese finden wir auf natürliche Weise in vielen Bereichen, wie beispielsweise in den Fachdisziplinen Biologie, Chemie, Geographie, Informatik, Physik, Sozial- und Wirtschaftswissenschaften: Exemplarisch seien ökologische Systeme, Reaktionskinetiken, Wachstumsprozesse und gekoppelte Pendelbewegungen genannt. Aufgrund der vernetzten Strukturen und Wirkungszusammenhänge werden die zugrundeliegenden mathematischen Modelle meist sehr komplex und erfordern ein hohes mathematisches Verständnis und Geschick. Bei Verwendung von spezieller Software, den praxisorientierten graphischen Modellbildungswerkzeugen (wie beispielsweise DYNASYS, MODUS oder STELLA) können jedoch auch ohne tiefgehende mathematische oder informatorische Fachkenntnisse komplexe Wirkungsnetze dynamischer Systeme interaktiv erstellt werden. Als Beispiel wollen wir schrittweise das Modell einer Miniwelt entwerfen und Aussagen bezüglich ihrer Bevölkerungsentwicklung treffen. Wir hoffen dabei natürlich, dass wir bei einer geeigneten Modellierung möglichst viele Aussagen auch auf unsere Welt übertragen können.

## §2: Beispiele für die Modellierung einer Miniwelt

Im Jahre 1920 wurde von R. Pearl und L.Reed in *Proceedings of the National Academy of Science* die Formel<sup>1</sup>

$$N = \frac{210}{1 + 51,5e^{-0,03t}}$$

zur Vorhersage der Bevölkerungszahl der USA entwickelt. Obwohl solche Berechnungsformeln sicherlich zunächst ganz nett anzusehen sind, erwecken diese auch schnell den Eindruck einer gewissen Willkür und erlauben kaum Möglichkeiten der Interpretation. Bei der Angabe dieser Formel ist man offensichtlich von der zweifelhaften Annahme ausgegangen, dass die Bevölkerungszahl nur von der Zeit abhängt, niemals rückläufig wird und

<sup>1</sup> e ist die Eulersche Konstante; Sie hat näherungsweise einen Wert von 2,7183.

irgendwann eine feste obere Grenze erreicht<sup>2</sup>. Desweiteren finden wichtige äußere Einflüsse (wie beispielsweise Umweltbelastungen) keine Berücksichtigung. Daher wollen wir zur Entwicklung unseres Modelles einen anderen Weg beschreiten und überlegen uns zunächst, welche Einflüsse und Faktoren (im folgenden Größen genannt) wir berücksichtigen wollen und wie diese zusammenhängen.

## 2.1. Ausgangssituation

Wir wollen für unser Modell von folgenden Annahmen ausgehen:

- Die Bevölkerungsentwicklung ist abhängig von der aktuellen Bevölkerungszahl, der Anzahl der Geburten und der Anzahl der Sterbefälle.
- Die Anzahl der Sterbefälle ist sowohl von der Bevölkerungszahl, als auch von der Umweltbelastung abhängig.
- Die Anzahl der Geburten ist abhängig von der aktuellen Bevölkerungszahl und der Lebensqualität.
- Die Lebensqualität ist umgekehrt proportional zur Umweltbelastung (je größer die Umweltbelastung, desto kleiner ist die zu erwartende Lebensqualität und umgekehrt).
- Die Entwicklung der Umweltbelastung ist abhängig von der jeweils aktuellen Umweltbelastung, dem Maße der Umweltzerstörung und der Regenerationsfähigkeit der Umwelt. Hierbei ist die Regenerationsfähigkeit aber auch abhängig von der Umweltbelastung.
- Sowohl eine zunehmende Bevölkerungszahl, als auch eine zunehmende Konsumierungsrate bedeuten eine Belastung für die Umwelt.
- Die Entwicklung des Konsums ist sowohl vom aktuellen Konsum, als auch von dessen Steigerung abhängig.
- Die Steigerung des Konsums ist abhängig vom aktuellen Konsum, der Umweltbelastung und damit auch davon, ob die Bevölkerung Sparmaßnahmen ergreift. Dies wird im geschilderten Zusammenhang aber wohl nur im Falle einer hohen Umweltbelastung bei gleichzeitig hohem Konsum der Fall sein.

Sicherlich gibt es, wenn wir ein möglichst realitätsnahes Modell entwickeln wollen, noch eine Reihe weiterer Faktoren die wir streng genommen berücksichtigen müßten. Wir werden uns an dieser Stelle allerdings auf die angegebenen Annahmen beschränken.

## 2.2. Modellierung

Basierend auf der geschilderten Ausgangssituation wollen wir nun versuchen, das Wirkungsnetz des dynamischen Systemes (und damit den Vorgang) möglichst gut zu beschreiben. Dazu müssen wir im ersten Schritt zunächst die wesentlichen Größen herausstellen:

Bevölkerung, Umweltbelastung, Konsum, Geburten, Sterbefälle, Zerstörung, Regeneration, Steigerung, Qualität, Sparen

und dann die Zusammenhänge genauer erkennen:

- Je größer die Differenz zwischen Geburten und Sterberate ist, desto größer ist der Bevölkerungszuwachs.
- Je größer die Differenz zwischen (Umwelt-) Zerstörung und Regeneration ist, desto größer ist die Umweltbelastung.
- Je größer die (Konsum)-Steigerung, desto größer wird der Konsum.
- Je größer die Bevölkerung und die (Lebens-) Qualität ist, desto größer ist die Geburtenrate.
- Je größer die Bevölkerung und die Umweltbelastung ist, desto größer ist die Sterberate.
- Je größer die Bevölkerung und der Konsum ist, desto größer ist die (Umwelt-) Zerstörung.
- Je größer die Umweltbelastung ist, desto kleiner ist die Lebensqualität.
- Das Verhältnis zwischen Regeneration und Umweltbelastung ist in etwa konstant.
- Falls keine Sparmaßnahmen ergriffen wurden, ist bei größerem Konsum auch eine größere Konsumsteigerung zu erwarten. Wurden allerdings Sparmaßnahmen ergriffen, so geht der Konsum zurück (die Konsumsteigerung wird in diesem Fall also mathematisch gesehen negativ).

---

<sup>2</sup> Für große  $t$  strebt der Wert dieser Formel gegen 210.

Vor der Benutzung einer Modellierungssoftware empfiehlt sich zunächst die Erstellung eines Wirkungsdiagrammes (das zu unserem Modell zugehörige Wirkungsdiagramm findet sich in *Abbildung 1*). Durch diese graphische Darstellung können die verstärkenden und hemmenden Wirkungen zwischen den einzelnen Größen veranschaulicht und Rückkopplungskreise untersucht werden. Auf Grundlage des bisherigen Informationsstandes können wir nun zur Modellierung und schließlich zur Simulation unseres Wirkungsnetz unter Zuhilfenahme eines Modellbildungswerkzeuges schreiten. Dazu erzeugen wir mit der Software zunächst ein Flüssediagramm.

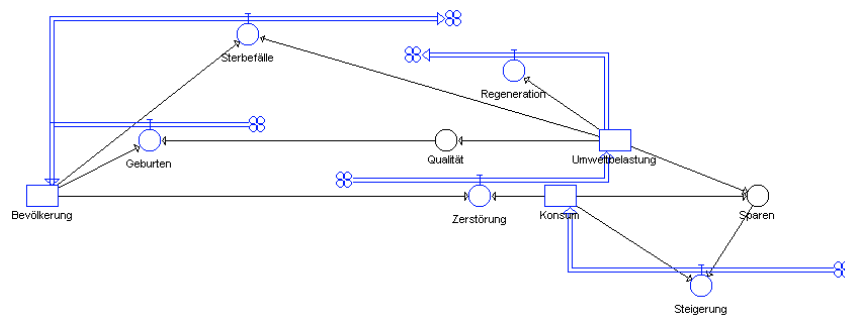


Abbildung 2: Flüssediagramm

Dieser Vorgang gestaltet sich aufgrund des bereits entworfenen Wirkungsdiagrammes und der genaueren Situationsbeschreibung im allgemeinen dann recht einfach, sobald einem die Unterscheidung der verschiedenen Größen in Bestandsgrößen (Zustandsgrößen), zugehörigen Änderungsraten, Parameter und Hilfsgrößen (beispielsweise Konstanten) gelingt. In unserem konkreten Beispiel können wir folgende Modellgrößen unterscheiden:

*Zustandsgrößen:*

Bevölkerung, Konsum, Umweltbelastung

*Zustandsänderungen (Änderungsraten):*

Geburten, Regeneration, Steigerung, Sterbefälle, Zerstückung

*Hilfsgrößen:*

Qualität, Sparen

Bevor wir jedoch ein mögliches Szenario modellieren können, müssen wir dem Modellbildungssystem allerdings noch die erarbeiteten Zusammenhänge zwischen den einzelnen Größen mitteilen. Dies könnte beispielsweise folgendermaßen aussehen<sup>3</sup>:

$$\begin{aligned} \text{Geburten} &= K1 * \text{Bevölkerung} * \text{Qualität} \\ \text{Sterbefälle} &= K2 * \text{Bevölkerung} * \text{Umweltbelastung} \\ \text{Zerstörung} &= K3 * \text{Konsum} * \text{Bevölkerung} \\ \text{Regeneration} &= K4 * \text{Umweltbelastung} \\ \text{Steigerung} &= K5 * \text{Konsum} * (-\text{Sparen}) \\ \text{Qualität} &= 1 / \text{Umweltbelastung} \\ \text{Sparen} &= (K6 * \text{Konsum} * \text{Umweltbelastung}) - K7 \end{aligned}$$

$$\text{Wachstum der Bevölkerung} = \text{Geburten} - \text{Sterbefälle}$$

$$\text{Wachstum der Umweltbelastung} = \text{Zerstörung} - \text{Regeneration}$$

$$\text{Wachstum des Konsums} = \text{Steigerung}$$

Mit Hilfe des Modellbildungssystems können wir nun nach Wahl des Szenarios (Startwerte und Parameter / Konstanten) und des Simulationszeitraumes die Simulation starten. Für unsere Miniwelt erhalten wir beispielsweise folgende Bevölkerungsentwicklung:

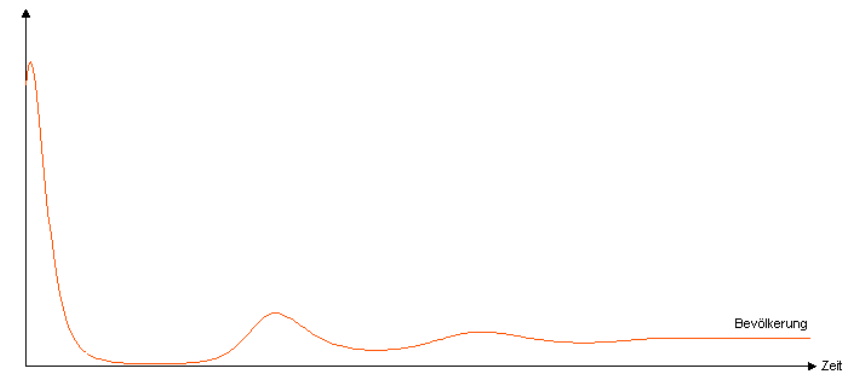


Abbildung 3: Bevölkerungsentwicklung unserer Miniwelt

Die Ergebnisse unserer Simulation stimmen äußerst nachdenklich: Wie wir aus der

<sup>3</sup> Hierbei sind  $K1, \dots, K7$  Konstanten, die als Simulationsparameter verändert werden können.

graphischen Darstellung entnehmen können, wird in unserer Miniwelt nach einer gewissen Zeit ein sehr starker Bevölkerungsrückgang eintreten. Nach Erreichung eines Tiefpunktes und einem anschließenden Stabilisierungsprozess, stellt sich in unserem Modell nach einer gewissen Simulationszeit ein Gleichgewichtszustand ein. Um herauszufinden, womit der Bevölkerungsrückgang zusammenhängt, lassen wir uns einmal die zeitliche Entwicklung der Kerngrößen gegeneinander abtragen:

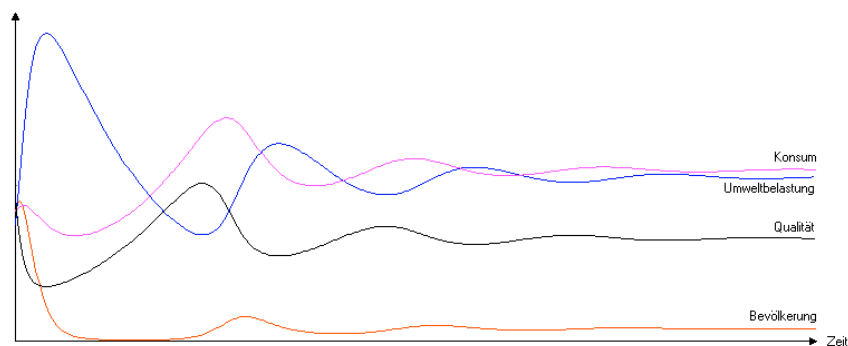


Abbildung 4: Zeitliche Entwicklung der Kerngrößen unserer Miniwelt

Der Bevölkerungsrückgang unserer Miniwelt wird also demnach durch eine ökologische Wende hervorgerufen. Hieraus stellt sich fast zwangsläufig die Frage, inwieweit diese Ergebnisse auch auf unsere reale Welt übertragen werden können und welche Konsequenzen wir daraus ziehen müßten. Um keine apokalyptische Stimmung zu verbreiten, wollen wir an dieser Stelle mit unserem konkreten Beispiel enden und die Übertragbarkeit unter allgemeineren Aspekten der Modellbildung und Simulation betrachten.

### §3: Aspekte der Modellbildung und Simulation

Mit Hilfe der Modellbildungswerkzeugen können auch komplexere Wirkungszusammenhänge erfasst werden und die zugehörigen dynamischen Vorgänge auf einfache Art und Weise simuliert und graphisch veranschaulicht werden. Hieraus ergeben sich eine Reihe von Vorteilen, wie beispielsweise in der Möglichkeit Abläufe innerhalb eines Systems zu veranschaulichen (Beschreibungsmodelle), fassbar und begründbar zu machen (Erklärungsmodelle) oder potentielle zukünftige

Entwicklungen vorherzusagen und so Grundlagen für notwendige Entscheidungen zu erhalten (Entscheidungsmodelle).

Wir wissen allerdings immer berücksichtigen, dass bei einer Modellierung auch unbewusst Fehler auftreten können. Bei einer Interpretation der Ergebnisse sehen wir uns also immer gewissen Gefahren ausgeliefert. Gefahren bestehen beispielsweise darin Modelle ohne Rücksicht auf die beim Modellbildungsprozess unvermeidlich begangenen Fehler mit der Realität gleichzusetzen (Denkfehler), Simulationsergebnisse als zukünftige Realität, statt als eventuell gravierend fehlerhafte Rechenergebnisse anzusehen (Verfahrens- und Rechenfehler) und einer in diesem Sinne falschen Computergläubigkeit zu verfallen, die sachgerechte Beurteilungen und Entscheidungen eher gefährden kann, statt sie zu unterstützen (Realitätsverlust). Durch die transparente Modellierung wird deutlich, dass Rechenergebnisse in ihrer Tragweite begrenzt sind - eine Erkenntnis, die den verantwortungsbewussten Umgang mit Ergebnissen erst möglich macht. Daher haben Modellbildungsprozesse und Simulationsergebnisse keine Beweiskraft, sondern allenfalls eine gewisse Plausibilität, deren Stärke durch möglichst unvoreingenommene und sorgfältige Fehlerabschätzungen geprüft werden muss.

#### Literatur:

- [1] Eiden W., Heidenreich M.: *Modellierung und Simulation dynamischer Systeme*<sup>4</sup>. Universität Kaiserslautern, 1999
- [2] Koller D.: *Simulation dynamischer Vorgänge*. Ernst Klett Schulbuchverlag, 1995. ISBN 3-12-731348-9
- [3] Pickover C.: *Die Mathematik und das Göttliche*. Spektrum Akademischer Verlag, 1999. ISBN 3-82-740372-3

<sup>4</sup> Die elektronische Fassung dieser Arbeit wird vom Dokumentenserver KLUEDO der Universität Kaiserslautern bereitgestellt. (<http://kluedo.ub.uni-kl.de>).