

## Potentialanalyse eines nichtinvasiven Sensorkonzepts zur Füllstandüberwachung bei mobilen Schüttgutsilos

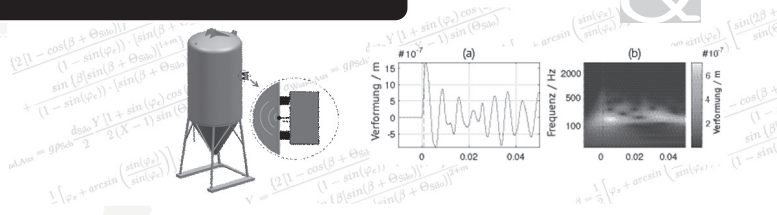
Berichte aus dem Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik  
Band 12

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Jörg Seewig



Paaranan Sivasothy

mts



## Potentialanalyse eines nichtinvasiven Sensorkonzepts zur Füllstandüberwachung bei mobilen Schüttgutsilos

Berichte aus dem Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik  
Band 12

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Jörg Seewig

### **Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Berichte aus dem Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik - Band 12

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Jörg Seewig  
Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik  
Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik  
Technische Universität Kaiserslautern  
Gottlieb-Daimler-Straße  
67663 Kaiserslautern

Verfasser: Paaranan Sivasothy  
Verlag: Technische Universität Kaiserslautern

Druck: Technische Universität Kaiserslautern  
Hauptabteilung 5 | Abteilung 5.6 Foto-Repro-Druck  
  
D-386

© Paaranan Sivasothy · Kaiserslautern 2021

Alle Rechte vorbehalten, auch das des auszugsweisen Nachdrucks, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe (Photographie, Mikroskopie), der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und das der Übersetzung.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISSN 2365-9742  
ISBN 978-3-95974-160-6

# Potentialanalyse eines nichtinvasiven Sensorkonzepts zur Füllstandüberwachung bei mobilen Schüttgutsilos

Vom Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik  
der Technischen Universität Kaiserslautern  
zur Verleihung des akademischen Grades

**Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)**

genehmigte

**Dissertation**

von

**Dipl.-Ing. Paaranan Sivasothy**

aus Quierschied

Kaiserslautern 2020  
D386

Dekan:  
Vorsitzender:  
Berichterstatter:

Tag der mündlichen Prüfung:

Prof. Dr.-Ing. Beck  
Prof. Dr.-Ing. Martin Böhle  
Prof. Dr.-Ing. Jörg Seewig  
Prof. Dr.-Ing. Sergiy Antonyuk  
28.05.2021



*Für dich, Mama.*

*Danke dafür, dass du deine Heimat und deine Familie lediglich mit zwei Nylontüten für immer verlassen hast, damit wir drei in dem Irrglauben aufwachsen durften, dass eine ausreichende medizinische Versorgung, eine hochwertige Bildung und keine Angst vor dem Krieg zu haben, etwas Selbstverständliches ist.*

*Danke dafür, dass du jahrzehntelang unseren kranken Vater gepflegt und trotzdem deine 60-Stunden-Woche gearbeitet hast, damit wir drei uns heute 1,1-Abiturientin, erfolgreicher Unternehmer und promovierter Ingenieur schimpfen dürfen.*

# Danksagung

Der Begriff „Doktorvater“ kam mir als Student etwas übertrieben und anmaßend vor. Doch während meiner Promotion betreute mich Prof. Dr.-Ing. *Jörg Seewig* nicht nur fachlich: Er lehrte mich mit wissenschaftlichen Rückschlägen umzugehen, sich selbstbewusst Fehler einzugestehen und auch mal Herausforderungen anzunehmen, selbst wenn die Erfolgsaussichten nicht sonderlich gut sind. Vielen Dank, *Jörg*, nicht nur für die fachliche, sondern vor allen Dingen für die menschliche Entwicklung, die du möglich gemacht hast. Einen besseren Doktorvater hätte ich mir nicht wünschen können.

Ebenso danke ich den Kolleg\*innen am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik, insbesondere *Georgis Bulun*, *Bastian Barwick*, *Andrej Keksel* und Prof. Dr.-Ing. *Matthias Eißler*. Viele Abenteuer hätte ich sicherlich gemieden, wenn ich nicht stets auf eure Unterstützung hätte zählen können. Ich danke auch meinen früheren Mentoren Dr.-Ing. *Balázs Magyar*, Jun. Prof. Dr.-Ing. *Manuel Oehler*, Dr.-Ing. *Lukas Anslinger* und Dr.-Ing. *Felix Ströer*. Ohne den Blick hinter die Kulissen der Wissenschaft, den ihr mir ermöglicht habt, wäre eine Promotion für mich als klassisches Arbeiterkind wahrscheinlich nie auf dem Radar erschienen.

Einen ganz besonderen Dank möchte ich an die zahlreichen Studierenden richten, die sowohl durch Abschlussarbeiten als auch hilfswissenschaftliche Tätigkeiten einen wesentlichen Beitrag zu meiner Promotion oder den anderen spannenden Projekten geleistet haben. Namentlich zu erwähnen sind hier insbesondere *Tobias Wille*, *Vitali Rjasanzew*, *Jens Wagener*, *Hüseyin Cavuldak*, *Kirill Skurtul*, *Jonas Flöck*, *Tobias Balz* und *Lukas Maiß*.

Der größte Dank geht natürlich an meine Familie. Ohne die Lehren meines Vaters *Pushparajah* wäre ich nicht der Mensch, der ich heute bin. Ohne den Eifer meiner Mutter *Sivananthini* hätte ich nicht einmal studieren können. Ohne die Liebe meiner Schwester *Sharany* hätte ich einen geringeren Anspruch an mich selbst. Ohne die Schulter meines Bruders *Kevin* wäre ich öfter eingeknickt. Ohne die Fürsorge von *Annika* hätte der achtmonatige, geistige Endschliff-Tunnel einen negativen gesundheitlichen Einfluss gehabt. Vielen Dank, dass ihr mich so nehmt wie ich bin und mich stets unterstützt. Dankbar bin ich natürlich auch *Clara*, meiner treuen, vierbeinigen Gefährtin, die während der gesamten Promotionsdauer zwischen Stöckchenwerfen und Fangspielen keinen Raum für Trübsal gelassen hat.

Darüber hinaus gilt mein Dank selbstverständlich auch den Menschen, die die Promotionsprüfung abgenommen haben. Ich danke Prof. Dr.-Ing. *Martin Böhle*, dass er den Vorsitz des Promotionsverfahren übernommen hat. Ebenso danke ich Prof. Dr.-Ing. *Sergiy Antonyuk* für das Zweitgutachten und die wichtige Expertise, die er aus der Verfahrenstechnik eingebracht hat.

Kaiserslautern, den 21.07.2021

Paaranan Sivasothy



# Kurzzusammenfassung

Gängige Füllstandmesssysteme für mobile Schüttgutsilos werden i. d. R. invasiv an der Innenseite des Behälters angebracht. Hierdurch sind die Sensoren abrasiven Mechanismen und einem entsprechend hohen Verschleiß ausgesetzt. Dies führt zu einer geringen Wirtschaftlichkeit der bisherigen Füllstandüberwachung von mobilen Schüttgutsilos. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Umsetzbarkeit eines alternativen, nichtinvasiven Sensorkonzeptes untersucht, welches auf der Auswertung der füllstandabhängigen Impulsantwort des Silos basiert. Hierzu werden anhand einer analytischen Modellierung des Messsystems die potentiellen Einflussgrößen des Sensorkonzeptes identifiziert. Anschließend werden die potentiellen Einflussgrößen im Rahmen numerischer Untersuchungen (FEM/DEM) näher analysiert und bewertet. Die ermittelten, scheinbar kritischen Einflussgrößen werden weiterhin experimentell untersucht. Es werden zwölf Füllstandkennwerte definiert, anhand derer eine Support Vector Machine trainiert und anschließend zur robusten Ermittlung des Füllstandes verwendet wird.

## Short abstract

Common level measurement systems for mobile bulk material silos are usually invasively attached to the inside of the vessel. As a result, the sensors are exposed to abrasive mechanisms and correspondingly high wear. This leads to a low economic viability of the present level monitoring of mobile bulk solids silos. Within the scope of this thesis, the feasibility of an alternative, non-invasive sensor concept is investigated, which is based on the processing of the level-dependent impulse response of the silo. For this purpose the potential influencing variables of the sensor concept are identified by means of a mathematical modelling of the measuring system. Subsequently, the potential influencing variables are examined and evaluated in detail within the scope of numerical investigations (FEM/DEM). The determined, apparently critical influencing variables are further examined experimentally. Twelve filling level parameters are defined, on the basis of which a Support Vector Machine can be trained and then used for the robust determination of the filling level.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Symbole</b>	<b>IX</b>
I Abkürzungsverzeichnis . . . . .	IX
II Symbolverzeichnis . . . . .	IX
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation . . . . .	1
1.2 Zielstellung . . . . .	3
1.3 Aufbau der Arbeit . . . . .	4
<b>2 Stand der Technik</b>	<b>5</b>
2.1 Stand der Füllstandsensork . . . . .	5
2.2 Schwingungsanalyse . . . . .	14
2.2.1 Fourier-Transformation . . . . .	14
2.2.2 Kurzzeit-Fourier-Transformation . . . . .	16
2.2.3 Wavelet-Transformation . . . . .	18
2.3 Spannungsverteilung in Schüttgutsilos . . . . .	20
2.3.1 Ansatz der Diskreten Elemente Methode . . . . .	26
2.3.2 Ansatz der Kontinuumsmechanik . . . . .	26
2.4 Finite Elemente Methode . . . . .	27
2.5 Diskrete Elemente Methode . . . . .	32
2.6 Support Vector Machine . . . . .	35
<b>3 Arbeitshypothese</b>	<b>41</b>
3.1 Füllstandüberwachung bei mobilen Schüttgutsilos . . . . .	41
3.2 Füllstandsensorkonzept . . . . .	43
3.3 Verfügbarkeitsorientierte Geschäftsmodelle für Schüttgut . . . . .	44
3.4 Übersicht der methodischen Lösungsansätze . . . . .	45
3.4.1 Whitebox-Ansatz . . . . .	45
3.4.2 Greybox-Ansatz . . . . .	46
3.4.3 Blackbox-Ansatz . . . . .	46
<b>4 Whitebox-Ansatz: Analytische Modellierung</b>	<b>49</b>
4.1 Modellierung des Schlagwerks . . . . .	49
4.2 Modellierung des Mikrofons . . . . .	55
4.3 Modellierung des Schüttguts . . . . .	62
4.3.1 Spannung im Zylinder . . . . .	62
4.3.2 Spannung im Trichter während des Füllzustands . . . . .	64
4.3.3 Spannung im Trichter während des Entleerungszustands . . . . .	68
4.4 Modellierung des Luftschalls . . . . .	70
4.5 Modellierung des Körperschalls . . . . .	78
4.6 Fazit des Whitebox-Ansatzes . . . . .	86
<b>5 Greybox-Ansatz: Numerische Simulation</b>	<b>87</b>
5.1 Zielstellung . . . . .	88

5.2	FEM-Simulation des Silobehälters . . . . .	89
5.2.1	Entwicklung des FEM-Modells . . . . .	89
5.2.2	Simulation der Impulsantwort . . . . .	104
5.2.3	Variation der Temperatur . . . . .	108
5.2.4	Variation der Position . . . . .	111
5.2.5	Variation der Anregungsenergie . . . . .	126
5.2.6	Variation der Silogeometrie . . . . .	127
5.3	DEM-Simulation des Schüttgutes . . . . .	138
5.3.1	Entwicklung des DEM-Modells . . . . .	138
5.3.2	Variation des Füllstands . . . . .	141
5.3.3	Variation der Rohdichte des Schüttguts . . . . .	143
5.4	Fazit des Greybox-Ansatzes . . . . .	147
<b>6</b>	<b>Blackbox-Ansatz: Korrelationsanalyse experimenteller Messdaten</b>	<b>149</b>
6.1	Testaufbau . . . . .	150
6.1.1	Testaufbau für Feldtests . . . . .	150
6.1.2	Testaufbau für Laboruntersuchungen . . . . .	152
6.2	Vorverarbeitung der Messdaten . . . . .	153
6.3	Voruntersuchungen . . . . .	158
6.3.1	Variation der Anregungsenergie . . . . .	158
6.3.2	Untersuchung der Fertigungstoleranzen beim Prototypenbau . . . . .	161
6.3.3	Variation der Montageposition . . . . .	164
6.3.4	Untersuchung des inhomogenen Abstrahlverhaltens . . . . .	172
6.4	Variation des Füllstands . . . . .	176
6.4.1	Füllstandabhängige Impulsantworten . . . . .	176
6.4.2	Manuelle Definition potentieller Füllstandkennwerte . . . . .	179
6.5	SVM-basierte Korrelationsanalyse der Füllstandkennwerte . . . . .	187
6.5.1	Füllstandzuordnung für einzelne Füllstandsensoren . . . . .	188
6.5.2	Modellverifikation . . . . .	192
6.5.3	Füllstandzuordnung für einzelne Silos . . . . .	196
6.5.4	Übertragbarkeit zwischen baugleichen, bekannten Silos . . . . .	198
6.5.5	Übertragbarkeit zwischen baugleichen, unbekanntem Silos . . . . .	200
6.5.6	Einfluss der Füllstanddiskretisierung . . . . .	203
6.6	Fazit des Blackbox-Ansatzes . . . . .	206
<b>7</b>	<b>Fazit</b>	<b>209</b>
7.1	Zusammenfassung der Arbeit . . . . .	209
7.2	Ausblick . . . . .	211
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>213</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>249</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>257</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>259</b>

# I Abkürzungsverzeichnis

CWT	:	Kontinuierliche Wavelet-Transformation
DEM	:	Diskrete Elemente Methode
DFT	:	Diskrete Fourier-Transformation
DTFT	:	Diskrete Zeit-Fourier-Transformation
FEM	:	Finite Elemente Methode
FR	:	Fourierreihe
FS	:	Füllstandsensor
FT	:	Fourier-Transformation
RSME	:	Mittleres Abweichungsquadrat
SVR	:	Support Vector Regression
SVM	:	Support Vector Machine
WT	:	Wavelet-Transformation

# II Symbolverzeichnis

## Lateinische Kleinbuchstaben

Symbol	Einheit	Beschreibung
$a$	—	Skalierungsparameter der Waveletfunktion
$b$	—	Verschiebungsparameter der Waveletfunktion
$b_{\text{zyk}}$	—	zyklischer Verfestigungsexponent
$c$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	Schallgeschwindigkeit
$c_{\text{D}}$	—	Duktilitätsexponent
$c_{\text{Kon}}$	$\frac{\text{N}}{\text{m}}$	Kontaktsteifigkeit
$\mathbf{c}$	—	Steifigkeitsmatrix
$\vec{d}$	—	Verschiebungsvektor
$d_{\text{Kon}}$	m	Durchmesser der Kontaktfläche beim Zusammenstoßen zweier Körper
$d_{\text{S}}$	m	Innendurchmesser der Spule
$d_{\text{Silo}}$	m	Außendurchmesser des Siloauslaufsöffnung
$d_{\text{Silo,innen}}$	m	Innendurchmesser des Siloauslaufsöffnung
$e_{\text{Sch-Sch}}$	—	Stoßzahl zwischen Schüttgutpartikeln
$e_{\text{Sch-Silo}}$	—	Stoßzahl zwischen Silo und Schüttgutpartikel
$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$	—	orthogonalen Einheitsvektoren im dreidimensionalen Raum
$f$	Hz	Frequenz
$f(t)$	—	Zuordnungsfunktion
$f_k$	—	zweifach differenzierbare reelle Funktion
$f_i$	Hz	diskrete Frequenz
$f_{\text{max}}$	Hz	höchste zu analysierenden Frequenz
$f_{\text{Sim}}$	Hz	Simulationsfrequenz
$\Delta f$	Hz	Frequenzauflösung

$g$	$\frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$	Gravitationskonstante		
$g_{\text{m}}$	—	Transistorsteilheit	des	Sperrschicht-
		Feldeffekttransistors		
$h$	m	Füllstandhöhe		
$h_{\text{Pos}}$	m	axiale Komponente im Silokoordinatensystem		
$h_{\text{Silo}}$	m	Zylinderhöhe eines Silos		
$h_{\text{Tri}}$	m	Höhe des Trichterelements eines Silos		
$i$	—	imaginäre Einheit		
$k$	—	Laufvariable		
$l$	—	Laufvariable		
$l^2$	—	Norm auf dem Raum quadratsummierbaren Folgen		
$l_0$	m	Länge der Spule		
$m$	—	Laufvariable		
$m_{\text{Bol}}$	kg	Masse des Schlagbolzens		
$m_{\text{ges}}$	kg	Absolutgewicht des Schüttguts		
$m_{\text{P,min}}$	kg	Masse des leichtesten Partikels		
$n$	—	Laufvariable		
$n_{\text{DCDC}}$	—	Wandlungsverhältnis eines Gleichspannungswandlers		
$n'$	—	Festigkeitsexponent		
$p$	Pa	Schalldruck		
$p_0$	Pa	Ruhedruck		
$p_{\text{bp}}$	Pa	Druck an der Gegenelektrode im MEMS-Mikrofon		
$p_{\text{m}}$	Pa	Druck an der Membran im MEMS-Mikrofon		
$q_0$	$\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	Schallflussamplitude		
$r$	m	Abstand zwischen Oberflächenelement und Aufpunkt im Kolbenstrahler-Modell		
$r_{\text{h}}$	m	Radius der Perforationslöcher im MEMS-Mikrofons		
$r_{\text{P}}$	m	Radius eines kugelförmigen Partikels		
$r_{\text{P,min}}$	m	kleinster Partikelradius		
$s_k$	—	empirische Standardabweichung		
$s_{klj}$	—	Elastizitätskoeffiziente		
$s_{\text{max}}$	$\text{V}^4$	Schwellwert für die empirische Varianz zur Detektion der Impulsanregung		
$s_{\text{Silo}}$	m	Wanddicke des Silos		
$t$	s	Zeit		
$t_1$	s	Zeitpunkt des Aufladevorgangs zu dem die Zielspannung erreicht wird		
$t_n$	s	diskreter Zeitpunkt		
$t_{\text{Laufzeit}}$	s	Laufzeit eines Signals		
$\Delta t$	s	Zeitauflösung		
$\Delta t_{\text{max,C}}$	s	maximal zulässiger Zeitschritt nach Cundall und Strack		
$\Delta t_{\text{max,R}}$	s	maximal zulässiger Zeitschritt nach Rayleigh		
$\Delta t_{\text{Sim}}$	s	maximaler Simulationszeitschritt		
$u, v, w$	m	orthogonale Verschiebungskordinaten		
$\underline{u}$	—	Verschiebungsvektor		
$\underline{\dot{u}}$	—	Geschwindigkeitsvektor		

$\underline{\ddot{u}}$	—	Beschleunigungsvektor
$v_0$	m	Schwingungsamplitude
$\vec{v}$	—	Schallschnelle
$w(t)$	—	Fensterfunktion
$\underline{w}$	—	Vektor mit (trainierten) Gewichtungswerten
$w_k$	—	(trainierter) Gewichtungswert
$w_{n,l}$	—	Koeffizient der kontinuierlichen Wavelet-Transformierten
$x(t), y(t)$	—	beliebige Signale
$x, y, z$	m	Raumkoordinate
$\underline{x}$	—	Vektor mit allen Messwerten
$\underline{x}_k$	—	Vektor mit allen Merkmalen eines Objektes
$\tilde{x}(t)$	—	Fourier-Rücktransformierte von $x(t)$
$x_0$	m	Koordinate des Schlagbolzens bei dem der Bolzen die Silowand gerade noch tangiert
$x_{a,n}, x_{b,n}$	—	Hilfsfunktionen zur Berechnung der Füllstandkennwerte
$x_{\text{Bol}}$	m	Positionskoordinate des Schlagbolzens
$x_n$	V	diskreter Messwert
$x_{\text{MEMS}}$	m	Kondensatorspaltabstand in Ruhelage im MEMS-Mikrofon
$y_k$	—	idealer Zuordnungswert
$\tilde{y}(t)$	—	Fourier-Rücktransformierte von $y(t)$
$\tilde{y}_k$	—	geschätzter Zuordnungswert
$z$	m	Tiefe
$z_K$	m	Abstand zwischen dem interessierenden Aufpunkt und dem Membranmittelpunkt im Kolbenstrahler-Modell
$z_{\text{Laufzeit}}$	m	Distanz zwischen Sensor und Schüttgutoberfläche
$z_x$	—	Zielraum einer Kernelfunktion
$\underline{z}_x$	—	Zielraumvektor einer Kernelfunktion

### Lateinische Großbuchstaben

Symbol	Einheit	Beschreibung
$A$	m <sup>2</sup>	Querschnittsfläche
$A_k$	m <sup>2</sup>	Fläche eines Körpers
$A_{JFET}$	—	Spannungsverstärkung des Impedanzwandlers mit einem Sperrschicht-Feldeffekttransistors
$A_{\text{Kon}}$	m <sup>2</sup>	Kontaktfläche beim Zusammenstoßen zweier Körper
$A_m$	m <sup>2</sup>	Membranfläche im MEMS-Mikrofon
$A_M$	m <sup>2</sup>	Mantelfläche des Scheibenmodells
$A_S$	m <sup>2</sup>	Querschnittsfläche der Spule
$C$	F	Kapazität eines idealen Kondensators
$C_0$	F	aktiven Mikrofon-Nachgiebigkeit bzw. Ruhekapazität des Mikrofons

$C_a$	F	akustische Nachgiebigkeit der Membran im MEMS-Mikrofon
$C_{bp}$	F	akustische Nachgiebigkeit der perforierten Gegenelektrode im MEMS-Mikrofon
$C_{gap}$	F	akustische Nachgiebigkeit des Luftpolsters zwischen Membran und Gegenelektrode im MEMS-Mikrofon
$C_{ges}$	F	akustische Gesamtnachgiebigkeit des MEMS-Mikrofon
$C_{gs}, C_{gd}$	F	Sperrschichtkapazität im Feldeffekt-Transistor der pn-Übergänge im Arbeitspunkt
$C_{in}$	F	akustische Nachgiebigkeit des freigeätzten Chiprückvolumens im MEMS-Mikrofon
$C_{m,p}$	$\frac{\text{kJ}}{\text{K mol}}$	molare Wärmekapazität bei konstantem Druck
$C_{m,v}$	$\frac{\text{kJ}}{\text{K mol}}$	molare Wärmekapazität bei konstantem Volumen
$C_{\text{Mikrofon}}$	F	akustische Nachgiebigkeit des MEMS-Mikrofon
$C_p$	F	parasitäre Randkapazität der Membranaufhängung im MEMS-Mikrofon
$C_S$	—	Gewichtung des Strafterms einer Support Vector Maschine
$C_V$	F	akustische Nachgiebigkeit des Hohlraums im MEMS-Mikrofon
$D_{\text{SilO}}$	m	Außendurchmesser des Silozylinders
$D_{\text{SilO,innen}}$	m	Innendurchmesser des Silozylinders
$E$	Pa	Elastizitätsmodul
$E^*$	Pa	effektives Elastizitätsmodul beim Kontakt zweier Oberflächen
$E_1$	Pa	Elastizitätsmodul des Kontaktkörper 1
$E_2$	Pa	Elastizitätsmodul des Kontaktkörper 2
$E_{\text{exp}}$	Pa	experimentell ermitteltes Elastizitätsmodul
$E_{\text{theo}}$	Pa	theoretisch ermitteltes Elastizitätsmodul
$E_{\text{Sch}}$	Pa	Elastizitätsmodul des Schüttguts
$E_{\text{SilO}}$	Pa	Elastizitätsmodul des Silowerkstoff
$F$	N	äußere Kraft
$F_{c1}$	N	Federkraft der Schraubenfeder
$F_{c2}$	N	Federkraft des gummiartigen Dämpfungsmaterials
$F_{d2}$	N	Dämpferkraft des gummiartigen Dämpfungsmaterials
$F_{el}$	N	elektromagnetische Kraft, die auf den Schlagbolzen wirkt
$F_g$	N	Gewichtskraft
$F_l$	N	äußere Kraft
$F_{\text{SilO}}$	N	Rückstellkraft des Silos
$F_{\text{ver}}$	N	Vertikalkraft des Schüttguts
$F_{\text{ver,max}}$	N	maximale Vertikalkraft des Schüttguts
$\vec{F}$	—	Lastvektor
$\vec{F}$	—	Kraftvektor
$\mathcal{F}^w$	—	Kurzzeit-Fourier-Transformation
$\mathcal{F}$	—	Fourier-Transformation



$G$	N	Schubmodul
$G_{\text{exp}}$	N	experimentell ermitteltes Schubmodul
$G_{\text{theo}}$	N	theoretisch ermitteltes Schubmodul
$G_{\text{max}}$	N	größtes Schermodul der verwendeten Materialien
$I_1$	A	Eingangsstrom eines Gleichspannungswandlers
$I_2$	A	Ausgangsstrom eines Gleichspannungswandlers
$I_C$	A	Strom, der durch den Kondensator fließt
$I_L$	A	Strom, der durch die Spule fließt
$I_R$	A	Strom, der durch den Widerstand fließt
$K$	—	Spannungsverhältnis im Schüttgut
$K'$	Pa	Festigkeitskoeffizient
$\underline{K}$	—	Vektor mit allen Füllstandkennwerten
$\mathcal{W}_\psi$	—	Wavelettransformation
$K^{\text{Flu}}$	—	Spannungsverhältnis im Fluid
$K^{\text{Fest}}$	—	Spannungsverhältnis im Festkörper
$K_{\text{exp}}$	Pa	experimentell ermitteltes Kompressionsmodul
$K_{\text{theo}}$	Pa	theoretisch ermitteltes Kompressionsmodul
$K_n$	—	Füllstandkennwert
$K_{\text{max}}$	—	maximales Spannungsverhältnis im Schüttgut
$\underline{\mathbf{K}}$	—	Steifigkeitsmatrix
$L(x)$	H	Induktivität einer idealen Spule
$L$	—	Anzahl an Diskretisierungsstufen, mit denen der Frequenzbereich bei der CWT aufgelöst wird
$L_0$	H	Grundinduktivität der Spule
$M$	H	allgemeine akustische Masse
$M_{\text{bp}}$	H	akustische Masse der perforierten Gegenelektrode im MEMS-Mikrofons
$M_{\text{in}}$	H	akustische Masse der Öffnung in der dünnen Gehäusewand im MEMS-Mikrofon
$M_{\text{m}}$	H	akustische Masse der Membran im MEMS-Mikrofons
$M_{\text{rad}}$	H	akustische Masse der Strahlungsimpedanz im MEMS-Mikrofons
$M_{\text{p}}$	H	akustische Masse der Perforationslöcher über der Membran im MEMS-Mikrofons
$M_{\text{vent}}$	H	akustische Masse der Perforationslöcher über dem Druckausgleichsloch im MEMS-Mikrofons
$N$	—	Anzahl an Messwerten
$N_{\text{Test}}$	—	Anzahl an Testdatensätzen
$N_{\text{Train}}$	—	Anzahl an Trainingsdatensätzen
$N_S$	—	Windungszahl der Spule
$N_{\text{Var}}$	—	Breite einer laufenden Varianfunktion
$\mathbb{N}$	—	Menge der natürlichen Zahlen
$Q$	—	zu analysierender Aufpunkt im Schallfeld im Kolbenstrahler-Modell
$R$	$\Omega$	Idealer Widerstand
$\mathbb{R}$	—	Menge der rationalen Zahlen

$R_g$	$\Omega$	hochohmiger Ladewiderstand zur Aufladung der Mikrofonkapazität
$R_{\text{gap}}$	$\Omega$	akustischer Widerstand des Luftpolsters zwischen Membran und Gegenelektrode im MEMS-Mikrofon
$R_{\text{in}}$	$\Omega$	akustischer Widerstand in der Öffnung der dünnen Gehäusewand im MEMS-Mikrofon
$R_{\text{m}}$	Pa	Max. Zugfestigkeit
$R_p$	$\Omega$	akustischer Widerstand der Perforationslöcher über der Membran im MEMS-Mikrofon
$R_{p0,2}$	Pa	Streckgrenze
$R_s$	$\Omega$	Lastwiderstand des Sperrschicht-Feldeffekttransistors
$R_{\text{uni}}$	$\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2 \text{ mol K}}$	universelle Gaskonstante
$R_{\text{vent}}$	$\Omega$	akustischer Widerstand der Perforationslöcher über dem Druckausgleichsloch im MEMS-Mikrofon
$S$	$\text{m}^2$	Hüllfläche des Schallfeldes im Kolbenstrahler-Modell
$T$	$^\circ\text{C}$	Temperatur
$T_{\text{exp}}$	$^\circ\text{C}$	experimentell ermittelte Temperatur
$U$	m	Umfang
$U_0$	V	Vorspannung an der Mikrofonkapazität im MEMS-Mikrofon
$U_1$	V	Eingangsspannung eines Gleichspannungswandlers
$U_2$	V	Ausgangsspannung eines Gleichspannungswandlers
$U_C$	V	Allgemeine Kondensatorspannung
$U_C^E$	V	Kondensatorspannung während des Entladevorgangs
$U_C^L$	V	Kondensatorspannung während des Ladevorgangs
$U_{C,1}^L$	V	Zielspannung des Aufladevorgangs
$U_E$	V	Eingangsspannung
$U_{E,0}$	V	Konstantspannung, die ein Akkumulator liefert
$U_L$	V	Spannung an der Spule
$U_R$	V	Spannung am Widerstand
$V_{\text{ges}}$	$\text{m}^3$	Gesamtvolumen des Schüttguts
$V_{\text{Tri,max}}$	$\text{m}^3$	Volumen des Trichterelements eines Silos
$V_{\text{Zyl,max}}$	$\text{m}^3$	Volumen des Zylinderelements des Silos
$X(\omega)$	—	Fourier-Transformierte von $x(t)$

### Griechische Kleinbuchstaben

Symbol	Einheit	Beschreibung
$\alpha$	—	Term zur Berechnung der bewegungsabhängigen Induktivität
$\alpha_{\text{exp}}$	$\frac{1}{\text{K}}$	experimentell ermittelter, thermischer Ausdehnungskoeffizient
$\delta(t)$	—	Dirac-Funktion

$\epsilon$	—	Toleranzbreite einer Support Vector Machine
$\epsilon'_f$	—	Duktilitätskoeffizient
$\epsilon_0$	$\frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}$	Dielektrizitätskonstante von Luft
$\kappa$	—	Isentropenexponent
$\lambda, \mu$	—	Lamé-Konstanten
$\lambda_{iF}, \mu_{iF},$	—	Zwischenwerte zur Berechnung der Spannungen im
$\lambda_F, \mu_F, n$	—	Schüttguttrichter
$\mu_0$	$\frac{\text{N}}{\text{A}^2}$	magnetische Feldkonstante
$\mu_{\text{H,Sch-Sch}}$	—	Haftreibungszahl zwischen Schüttgutpartikeln
$\mu_{\text{H,Sch-Silo}}$	—	Haftreibungszahl zwischen Silo und Schüttgutpartikel
$\mu_{iG}$	$\frac{\text{kg}}{\text{mol}}$	molekulares Gewicht des idealen Gases
$\mu_r$	$\frac{\text{H}}{\text{m}}$	Permeabilitätszahl
$\mu_{\text{R,Sch-Sch}}$	—	Rollreibungszahl zwischen Schüttgutpartikeln
$\mu_{\text{R,Sch-Silo}}$	—	Rollreibungszahl zwischen Silo und Schüttgutpartikel
$\nu$	—	Poissonzahl
$\nu_1$	—	Poissonzahl des Kontaktkörper 1
$\nu_2$	—	Poissonzahl des Kontaktkörper 2
$\nu_{\text{exp}}$	—	experimentell ermittelte Poissonzahl
$\nu_{\text{max}}$	—	größtes Poisson-Verhältnis der verwendeten Materialien
$\nu_{\text{Sch}}$	—	Poissonzahl des Schüttguts
$\nu_{\text{Silo}}$	—	Poissonzahl des Silos
$\xi_k$	—	Schlupfvariable einer Support Vector Machine
$\rho$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	Materialdichte
$\rho_0$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	Referenzschalldichte
$\rho_{\text{exp}}$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	experimentell ermittelte Dichte
$\rho_{\text{Flu}}$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	Fluiddichte
$\rho_{\text{h}}$	—	Perforationsflächendichte auf der Gegenelektrode im MEMS-Mikrofon
$\rho_{\text{P,min}}$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	kleinste Partikeldichte
$\rho_{\text{S}}$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	Schalldichte
$\rho_{\text{Sch}}$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	Schüttdichte eines Schüttguts
$\rho_{\text{Sch,Roh}}$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	Rohdichte des Schüttguts
$\rho_{\text{Silo}}$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	Dichte des Silowerkstoffes
$\sigma_0$	$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	Umgebungsdruck
$\sigma'_f$	Pa	zyklischer Festigkeitskoeffizient
$\sigma_{\text{hor}}$	Pa	Horizontalspannung im Schüttgut
$\sigma_{\text{hor}}^{\text{Flu}}$	Pa	Horizontaldruck im Fluid
$\sigma_{ij}$	Pa	Spannungskomponente
$\sigma_{\text{stat}}$	Pa	Hydrostatischer Druck
$\sigma_{\text{vert},0}$	Pa	Vertikalspannung im Schüttgut auf der Materialober- fläche
$\sigma_{\text{ver,Aus}}$	Pa	Vertikalspannung im Schüttgut am Siloauslauf
$\sigma_{\text{ver,max}}$	Pa	maximale Vertikalspannung
$\sigma_{\text{ver}}^{\text{Flu}}$	Pa	Vertikaldruck im Fluid
$\sigma_{\text{Wand}}$	Pa	Normalspannung an der Siloinnenwand
$\underline{\sigma}$	—	Spannungstensor

$\tau$	Pa	Schubspannung
$\tau_F$	—	Integrationsvariable
$\phi$	—	Kernelfunktion
$\psi(t)$	—	Waveletfunktion
$\varphi_e$	°	effektiver Winkel der inneren Reibung
$\varphi_x$	°	geometrischer Wandreibungswinkel
$\varphi_{\text{Pos}}$	°	Winkelkomponente im Silokoordinatensystem
$\omega$	Hz	Kreisfrequenz
$\omega_0$	Hz	Konstante Kreisfrequenz
$\underline{\omega}$	—	Rotationsvektor
$\underline{\dot{\omega}}$	—	Winkelgeschwindigkeitsvektor
$\underline{\ddot{\omega}}$	—	Winkelbeschleunigungsvektor

### Griechische Großbuchstaben

Symbol	Einheit	Beschreibung
$\Theta_{\text{Silo}}$	°	Winkel zwischen der schrägen Trichterwand und der Vertikalen
$\Theta_F$	°	Schwellwert für den Trichterneigungswinkel
$\Phi$	—	Schnellepotential

# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

Die deutsche Bauwirtschaft erlebt derzeit einen Boom. Dies zeigt sich beispielsweise durch das Rekordniveau, auf dem sich die Ausgaben für Bauinvestitionen befinden [Koc18]. Eine Analyse der Faktoren, die die Produktivität und die Kosten im Bausektor beeinflussen, lässt vermuten, unter welchen Umständen dieser Erfolgskurs beibehalten werden kann.

Die Produktivität der Bauwirtschaft ist ein kritischer Aspekt, da der Markt durch ständige Kapazitätsengpässe gekennzeichnet ist. Der Bedarf an Neubauten kann nicht sofort gedeckt werden, so dass trotz hoher Investitionsbereitschaft lange Wartezeiten entstehen [Schn13]. Dies ist vor allem auf einen Mangel an Arbeitskräften zurückzuführen [Koc18] [Sch17]. Da die Zahl der Fachkräfte im Markt begrenzt ist, ist die Produktivität des einzelnen Arbeitnehmers von wesentlicher Bedeutung. In Deutschland ist diese während des Booms nach der Wiedervereinigung, zwischen 1991 und 2005, aufgrund des vermehrten Maschineneinsatzes um mehr als 40 % gestiegen [Koc18]. Seit 2005 stagniert die Arbeitsproduktivität jedoch [Schn13]. Für eine weitere Produktivitätssteigerung stellt die mangelnde Transparenz auf den Baustellen eine große Herausforderung dar. Durch die Einbindung vieler verschiedener Gewerke und Betriebe und einen ständigen Personalwechsel gehen in einem Bauprojekt vorhandene Informationen immer wieder verloren und müssen neu aufbereitet werden [Koc18].

Neben der Produktivität ist die Minimierung der Baukosten eine wesentliche Voraussetzung für den wirtschaftlichen Erfolg. Ineffiziente Arbeitsabläufe und fehlerbedingte Überstunden führen zu Zusatzkosten, die ca. 10 % des Jahresumsatzes und damit mehr als 100 Milliarden Euro ausmachen [Koc18]. Die Politik sieht in der Digitalisierung großes Potential für die Kostensenkung von Bauprojekten. Ziel ist es dabei, sicherzustellen, dass alle Informationen in allen Bauphasen für jeden zugänglich sind. Zur Digitalisierung der Baustelle müssen vier Bedingungen erfüllt sein [Koc18]:

- die Sammlung und Verarbeitung digitaler Daten,
- die Möglichkeit einer mobilen Verbindung zu Internet und Intranet,
- die Vernetzung von bisher getrennten Aktivitäten und
- der Einsatz autonomer und selbstorganisierender Systeme.

Ein prominentes Beispiel, wie durch die Automatisierung von Prozessen im Bauwesen die Produktivität und die Kostensituation deutlich verbessert werden kann, sind mobile Schüttgutsilos. Diese Silos dienen zur Anlieferung und Lagerung von pulverförmigen Baustoffen wie Putz und Mörtel. Da die heutigen Messsysteme die Anforderungen an die Füllstandüberwachung von mobilen Schüttgutsilos nicht zufriedenstellend erfüllen, wird der Füllstand in der Regel manuell überprüft. Wird diese manuelle Kontrolle nicht mit zuverlässiger Regelmäßigkeit durchgeführt, kann das Schüttgut im Silo aufgebraucht werden. Die Folge ist, dass das für die anstehenden Bauarbeiten benötigte Material nicht bereitgestellt werden kann und daher Arbeiten zum Stillstand kommen [Sch17]. Laufende Kosten wie Löhne der Mitarbeiter und Miete für die Maschinen müssen weiterhin bezahlt werden. Im Oktober 2017 entschied der deutsche Bundesgerichtshof (Rechtssache VII ZR 16/17), dass die durch den Stillstand entstehenden Mehrkosten vom Auftragnehmer zu tragen sind. Darüber hinaus führen die großen Fehler bei der manuellen Schätzung des Füllstands dazu, dass der Lieferant die falsche Materialmenge liefert. Wird zu wenig Schüttgut geliefert, fällt die nächste Schüttgutbestellung früher an. Wird zu viel Schüttgut geliefert, so ist ein gezielter Rücktransport des überflüssigen Schüttgutes zum Logistikzentrum erforderlich. Ist die Schüttmenge im Silo beim geplanten Rücktransport größer als angenommen, ist eventuell eine Verladung des Silos auf den Anhänger nicht möglich oder das Fahrzeug überschreitet das gesetzlich zulässige Höchstgewicht. Solche Planverfehlungen sind grundsätzlich vermeidbar und verursachen dennoch 80 % der erheblichen Zusatzkosten im Bauprojekt [Sch17]. Aus diesem Grund gibt es eine zunehmende Nachfrage von Bauunternehmen nach geeigneter Füllstandsensoren für mobile Schüttgutsilos.

Eine automatisierte Füllstandüberwachung für Schüttgutsilos entspricht dem aktuellen Wunsch der Industrie, den Grad der Digitalisierung im Bauwesen zu erhöhen [Koc18]. Die Erfassung und Zentralisierung von Daten hat ein enormes Potenzial, die Wirtschaftlichkeit von Bauprojekten zu erhöhen. Beispielsweise kann die Nachbestellung eines Materials durch das IT-System selbst automatisiert werden. Die Kenntnis des genauen Füllstandes aller Kunden ermöglicht dem Lieferanten eine erhebliche Optimierung seiner Logistik. Dies wirkt sich zum einen direkt auf den

Preis des Materials aus, andererseits ermöglicht ein solcher Fortschritt neuartige Geschäftsmodelle in der Bauindustrie (vgl. Unterkap. 3.3).

## 1.2 Zielstellung

Im Rahmen dieser Arbeit soll ein neues Sensorkonzept zur Füllstandüberwachung bei mobilen Schüttgutsilos bewertet werden. Dieser Füllstandsensor (FS) beinhaltet im Wesentlichen ein Schlagwerk, welches das Silo in Schwingung versetzt. Die Impulsantwort des Silos wird an die Luft übertragen. Der Luftschall wird mit einem Mikrofon erfasst, welches ebenfalls im FS integriert ist. Weiterhin verfügt der FS über eine Funkschnittstelle und ermöglicht somit eine Kommunikation mit einer zentralen Plattform, wie z. B. einer Cloud. Die Auswertung der akustischen Impulsantwort gibt Rückschluss auf den vorliegenden Füllstand.

Der FS soll sich von herkömmlichen Messsystemen abgrenzen, indem dieser zum einen die Anforderungen zur Digitalisierung der Baustelle ermöglicht (vgl. Unterkap. 1.1). Zum anderen sollen die primären Anforderungen an ein Messsystem zur Füllstandüberwachung von mobilen Schüttgutsilos aus Tab. 1.1 besser erfüllt werden als durch herkömmliche Lösungen (die Anforderungen werden in Unterkap. 2.1 hergeleitet).

Tabelle 1.1: Primäre Anforderungen an ein Messsystem zur Füllstandüberwachung von mobilen Schüttgutsilos

Priorität	Anforderung
1	Der Füllstand soll mit einer Genauigkeit von $\pm 10\%$ ermittelt werden.
2	Die Füllstandermittlung muss robust gegenüber äußeren Einflüssen sein.
3	Das Messsystem muss eine nicht-invasive Montage ermöglichen.
4	Die Füllstandermittlung sollte stufenlos sein.
5	Die Stückkosten sollen unter 1200 Euro liegen.
6	Die Messeinheit soll möglichst wartungsfrei sein.
7	Die Füllstandermittlung soll grundsätzlich übertragbar auf weitere Silogeometrien und Schüttgüter sein.

## 1.3 Aufbau der Arbeit

In Kap. 2 wird der Stand der Technik diskutiert. Die vorgestellten Methoden und die Erkenntnisse vorangegangener Untersuchungen bilden die Grundlage für die Ergebnisse dieser Arbeit und deren Interpretation.

In Kap. 3 wird das Sensorkonzept vorgestellt. Außerdem werden die unterschiedlichen Ansätze zur Bewertung des FS-Konzeptes (Whitebox-, Greybox- und Blackbox-Ansatz) erklärt.

In Kap. 4 werden im Rahmen einer ersten Voranalyse die Teilsysteme, die bei der Umsetzung des FS zusammenwirken, anhand von gängigen und bewährten analytischen Modellen beschrieben. Im Fokus steht dabei die Identifikation „potentieller Einflussgrößen“ auf das FS-Konzept.

In Kap. 5 findet eine zweite Voranalyse in Form von numerischen Berechnungen statt. Das technische System wird stark vereinfacht numerisch modelliert, um die in Kap. 4 identifizierten, „potentiellen Einflussgrößen“ anhand von qualitativen Untersuchungen zu bewerten. Aus den „potentieller Einflussgrößen“ werden die für das FS-Konzept „scheinbar kritischen Einflussgrößen“ extrahiert.

In Kap. 6 findet eine experimentelle Untersuchung des FS-Konzeptes statt. Dabei wird der Einfluss der „scheinbar kritischen Einflussgrößen“ aus Kap. 5 analysiert. Weiterhin werden Kennwerte definiert, die zur Ermittlung des Füllstands dienen. Die Auswertungen geben Aufschluss darüber, inwiefern das FS-Konzept die in 1.1 definierten Anforderungen erfüllt.

In Kap. 7 findet eine zusammenfassende Bewertung des FS-Konzeptes statt.



## 2 Stand der Technik

Im folgenden Kapitel werden die Erkenntnisse aus früheren Untersuchungen unterschiedlicher Forschungsgruppen zusammengefasst. Diese bilden die Grundlage für diese Arbeit. In 2.1 wird eine Übersicht der herkömmlichen Füllstandmesssysteme für mobile Schüttgutsilos sowie deren Vor- und Nachteile gegeben. In 2.2 werden die gängigsten Methoden zur Analyse von Schwingungen vorgestellt. In 2.3 wird erklärt, welche physikalischen Mechanismen dazu führen, dass die Füllstandsermittlung bei Schüttgütern wesentlich komplexer ist als bei Fluiden. In 2.4 wird die Methode der Finiten Elemente (FEM) diskutiert. In 2.5 liegt der Fokus auf der Methode der Diskreten Elemente (DEM). In 2.6 wird die Support Vector Machine (SVM) vorgestellt, die ein mathematisches Verfahren zur Klassifizierung oder Regressionsanalyse aus dem Bereich des Maschinellen Lernens darstellt.

### 2.1 Stand der Füllstandsensorik

Die Einsatzbedingungen für die Füllstandmesstechnik für mobile Schüttgutsilos, die in der Regel an der Innenseite montiert wird, gelten als recht rau [Pro20]. Die Silos werden oft unter Druck befüllt. Dabei findet beim mechanischen Zusammenstoßen der harten Feststoffpartikel mit dem Sensorgehäuse eine starke Abrasion statt. Unter dynamischen Prozessbedingungen bewegen sich diese Partikel innerhalb des Silos, welches den Verschleißvorgang vorantreibt. Daher weisen Sensoren, die in den Innenraum des Silos gerichtet sind, in der Regel eine kurze Lebensdauer auf [Pro20]. Innerhalb des metallenen Behälters kommt es bei Befüll- und Entleervorgängen zu einer enormen Staubbildung. Am Sensor anhaftendes Material ist eine häufige Ursache für fehlerhafte Messungen.

Wird der Sensor stattdessen von außen an das Silo angebracht, so ist dieser unterschiedlichen Umgebungseinflüssen ausgesetzt. Aufgrund der Anzahl an laufenden Maschinen und Arbeiten an einer Baustelle liegt eine enorme mechanische und akustische Belastung vor. Beim Transport des Silos sind Stöße auf den Sensor zu erwarten, sofern dieser an der Mantelfläche fest montiert ist. Darüber hinaus ist mit kaum vorhersehbaren wetterabhängigen Einflüssen, wie Temperatur, Feuchtigkeit, Hagel und UV-Bestrahlung, zu rechnen.

Die gängigen Füllstandmesssysteme für Schüttgut weisen eine hohe Wartungsbedürftigkeit auf. Zu berücksichtigen ist dabei, dass die Montage der Sensoren aufwändige Nachrüstarbeiten (Aufschneiden, Einsetzen, Schweißen, Schleifen, etc.) mit sich ziehen, die mitsamt den Sensorkosten i.d.R. zwischen 5.000 – 10.000 Euro liegen. Heute gibt es eine Vielzahl von Messsystemen mit unterschiedlichen Messprinzipien wie

- Drehflügelschalter,
- Vibrationsschalter,
- Elektromechanisches Lotsystem,
- Kapazitive Stabsonde,
- Ultraschall,
- Radar und
- Radiometrie,

wobei keins die zuvor beschriebenen Anforderungen vollständig und zufriedenstellend erfüllt.

Kostengünstig und hinreichend zuverlässig sind vor allem die als Grenzwertschalter verwendeten Sensoren. Als Beispiel sei hier der Drehflügelschalter genannt [BL73]. Dabei wird eine kleine, rotierende Welle, die in der Mantelfläche gelagert wird, von außen permanent durch einen Elektromotor angetrieben. Am anderen Ende, welches in den Innenraum des Silos ragt, befindet sich ein Drehflügel. Kann dieser Drehflügel frei rotieren, so ist der Füllstand des Silos niedriger als die Montageposition des Sensors. Wird die Rotation jedoch verhindert, so ist der Füllstand höher. So einfach wie der mechanische Aufbau des Drehflügelschalters sein mag, so bringt dieser auch gewisse Nachteile mit sich. Vor allem die von Schüttgut umgebende Lagerung der rotierenden Welle und der Drehflügel sind einem ständigen Verschleiß unterworfen. Darüber hinaus ist die Montage und Demontage invasiv und aufwändig, da die Arbeiten sowohl von außen als auch von innen erfolgen müssen. Die relativ großen Abmessungen des Messsystems stellen dabei eine zusätzliche Herausforderung dar [BL73].

Ein anderes Beispiel für einen Grenzscharter an Schüttgutsilos ist der Vibrationschalter. Hierbei ragt eine Stimmgabel, die von außen piezoelektrisch angeregt wird, ins Innere des Silos [HS15] [Sch88]. Die Stimmgabel schwingt in ihrer Eigenfrequenz. Taucht die Stimmgabel nun in das Schüttgut ein, so kann eine signifikante

Dämpfung der Schwingungsamplitude gemessen werden [HS15]. Der Vibrationschalter zeichnet sich vor allem durch seine Robustheit gegenüber Ablagerungen und Anhaftungen bei staubartigem und granuliertem Schüttgut aus [HS15]. Analog zum Drehflügelschalter ist die invasive Montage ein großer Nachteil des Vibrations Schalters. Darüber hinaus zieht die ständige Anregung der Stimmgabel die Notwendigkeit einer konstanten Energiezufuhr mit sich.

Die Sensordaten eines einzelnen Grenzwertschalters können lediglich verwendet werden, um zu ermitteln, ob der Füllstand höher oder niedriger als eine gewählte, „kritische“ Füllstandhöhe ist. Die Wirtschaftlichkeit eines Bauprojektes kann durch diese Information gesteigert werden, indem der definierte „kritische Füllstand“ den automatisierten Nachbestellungsprozess auslöst und somit dem Leerlaufen eines Silos vorgebeugt wird. Dadurch können stillstandbedingte Mehrkosten verhindert werden. Es bleibt jedoch das Problem, dass bei der Abholung das Gewicht des Silo mitsamt Füllung unterhalb einer Obergrenze liegen muss, um den gesetzeskonformen Abtransport zu gewährleisten. Dieses Problem kann ein einzelner Grenzwertschalter nicht lösen. Weiterhin kann die Logistik des Schüttgutzulieferers kaum optimiert werden. Eine gezielte Befüllung der Silos ist nicht möglich, da lediglich die Mindestnachfüllmenge bekannt ist. Die effiziente Belieferung von mehreren Baustellen mit demselben Fahrzeug ist nur möglich, wenn der exakte Füllstand hinreichend bekannt ist. Alternativ könnten mehrere Grenzwertschalter an einem Silo integriert werden. Hierdurch kann der Füllstand stufenweise abgetastet werden. Dieses Vorgehen wird in der chemischen Industrie durchaus angewandt, zieht jedoch einen enormen Kosten- und Wartungsaufwand mit sich.

Wünschenswert ist eine kontinuierliche Füllstandüberwachung bei mobilen Schüttgutsilos. Derartige Sensoren sind bereits in der Schüttgutindustrie zu finden, bringen jedoch allesamt gewisse Nachteile mit sich. Im Folgenden werden die fünf häufigsten Füllstandmessverfahren im Schüttgutbereich erläutert.

Ein recht einfaches Messverfahren ist das elektromechanische Lotsystem. Dieses verfügt über ein Tastgewicht, welches über ein gewickeltes Messband oder -seil auf die Füllgutoberfläche herabgelassen wird [Str95]. Die abgewickelte Messbandlänge wird über ein Zählrad und einen dazugehörigen Induktivgeber überwacht [Str95]. Das Auftreffen des Tastgewichtes auf der Materialoberfläche wird durch das plötzlich abfallende Lastmoment sensorisch detektiert und anschließend der Füllstand berechnet. Elektromechanische Lotsysteme sind vor allem für besonders große Silos mit einer Höhe von bis zu 70 m mit Schüttgütern wie Kalk, Steine oder Koks geeignet [Str95]. Die Vorzüge dieses einfachen Systems kommen vor allem bei der

Entstehung von brennbaren Stäuben zum Ausdruck. Für mobile Silos ist das System u.a. wegen der Sensitivität gegenüber Drücken über 2 bar ungeeignet.

Kapazitive Messverfahren sehen ein Kondensatorgebilde aus Silowand und einer Messsonde vor [BL73] [Str95] und können bei einer Messfrequenz zwischen 20 kHz und 2 MHz sowohl zur Grenzwertmessung [Sch88] als auch zur kontinuierlichen Messung [BL73] genutzt werden. Die Kondensatorkapazität, die direkt von der Dielektrizitätskonstante abhängig ist, variiert mit der Veränderung der Materialeigenschaften der Stoffe zwischen Silowand und der kapazitiven Messsonde [BL73] [Sch88] [Str95]:

- Isolation der Sonde,
- Silogeometrie,
- Füllguttemperatur.
- Körnung des Schüttgutes,
- Abrasivität,
- Chemische Agressivität,
- Druck im Siloinneren und
- Kondensatbildung.

Die Kapazität wird entweder durch Resonanzschaltungen oder selbstabgleichende Wechselstrombrücken gemessen. Grundsätzlich gilt, dass mit steigendem Füllstand die Kapazität ebenfalls steigt [Str95]. Kapazitive Füllstandmessverfahren sind kostengünstig [Roh20], hinreichend robust gegen Druckunterschiede [BL73] und ziehen gegenüber allen anderen gängigen Messsystemen den geringsten Aufwand bei der Inbetriebnahme mit sich [Sch88]. Die Nachteile sind der nicht invasive Einbau, die Vielzahl an Einflussparametern auf die Kondensatorkapazität und der hohe Energieverbrauch.

Das gängigste Messverfahren für die Füllstandüberwachung bei mobilen Schüttgut-silos ist Ultraschall. Steifflankige Schallwellenimpulse mit einer Dauer von 1 ms im Frequenzbereich zwischen 20 kHz und 2 MHz werden in der Regel mittels eines piezoelektrischen, früher noch oft magnetorestriktiven Wandlers erzeugt [BL73] [HS15] [Str95]. Die Schallwelle kann zusätzlich durch eine akustische Linse und einer gekrümmten Wandleroberfläche fokussiert werden [HS15]. Dieser Impuls breitet sich mit Schallgeschwindigkeit aus und wird an der Schüttgutoberfläche aufgrund des Dichteunterschiedes zwischen Luft und Schüttgut reflektiert [Roh20].

Mit der Laufzeit der Schallwelle  $t_{\text{Laufzeit}}$  und der Schallgeschwindigkeit  $c$  kann mit

$$z_{\text{Laufzeit}} = \frac{c \cdot t_{\text{Laufzeit}}}{2} \quad (2.1)$$

die Distanz  $z_{\text{Laufzeit}}$  zwischen Sensor und Schüttgutoberfläche berechnet werden [Lyn13]. Ultraschall weist eine hohe Flexibilität hinsichtlich der Anwendungsbereiche auf. Für große Messbereiche eignen sich niedrige Frequenzen, da diese einer geringeren Absorption in Luft unterliegen. Bei hohen Frequenzen kann eine gute Richtwirkung erzielt werden bei einem geringen mechanischen Aufwand [Str04]. Mit zunehmender Frequenz wird der Ausbreitungscharakter der Schallwelle gradlinig und sie verhält sich wie ein Lichtstrahl [BL73]. Daher gilt in dem Fall das Reflexions- und Brechungsgesetz aus der Optik. Wichtig ist erneut einen anwendungsspezifischen, zeitlichen Mindestabstand, der bei höheren Frequenzen kleiner wird [Str04], zwischen zwei Sendeimpulsen einzuhalten, um eine Überlagerung des Sendeimpulses mit dem Echosignal zu verhindern. Das Verfahren ist wirtschaftlich und birgt flexible Einbaumöglichkeiten [Roh20]. Die Genauigkeit und die Robustheit gegenüber zeitabhängigen Einflussparametern, wie Dielektrizitätszahl, Leitfähigkeit und Feuchtigkeit, begründen den dominanten Einsatz von Ultraschall [HS15][Roh20]. Ultraschall versagt jedoch bei Staubbildung [BM19]. Es kommt zu Reflektionen an den Staubpartikeln, Einbauten und Schweißnähten und ist daher für dynamische Einsatzbedingungen kritisch. Die Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit bringt gerade bei Anwendungen im Außenbereich einen Laufzeitfehler mit sich [HS15] [Roh20].

Seit 2001 wird Radar zur Füllstandermittlung in Schüttgutsilos eingesetzt [BM19]. Dabei strahlt die trichterförmige Antenne, die in einer kleinen Behälterstütze montiert ist [Pro20], einen Funkwellenimpuls aus, welcher sich im Frequenzbereich zwischen 10 – 79 GHz mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet [Str95] [Roh20] [VEG69]. Dieses Signal wird auf der Materialoberfläche, wegen des Dielektrizitätszahlunterschieds zwischen Luft und Schüttgut, reflektiert [Roh20]. Zur Auswertung der reflektierten Funkwelle können zwei Verfahren zum Einsatz kommen:

1. das Puls-Radar-Verfahren und
2. die Frequenzmodulierte Dauerstrichmethode (z. engl. Frequency Modulated Continuous Wave radar).

Beim Puls-Radar-Verfahren wird die Laufzeit vom Entsenden des Signals bis zum Empfangen des reflektierten Echosignals gemessen. Trotz des geringen Energiebedarfs und den unwesentlichen Betriebskosten [HM01], birgt dieses Verfahren

gewisse Nachteile. Diese resultieren aus den bei Füllstandmessungen üblich kleinen Laufzeiten im Nano-Sekundenbereich ( $1 \cdot 10^{-9}$  s) [Str95] und der Überlappung des Sende- und Empfangssignals. Die Auflösung und Filterung durch eine hochwertige Auswertelektronik muss den daraus resultierenden Ansprüchen genügen. Das häufiger verwendete FMCW-Verfahren sieht eine geringfügige Variation der kontinuierlichen Trägerfrequenz vor [Str95]. Dabei kann mit der bekannten Frequenz des reflektierten Signals die Laufzeit und somit der Füllstand kontinuierlich überwacht werden. Der Einsatz von Radar zur Füllstandüberwachung bringt eine Robustheit gegenüber Staubbildung [Pro20] [BM19], Anhaftung an der Antenne und Temperatur- und Druckschwankungen mit sich [Pro20] [Str95] [BM19]. Darüber hinaus sind der große Messbereich von bis zu 100 m und die Einsetzbarkeit unter dynamischen Prozessbedingungen vorteilhaft. Rein qualitativ wird die Radarfüllstandmesstechnik für Schüttgutsilos oft als „beste“ Füllstandmessverfahren gewertet [Roh20]. Die Nachteile sind vor allem die Anschaffungskosten und der hohe Aufwand bei der Erstinbetriebnahme [BM19]. Weitere Einschränkungen liegen vor, wenn die empfangenen Reflektionen des Sendesignals weniger direkt von der Schüttgutoberfläche, sondern vielmehr von Reflektionen auf Einbauten, Rührwerk, Schweißnähten, etc. herrühren (vgl. Abb. 2.1) [BM19] [VEG69].

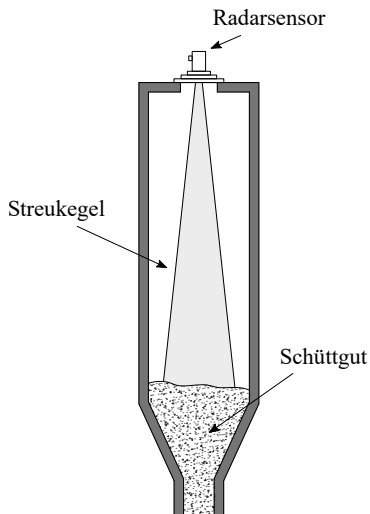


Abbildung 2.1: Radarbasierte Füllstandmesstechnik für Schüttgüter

In solchen Fällen kann der Einsatz eines geführten Radars anstelle eines freistrah- lenden Radars zielführend sein. Dabei wird die Funkwelle nicht in den freien Raum abgestrahlt, sondern in einen Metallstab, welcher im Material eingetaucht ist. Der Teil der Radarwellen, der an der Schüttgutoberfläche reflektiert wird, ermöglicht eine Laufzeitmessung [VEG80].

In gewissen Anwendungen wird der Füllstand eines Schüttgutsilos mittels Radio- metrie ermittelt. Das Prinzip beruht dabei auf der Schwächung von Gammastrah- len durch die Masse des durchstrahlten Materials [Str95]. Dabei befindet sich an einer Stelle am äußeren Mantel des Silos ein Gammastrahler mit radioaktiven Iso- topen und auf der anderen Seite ein Strahlenempfänger. Das Gamma-Strahlenbündel durchdringt das Silo bspw. diagonal durch die Mittelachse. Das Messverfahren auf Basis der Radiometrie weist in der Regel keine Einschränkungen durch Betriebs- bedingungen oder Materialeigenschaften auf [Str95]. Jedoch ist der Einsatz von radioaktivem Material mit hohen Sicherheitsrisiken verbunden [Str95]. Beschaf- fung, Lagerung, Handhabung und Transport unterliegen strengen Auflagen. Da- her kommt die kostenintensive radiometrische Messung lediglich dann zum Einsatz, wenn alle anderen Messverfahren versagen [Str95].

Auf Basis der Kritikpunkte von bestehenden Füllstandmesssystemen (vgl. Tab. 2.1) können folgende Anforderungen an einen marktfähigen Füllstandsensord für mobile Schüttgutsilos definiert werden:

1. Der Füllstand muss mit einer Genauigkeit von  $\pm 10\%$  ermittelt werden.
2. Die Füllstandermittlung muss robust gegenüber äußeren Einflüssen sein.
3. Das Messsystem muss eine nicht-invasive Montage ermöglichen.
4. Der Füllstandermittlung sollte stufenlos sein.
5. Die Stückkosten sollten unter 1200 Euro liegen.
6. Die Messeinheit sollte möglichst wartungsfrei sein.
7. Die Füllstandermittlung sollte grundsätzlich übertragbar auf weitere Silo- geometrien und Schüttgüter sein.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein alternatives, nicht-invasives Sensorkonzept vor- gestellt und untersucht. Die oben genannten Kriterien werden in Kap. 7 heran- gezogen, um das Sensorkonzept, anhand der Ergebnisse aus Kap. 4 - 6, final zu bewerten.

Tabelle 2.1: Gegenüberstellung der gängigsten Verfahren zur Füllstandüberwachung bei Schüttgutsilos

Messverfahren	Funktionsweise	Vorteil	Nachteil
Drehflügelschalter	Rotation eines Drehflügels auf der inneren Mantelfläche des Silos wird verhindert, wenn der Sensor von Schüttgut umgeben ist.	Kostengünstig	Invasive Montage, Keine kontinuierliche Messung, große Abmessungen, wartungsbedürftig
Vibrationsschalter	Schwingungsamplitude einer angeregten Stimmgabel, die ins Innere des Silos ragt, fällt stark ab, wenn der Sensor von Schüttgut umgeben ist.	Robustheit	Invasive Montage, Keine kontinuierliche Messung
Elektromechanisches Loosystem	Ein Stellmotor lässt ein Tastgewicht ab. Sobald das Tastgewicht die Materialoberfläche berührt, wird die abfallende Last am Motor detektiert und über die Seillänge der Füllstand ermittelt.	Geeignet für brennbare Stäube, großer Arbeitsbereich (bis zu 70 m)	Wartungsbedürftigkeit, empfindlich gegenüber Druck ( $> 2$ bar)



Kapazitive Stabsonde	Silo und eine Sonde im Inneren des Silos bilden ein Kondensatorsystem, dessen Dielektrizitätszahl von Füllstand abhängig ist.	Kostengünstig, geringer Aufwand,	Energieverbrauch, Vielzahl an Einflussparametern
Ultraschall	Laufzeitmessung mit Schallwellenimpuls im Frequenzbereich zwischen 20 kHz und 2 MHz	Günstig, Genauigkeit, Robustheit, wartungsarm	Anfällig bei vorhandenen Einbauten, ungeeignet für dynamische Einsatzbedingungen, Temperaturabhängig
Radar	Laufzeitmessung oder Dauerstrichverfahren (FMCW) mit Schallwellenimpuls im Frequenzbereich zwischen 10 GHz und 79 GHz	Robustheit, großer Messbereich (bis zu 100 m), geeignet für dynamische Prozessbedingungen	Anschaffungskosten, Energieverbrauch, Aufwand bei Inbetriebnahme, Anfällig gegenüber Einbauten
Radiometrie	Schwächung von Gammastrahlen durch das Schüttgut im inneren des Silos	Keine Einschränkung durch Betriebsbedingung oder Materialeigenschaften	Einsatz von radioaktivem Material, Sehr kostenintensiv

## 2.2 Schwingungsanalyse

Das Zeitsignal einer Schwingung enthält Informationen, die ohne einen Vorverarbeitungsschritt schwierig zu untersuchen sein können. In Abhängigkeit davon, welche Informationen im Zeitsignal vorliegen, ist ein geeignetes Verfahren der Schwingungsanalyse zu wählen. Hierzu ist ein grundlegendes Verständnis über die Funktionsweise der gängigsten Methoden erforderlich. Im Folgenden werden die drei gängigsten Methoden zur Analyse von Schwingungssignalen in ihren Grundzügen erklärt.

### 2.2.1 Fourier-Transformation

Die bekannteste Methode der Spektralanalyse ist die Fourier-Transformation. Diese besteht wiederum aus vier Verfahren, die je nach Eigenschaften des zu analysierenden Signals, gewählt werden können (siehe Tab. 2.2). Im Folgenden soll lediglich die wesentliche Grundidee hinter der Fourier-Transformation verdeutlicht werden ohne auf die detaillierte Funktionsweise aller vier Einzelverfahren zu erläutern.

Tabelle 2.2: Verschiedene Fourier-Transformationsverfahren

Rohsignal	kontinuierlich	diskret
periodisch	Fourier-Reihe (FR)	Diskrete Fourier-Transformation (DFT)
aperiodisch	Zeitkontinuierliche Fourier-Transformation (FT)	Fourier-Transformation für zeitdiskrete Signale [zu engl. Discrete-Time Fourier Transform (DTFT) ]

Die Fourier-Transformation ist eine lineare Transformation [Mer13][Tam05], die kontinuierliche, aperiodische Signale in ein kontinuierliches Spektrum wandelt. Mit der FT, die laut ISO 80000-2 mathematisch mit dem Symbol  $\mathcal{F}\{x(t)\}$  beschrieben

wird [ISO80000], kann die Zusammensetzung des Signals aus Wellen unterschiedlicher Frequenzen und Amplituden offengelegt werden.

Sei also das zu analysierende Signal  $x(t)$  eine integrierbare Funktion

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt \leq \infty. \quad (2.2)$$

Dann kann die Fourier-Transformierte  $X(\omega)$  durch

$$X(\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad (2.3)$$

mit einer reellen Kreisfrequenz  $\omega \in \mathbb{R}$  gebildet werden. Es sei hier erwähnt, dass die absolute Integrierbarkeit des zu analysierenden Signal (vgl. Gl. 2.2) eine hinreichende Bedingung für die Konvergenz des Integrals aus Gl. 2.3 ist, jedoch auch Fouriertransformierte für nicht absolut integrierbare Funktionen wie Sinus mit der konstanten Kreisfrequenz  $\omega_0$

$$\mathcal{F}\{\sin(\omega_0 t)\} = \frac{1}{i}\pi(\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)) \quad (2.4)$$

oder Kosinus

$$\mathcal{F}\{\cos(\omega_0 t)\} = \pi(\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) \quad (2.5)$$

gefunden werden können [Mer13].

Die Basisfunktion der Fourier-Transformation ist eine stationäre, periodische Sinus- oder Kosinusfunktion [Tam05]. Daher eignet sie sich zur Analyse von Signalen mit den ähnlichen Eigenschaften. Durch die Variation der Koeffizienten kann zwar die Frequenz und die Amplitude der Basisfunktion verändert werden, ihre periodische Grundeigenschaft kann jedoch nicht ohne weiteres gezielt verändert werden. Daher ist sie zur Analyse von nichtstationären Signalen ungeeignet [DIN1311] [Mer13] [Tam05]. Zwar werden zeitliche Veränderungen eines zu analysierenden Signals, im Phasenspektrum verborgen, berücksichtigt und transformiert und können daher durch die Rücktransformation ohne Informationsverlust rekonstruiert werden, jedoch ist die direkte Interpretation im Frequenzspektrum schwierig (vgl. Abb. 2.2).

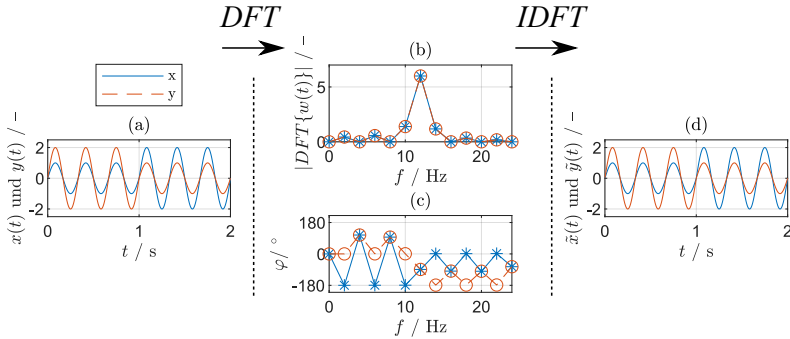


Abbildung 2.2: Fourier-Transformation nichtstationärer Signale: (a)  $x(t)$  und  $y(t)$  als zwei Beispiele für instationärer Signale, (b) Amplitudengang der Fouriertransformierten beider Signale, (c) Phasengang der Fouriertransformierten beider Signale und (d) Rücktransformation aus der Fouriertransformierten zu  $\tilde{x}(t)$  und  $\tilde{y}(t)$  (in Anlehnung an [Mer13])

## 2.2.2 Kurzzeit-Fourier-Transformation

Für die Analyse instationärer Signale ist über eine Auflösung im Frequenzbereich, eine Auflösung im Zeitbereich zielführend. Sofern die Fourier-Transformation, und somit eine stationäre, periodische Sinus- oder Kosinusfunktion als Basisfunktion verwendet wird, kann eine zeitliche Auflösung nur mithilfe eines Signalfensters erzielt werden [Tam05]. Ein Analysefenster wird beispielsweise bei der DFT, die einen zu analysierenden Signalausschnitt periodisch fortsetzt, verwendet. Dabei wird das Analysefenster  $w(t)$  mit einem Signal  $x(t)$  multipliziert um gezielt bestimmte Anteile von  $x(t)$  zu unterdrücken. Die gängigsten Fensterfunktionen (Rechteck-, Hamming-, Gauß- und Hannfenster) sind in 2.3 dargestellt.

Im Zusammenhang mit der Fourier-Transformation kann die Fensterung zur Segmentierung eines zu analysierenden Signals in mehrere quasistationäre Teilsequenzen verwendet werden. Diese Methode wird als Kurzzeit-Fourier-Transformation bezeichnet. Mathematisch wird die Kurzzeit-Fourier-Transformation  $\mathcal{F}^w$  des zu analysierenden Signals  $x(t)$  beschrieben durch die Multiplikation mit der Fensterfunktion  $w(t)$ , die für jedes Teilsegment um einen anderen zeitlichen Abstand  $\tau_F$  verschoben ist

$$\mathcal{F}^w x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)w(t - \tau_F)e^{-i\omega t} dt. \quad (2.6)$$

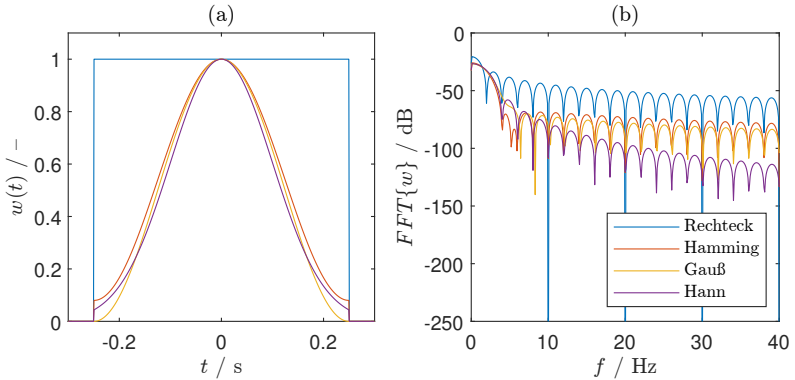


Abbildung 2.3: (a) Zeitverlauf und (b) Übertragungsverhalten gängiger Fensterfunktionen wie dem Rechteck-, Hann-, Hamming- und Gaußfenster

Sie kann zur Analyse gewisser instationärer Signale geeignet sein, da sie durch  $\tau_F$  eine Auflösung im Zeitbereich aufweist. Hierzu werden die quasistationären Teilsequenzen einzeln fouriertransformiert und die Ergebnisse aneinandergereiht. Ziel ist es mittels einer geschickten Wahl der Fensterbreite und einer Überlappung benachbarter Teilsequenzen einen nahezu fließenden, zeitlichen Übergang des Frequenzspektrums zu erhalten.

Eine grundlegende Eigenschaft der Kurzzeit-Fourier-Transformation ist die Küpfmüllersche Unschärferelation, auch bekannt als die Unschärferelation der Nachrichtentechnik. Diese beschreibt den Zusammenhang zwischen der Auflösung im Zeit- und Frequenzbereich [Tam05] [Mer13]. Sei die Zeitauflösung  $\Delta t$  und die Frequenzauflösung  $\Delta f$ , dann ist das Produkt, dieser beiden Größen konstant:

$$\Delta t \cdot \Delta f = \text{const.} \quad (2.7)$$

Somit kann eine hohe Zeitauflösung bei gleichzeitig niedriger Frequenzauflösung oder umgekehrt erreicht werden [Mer13]. Eine gleichzeitige hohe Zeit- und Frequenzauflösung ist jedoch nicht möglich. Grundsätzlich ist bei der Analyse von tieffrequenten Signalen eine hohe Frequenzauflösung und bei der Analyse von hochfrequenten Signalen eine hohe Zeitauflösung erwünscht [Mer13]. Die Auflösung der Kurzzeit-Fourier-Transformation ist von der Form des gewählten Fensters  $w(t)$  abhängig. Da diese Form bei der Kurzzeit-Fourier-Transformation i. d. R. konstant ist, ist die Zeit- und Frequenzauflösung unveränderlich [Hub97]. Aufgrund

dieser Eigenschaft ist die STFT ungeeignet zur Analyse von Signalen, die sowohl kurzzeitige, hochfrequente als auch langsam veränderliche, niederfrequente Signalanteile aufweisen [Tam05]. Weiterhin ist zu bedenken, dass bei der STFT innerhalb des zu analysierenden Fensters als Basisfunktion immer noch eine harmonische Schwingung herangezogen wird.

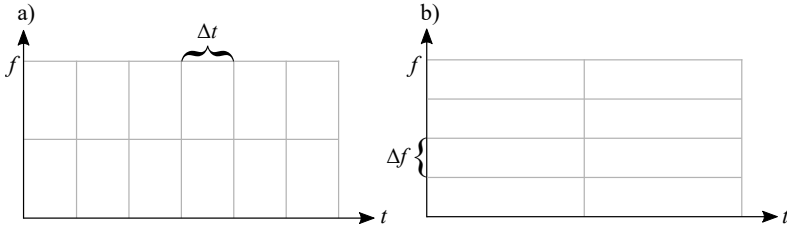


Abbildung 2.4: Unscharferelation a) hohe Zeitauflösung bei niedriger Frequenzauflösung b) niedrige Zeitauflösung bei hoher Frequenzauflösung

### 2.2.3 Wavelet-Transformation

Wünschenswert ist also ein Spektralanalyseverfahren, welches automatisch die Fensterlänge an die betrachtete Frequenz anpasst und somit die hochfrequenten Signale mit kurzen und die niederfrequenten Signale mit langen Zeitfenstern analysiert. Die Wavelet-Transformation (WT) weist diese Eigenschaften auf [Dau92] [Hub97].

Die WT ist eine lineare Zeit-Frequenzdarstellung, deren Grundidee bereits ca. 1910 von Haar beschrieben wurde [Haa10][Tam05][Hub98]. Eine Wavelet  $\psi$  ist dabei die Basisfunktion der WT [Tam05]. Sie wird als wellenartige Oszillation beschrieben, die sowohl am Anfang als auch am Ende gegen Null konvergiert [Tam05]. Eine Wavelet kann grundsätzlich beliebig definiert werden. Eine Auswahl an weitverbreiteten Waveletfunktionen, wovon die meisten um 1980 definiert wurden, ist in Abbildung 2.5 gegeben. Die meisten Wavelets haben keine geschlossene Form.

Nachdem im Jahre 1988 Daubechies kompakte, stetige und orthogonale Wavelets entdeckte und 1989 die Schnelle-Wavelettransformation definiert wurde, kam es zu einem Wavelet-Boom [Tam05]. Die Wavelet-Transformation hat sich daher seit 1990 als Meilenstein der Bild- und Audiodatenkompression etabliert.

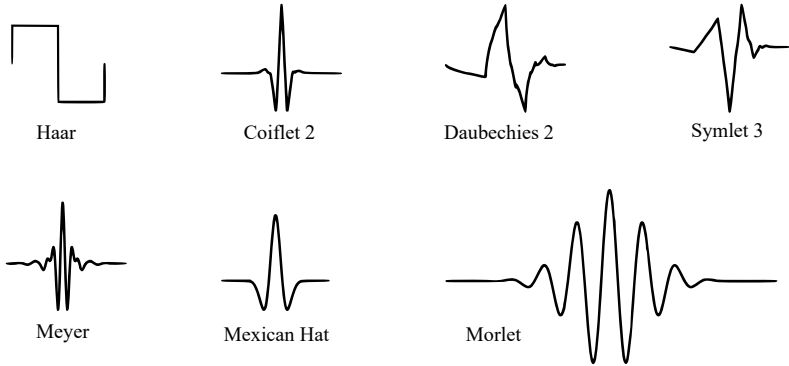
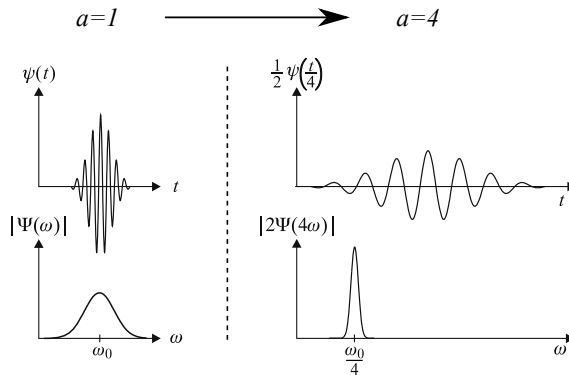


Abbildung 2.5: Beispielhafte Waveletfunktionen (in Anlehnung an [Tam05])

Die WT  $\mathcal{W}_\psi$  des Zeitsignals  $x(t)$  ist definiert als

$$\mathcal{W}_\psi(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) x(t) dt. \quad (2.8)$$

Dabei kann die Waveletfunktion durch  $a$  und  $b$  parametrisiert werden. Der Vorfaktor  $a$  wird dabei so normiert, dass alle Wavelets für  $\frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t}{a}\right)$  für alle  $a \in \mathbb{R}^+$  die gleiche Leistung besitzt [Mer13].  $a$  ist ein Skalierungsparameter, der zur Variation der Amplitude und Frequenz der Waveletfunktion verwendet werden kann (vgl. Abb. 2.6).  $b$  ist die zeitliche Verschiebung. Die Wavelettransformation zeichnet sich vor allem durch ihre Fähigkeit zur Analyse lokaler Eigenschaften aus [RV91].

Abbildung 2.6: Einfluss der Waveletskalierung im Zeit- und Frequenzbereich für  $a = 1$  und  $a = 4$  (in Anlehnung an [Mer13])

## 2.3 Spannungsverteilung in Schüttgutsilos

Der statische Spannungszustand in newtonschen Flüssigkeiten kann dank der Kenntnisse in der Strömungsmechanik durch recht einfache Gleichungen beschrieben werden. Das Pascal'sche Gesetz [OBR15]

$$\sigma_{\text{stat}}(z) = \sigma_0 + \rho_{\text{Flu}} g z, \quad (2.9)$$

besagt, dass der füllstandabhängige hydrostatische Druck  $\sigma_{\text{stat}}(z)$  bei einem Umgebungsdruck  $\sigma_0$  dem Produkt aus der Fluidichte  $\rho_{\text{Flu}}$ , Gravitationskonstante  $g$  und der Tiefe  $z$  entspricht. Die Beziehung zwischen dem hydrostatischen Druck  $\sigma_{\text{stat}}(z)$  und dem Füllstand ist linear (vgl. Abb. 2.7).

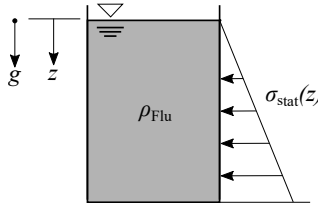


Abbildung 2.7: Hydrostatischer Druck  $\sigma_{\text{stat}}$  in newtonschen Fluiden ist eine skalare Größe, die abhängig von der Tiefe  $z$  ist

Weiterhin ist bekannt, dass sich der Druck in newtonschen Fluiden skalar verhält, d. h. richtungsunabhängig ist [CMN66]. Somit entspricht der Vertikaldruck  $\sigma_{\text{ver}}^{\text{Flu}}$  dem Horizontaldruck  $\sigma_{\text{hor}}^{\text{Flu}}$  und auch dem hydrostatischem Druck  $\sigma_{\text{stat}}$ .

$$\sigma_{\text{ver}}^{\text{Flu}}(z) = \sigma_{\text{hor}}^{\text{Flu}}(z) = \sigma_{\text{stat}}(z) \quad (2.10)$$

Bereits 1895 konnte Janssen experimentell nachweisen, dass die Beziehung zwischen Füllstand und Spannungszustand in Schüttmaterial wesentlich komplizierter ist als in newtonschen Fluiden [Jan95]. Er entwarf einen experimentellen Aufbau (vgl. Abb. 2.8), bestehend aus einem Zylinder und einer Bodenplatte, wobei beide Körper mechanisch voneinander entkoppelt waren. Die Entkopplung ermöglichte die unabhängige Untersuchung von Horizontal- und Vertikalspannung. Da die Messung der Wandspannung  $\sigma_{\text{Wand}}$ , also die Belastung auf die Seitenwände des Silos, schwierig ist, beschränkte sich Janssen auf die Erfassung der Vertikalspannung



durch das Messen der Vertikal- bzw. Gewichtskraft  $F_{\text{ver}}$ . Hierzu wurde die Bodenplatte des Aufbaus an eine Dezimalwaage gekoppelt (vgl. Abb. 2.8). Während den experimentellen Tests wurde die gemessene Gewichtskraft  $F_{\text{ver}}$  in Abhängigkeit der Füllstandhöhe  $h$  aufgetragen.

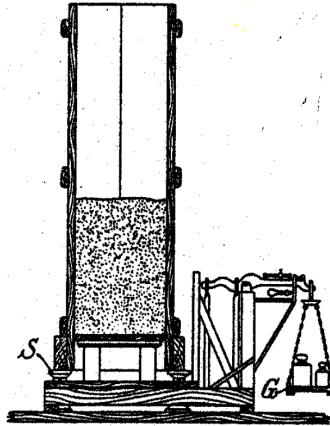


Abbildung 2.8: Prüfstand von Janssen zur experimentellen Untersuchung der füllstandabhängigen Spannungszustände in Schüttgütern [Jan95]

Die Ergebnisse zeigten einen degressiven Zusammenhang zwischen der Füllstandhöhe  $h$  und der vertikalen Kraft  $F_{\text{ver}}(h)$ . Zu Beginn des Füllvorgangs zeigt sich eine scheinbar lineare Korrelation der beiden Größen. Während des weiteren Füllvorgangs verringert sich die Zunahme der Vertikalkraft und es stellt sich eine gewisse maximale Vertikalkraft  $F_{\text{ver,max}}$  bzw. maximale Vertikalspannung  $\sigma_{\text{ver,max}}$  ein.

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \sigma_{\text{ver}} = \sigma_{\text{ver,max}} \quad (2.11)$$

Obwohl das Absolutgewicht des Füllmaterials  $F_{\text{g}}$

$$F_{\text{g}} = \rho_{\text{Sch}} \cdot g \cdot A \cdot h \quad (2.12)$$

mit konstanter Schüttgutdichte  $\rho_{\text{Sch}}$ , konstanter Gravitationskonstante  $g$  und konstanter Querschnittsfläche  $A$  linear zum Füllstand  $h$  steigt, stagniert die Vertikalspannung  $\sigma_{\text{ver}}(h)$  scheinbar ab einem gewissen Füllstand. Janssen folgerte daraus,

dass die Wandspannung zunächst in Abhängigkeit zum Füllstand zunimmt, aber ab einer bestimmten Füllmenge ausreichend groß ist, um das Eigengewicht eines infinitesimal kleinen Volumenelements durch Reibung an den Seitenwänden vollständig aufzunehmen. Dieses infinitesimal kleine Volumenelement übt somit keinen Druck auf das darunter gelegene Volumenelement aus. Daher konvergieren die Vertikal-  $\sigma_{\text{ver}}$  und Wandspannung  $\sigma_{\text{Wand}}$  gegen einen jeweiligen Maximalwert. Das Verhältnis dieser maximalen Vertikal- und Wandspannung wird durch das Spannungsverhältnis  $K$  beschrieben [DIN1991] [Sch14]:

$$K = \frac{\sigma_{\text{Wand}}}{\sigma_{\text{ver}}} \quad (2.13)$$

Der Grund für die unterschiedliche Spannungsverteilung von Schüttgütern und newtonschen Flüssigkeiten (vgl. Abb. 2.9) liegt vor allem darin, dass Schüttgüter als Feststoffe bereits im Ruhezustand Reibungskräfte erzeugen und aufnehmen können. Flüssigkeiten hingegen erzeugen zumindest im Ruhezustand keine Schubspannungen [Sch14].

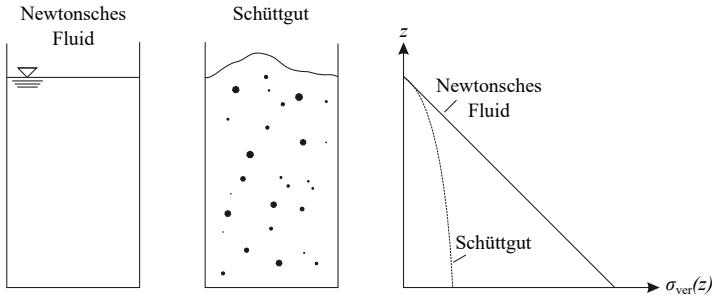


Abbildung 2.9: Unterschied in der tiefenabhängigen Vertikalspannung  $\sigma_{\text{ver}}$  zwischen newtonschen Fluid und Schüttgut (in Anlehnung an [Sch14])

An dieser Stelle sei erwähnt, dass sich die meisten Schüttgüter wie eine Mischung aus einem newtonschen Fluid und einem Feststoff verhalten [Sch14]. Das Verhalten eines bestimmten Schüttgutes ist mehr oder weniger flüssigkeitsartig als das eines anderen Schüttgutes. Deutlich wird dies beim Vergleich des Spannungsverhältnisses  $K$ . Das Spannungsverhältnis eines newtonschen Fluids  $K^{\text{Flu}}$  liegt bei

$$K^{\text{Flu}} = \frac{\sigma_{\text{hor}}^{\text{Flu}}}{\sigma_{\text{ver}}^{\text{Flu}}} \mapsto 1 \quad (2.14)$$

und das eines Festkörpers  $K^{\text{Fest}}$  bei

$$K^{\text{Fest}} = \frac{\sigma_{\text{hor}}^{\text{Fest}}}{\sigma_{\text{ver}}^{\text{Fest}}} \mapsto 0 \quad (2.15)$$

Das Spannungsverhältnis von Schüttgütern  $K$  liegt vor allem bei [Sch14]

$$K \in [0.3; 0.6]. \quad (2.16)$$

Insbesondere das mehrdeutige Verhalten eines Schüttgutes zwischen flüssigen und festen Eigenschaften erschwert die Bestimmung der Spannungsverteilung. Der Zustand der Suspension lässt sich durch mikroskopische Beobachtung des Materials erklären. Das Schüttgut besteht hauptsächlich aus unzähligen feinen Feststoffpartikeln. Zwischen den geometrisch unterschiedlichen Partikeln gibt es Hohlräume, in denen sich Gas und Flüssigkeit absetzen können [Sch14]. Daher bezieht sich die Beschreibung des Siloanteils in der Schüttguttechnik nicht auf die Dichte der Feststoffpartikel, sondern auf die sogenannte Schüttdichte  $\rho_{\text{Sch}}$ . Diese ist definiert als der Quotient zwischen dem Absolutgewicht des Siloinhalts  $m_{\text{ges}}$ , also der Mischung aus Feststoff und Fluid, und des entsprechenden Volumens.

$$\rho_{\text{Sch}} = \frac{m_{\text{ges}}}{V_{\text{ges}}} \quad (2.17)$$

In der Regel führt der Füllvorgang zu einer Vermischung der Feststoffe mit Luft. In der Folge kommt es zu inhomogenen Entgasungsprozessen, die die Dichte der Schüttgutmenge teilweise verändern. Ein weiteres, komplexes Phänomen ist die Bildung von sogenannten Brücken im Auslauf. Durch die Verteilung von großen Partikeln können so Hohlräume entstehen, die das Schüttgutfließverhalten sperren [DIN1991]. Ein weiterer wichtiger Punkt bei der Betrachtung der statischen Spannungszustände im Schüttgut ist der Transport des Silos. In der Regel werden mobile Schüttgutsilos mit Füllung an den Einsatzort transportiert. Für den Transport werden das Silo und sein Inhalt seitlich gekippt und in horizontaler Lage auf den LKW geladen. Die Aufstellung des Silos erfolgt am Bestimmungsort, z.B. auf der Baustelle, umgekehrt. Die Schüttgutoberfläche im Hohlraum des Silos ist daher nicht flach, sondern weist einen sogenannten Böschungswinkel auf [DIN1991].

Die genannten Einflussfaktoren

- Reibung mit der inneren Silowand,
- zeitabhängige Durchmischung der Feststoffpartikel mit der Luft und anschließender Entlüftung sowie
- inhomogene Verdichtung

erklären, warum die statische Spannungsverteilung in Schüttgütern ein komplexes Thema ist. Werden darüber hinaus auch dynamische Prozesse wie die Entleerung berücksichtigt, kommen eine Vielzahl weiterer Effekte hinzu [Jen61] [Jen64] [Sch14] [DIN1991]. Zu dem Zeitpunkt, zu dem die Entleerung beginnt, wird die vertikale Spannung an der Schüttgutschnittstelle durch Wegfall der vertikalen, äußeren Einwirkung, z.B. durch ein Ventil, gelöst. Dadurch fällt die erste gedachte, infinitesimal kleine Partikelebene aus dem Trichter. Die zweite Partikelebene wird ebenfalls vertikal entlastet und bewegt sich weiter nach unten im Trichter. Da jedoch eine Verengung horizontal erfolgt, steigt die horizontale Spannung. Wie in Abb. 2.10 dargestellt, weisen die resultierenden Isolinien der horizontalen Spannung eine omnidirektionale Wellencharakteristik auf. In der ersten Auslaufphase erstrecken sich die Kugelwellen bis zum Übergang zwischen Trichter und Zylinder. Die Spannungsverläufe, die sich bei der Entleerung des Silos einstellen, werden im Folgenden als Entleerungszustand bezeichnet (vgl. Kap. 4.3.3). Analog werden die Spannungsverläufe, die sich bei der Füllung des Silos einstellen, impliziert, wenn der Füllzustand angenommen wird (vgl. Kap. 4.3.2).

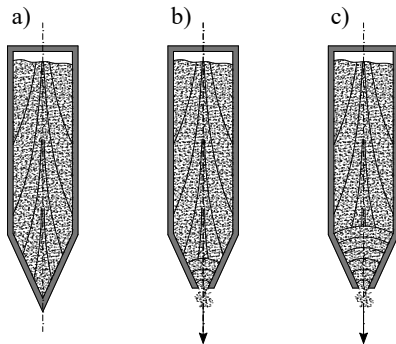


Abbildung 2.10: Inhomogene Spannungsverteilung in Schüttgut bei Massenflusssilos visualisiert durch die entsprechenden Isobaren a) im Füllzustand, b) zu Beginn des Entleerzustands und c) im voll ausgeprägten Entleerungszustand

Bei der Auslegung des Silos wird grundsätzlich zwischen Kernflusssilo und Massenflusssilo unterschieden [Sch14][DIN1991]. Kernflusssilos haben eine deutlich flachere Trichterform als Massenflusssilos. Dies führt zu sogenannten Totzonen (vgl. Abb. 2.11). In den Totzonen befindet sich das Material, das sich aufgrund der Inhomogenität der vorliegenden Spannungsverhältnisse nicht bewegt. Dies gilt insbesondere in den Randbereichen am Übergang zwischen dem flachen Trichter und dem Zylinder eines Kernflusssilos. In Kernflusssilos kann sich die zuvor beschriebene kugelförmige Druckwelle über den Trichterwellenübergang bis zum obersten Punkt des Schüttgutes ausbreiten (vgl. Abb. 2.11). Massenflusssilos haben eine steilere Trichterform. Während des Entleerungsvorgangs bewegt sich die gesamte Masse. Im Zylinderbereich findet eine reine vertikale Bewegung der Partikel statt, weshalb die horizontale Spannung konstant bleibt. Im Rahmen dieser Arbeit liegt der Schwerpunkt auf Massenflusssilos.

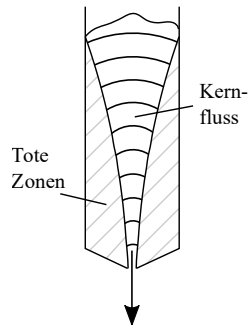


Abbildung 2.11: Kernfluss im Schüttgut bei Silos mit flachen Trichtern führt zu statischen, toten Zonen

Es gibt grundsätzlich zwei verschiedene Methoden zur Berechnung der Spannungsverteilung in Schüttgütern [Sch14]:

- die Diskrete-Elemente-Methode,
- Ansätze der Kontinuumsmechanik und
- weitere analytische und empirische Modelle.

### 2.3.1 Ansatz der Diskreten Elemente Methode

Das Schüttgut besteht aus einer großen Anzahl von Feststoffpartikeln. Die einzelnen Partikel unterscheiden sich in

- Größe
- Form
- Dichte
- Porosität und
- Werkstoffeigenschaften.

Die Methode der diskreten Elemente versucht, die einzelnen Partikel zu modellieren [BHU15]. Es wird angenommen, dass eine große Anzahl von Körpern mit gleichen oder unterschiedlichen Eigenschaften miteinander interagiert. Bei einer durchschnittlichen Partikelgröße von z.B. Zement mit  $15 \mu\text{m}$  folgt daraus, dass sich in einem Behälter mit einem Liter Schüttgut bei einer Kugelform mit dichtester Kugelpackung von 74 % Raumfüllung ca.  $4.19 \cdot 10^{11}$  Partikel befinden. Berücksichtigt man alle möglichen Wechselwirkungen dieser riesigen Menge an einzelnen Fremdkörpern, stellt dies eine große Herausforderung hinsichtlich der erforderlichen Rechenleistung dar. In der Vergangenheit wurde beispielsweise die Partikelmenge durch die Wahl einer viel größeren Partikelgröße bei gleicher Schüttdichte reduziert, um die Rechenleistung zu reduzieren [Rip10]. Cloudbasierte Berechnungen (Cloud Computing) und der verstärkte Einsatz von industriellen Grafikkarten ermöglichen heute eine enorme Steigerung der Rechenleistung durch die parallele Berechnung einzelner unabhängiger Teilprobleme und erleichtern den Einsatz von DEM-Simulationen [BEK13].

### 2.3.2 Ansatz der Kontinuumsmechanik

Ein weiterer, viel weniger rechenintensiver Ansatz ist der kontinuumsmechanische Ansatz. Dies eignet sich besonders für Untersuchungen, bei denen nicht die Prozesse innerhalb des Schüttgutes im Vordergrund stehen, sondern die Auswirkungen des Schüttgutes auf das umgebende System. Da für die vorliegende Anwendung nur der füllstandabhängige Druck des Innenmaterials auf die Schwingung der Silowand von Interesse ist, kann auch das Verfahren der Kontinuumsmechanik eine leicht handhabbare Berechnungsmethode sein. Das Schüttgut wird nicht als eine

Menge von Partikeln betrachtet, sondern als eine homogene Masse, die als Ganzes mit dem umgebenden System zusammenwirkt. Dies ermöglicht die Beschreibung des Problems durch Differentialgleichungen [Sch14]. Die Beschreibung und der Lösungsansatz werden im Folgenden erläutert. Aufgrund der unterschiedlichen statischen und dynamischen Einflüsse teilt Schulze die Berechnungsmethoden in folgende Bereiche

- Spannung im Zylinder
- Spannung im Trichter vor dem Entleerungsvorgang und
- Spannung im Trichter nach dem (nicht unbedingt vollständigen) Füllvorgang,

ein, wobei für alle drei Teilbereiche ein Scheibenmodell verwendet wird.

## 2.4 Finite Elemente Methode

Die Finite Elemente Methode ist ein etabliertes Näherungsverfahren in den Branchen Maschinenbau (Fahrzeuge, Schiffe, Anlagen, usw.), Luft- und Raumfahrt, Bauwesen, Chemische Industrie, Elektrotechnik, Geophysik, Medizintechnik, Konsumgüter- und Verpackungsindustrie und Sport- und Freizeitindustrie zur Untersuchung von unterschiedlicher Systeme hinsichtlich ihrer Statik (z. B. lokale Spannungsverteilung), Dynamik (z. B. globale Eigenschaften wie Eigenfrequenz), Temperaturverteilung, Strömungsverhalten, etc. [Bra11] [KH17] [Nas15]. Das Ziel ist es dabei realitätsnahe Aussagen durch Rechnersimulationen zu erhalten und somit den Aufwand für kostenintensive, experimentelle Tests zu reduzieren [Bra11] [Kle15]. Dies ermöglicht eine erhebliche Verkürzung der Entwicklungszyklen [Nas15]. Die Integration der FEM-Analysen in den Prozess der Produktentwicklung ist in den letzten Jahren stark gestiegen [Kle15]. Grund hierfür ist nicht nur der Preisfall der FEM-Software, sondern auch ein zeitgleicher Anstieg des Kosten- und Termindrucks über alle Branchen hinweg [Bra11] [Kle15]. Es werden hohe Anforderungen an die Effizienz des Bauteils gestellt. Deutlich spürbar wird dies beispielsweise im Bereich des Leichtbaus, wo bei geringen Eigengewicht eine teils enorm hohe Steifigkeit erreicht werden muss [Bra11] [Kle15]. Bei der Produktoptimierung leistet die FEM eine wertvolle Hilfestellung. Nicht zuletzt eröffnet die rasante Steigerung der Rechnerleistung und das Angebot an Cloudcomputingmöglichkeiten in den letzten Jahren ein großes Potential für zielgerichteten Einsatz der FEM.

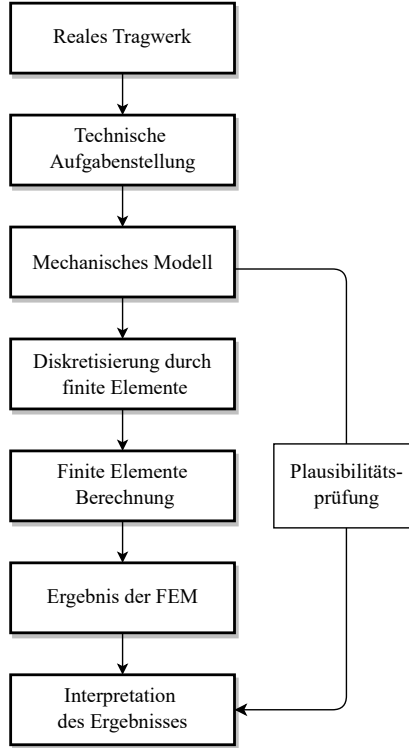


Abbildung 2.12: Strukturierte Vorgehensweise bei Untersuchungen mit der Methode der Finiten Elemente

Für den zielführenden Einsatz der FEM sind gewisse Anforderungen zu erfüllen. Die leistungsfähige Hardware und eine FEM-Software sind ein wichtiger Grundstein, können jedoch ohne Weiteres zugekauft werden [Bra11] [Kle15]. Die kritischsten Anforderungen werden vielmehr an den Bediener gestellt. Dieser muss über ein fundiertes Ingenieurwissen im Bereich der technischen Mechanik und grundsätzliche Kenntnisse über die Theorie der Finiten Elementen Methode verfügen [Bra11] [Kle15]. Das Vernetzen eines Bauteils und Definition der Randbedingungen sind fundamentale Arbeitsschritte bei der FEM-Analyse und erfordern viel Erfahrung und Training [RHA14]. Jedes Ergebnis der FEM muss einer vernünftigen manuellen Plausibilitätsprüfung unterzogen werden, was ebenfalls eine hohe ingenieurtechnische Qualifikation des Nutzers erfordert.



Im Folgenden soll die Vorgehensweise bei einer FEM-Berechnung kurz erläutert werden. Diese kann, wie in Abb. 2.12 dargestellt, in sieben Arbeitsschritte unterteilt werden.

Zunächst liegt ein reales Bauteil bzw. ein reales Tragwerk mit einer spezifischen Steifigkeit vor. Um die Steifigkeit beschreiben zu können, müssen die Geometrie und die Materialeigenschaften über das gesamte Volumen bekannt sein [Bra11]. Die technische Aufgabenstellung berücksichtigt die Wechselwirkung des Bauteils mit seiner Umgebung. Hierzu gehören sowohl die Lagerung, die die Freiheitsgrade gewisser Punkte oder Flächen des Bauteils einschränkt, als auch die anliegenden Lasten wie zum Beispiel äußere Kräfte und Momente. Die Informationen über die Geometrie, Materialeigenschaften, Lager und Lasten werden zu einem Mechanischen Modell zusammengeführt.

Soll dieses Mechanische Modell mittels der FEM analysiert werden, so ist das Modell zu diskretisieren. Dabei wird der globale Körper in eine Vielzahl von finiten Elementen aus Kanten und Knoten unterteilt (= Vernetzung)[Bra11]. Die Geometrie dieser Elemente ist vom Anwender geschickt zu wählen. In der Regel handelt es sich dabei um Tetraeder oder Quader. Die FEM beruht auf dem Prinzip der virtuellen Verrückung. Die Bewegung der finiten Elemente werden durch zu wählende Ansatzfunktionen (z. B. Polynome) approximiert [Kle07] [KH17]. Jedes Element kann durch eine Steifigkeitsmatrix und einen Lastvektor beschrieben werden. Es ist zu berücksichtigen, dass mit der Anzahl der Elemente i.d.R. die Exaktheit des Simulationsmodells steigt, da die Menge an Stützstellen für die einzupassende und stetig ineinander übergehenden Ansatzfunktionen steigt[Bra11]. Jedoch zieht die größere Anzahl ein Einzelsteifigkeitsmatrixen und -lastvektoren eine größere Rechenlast mit sich. Daher ist eine ortabhängige Auflösung des Netzes zielführend [Kle07]. Komplexe Geometrien des zu untersuchenden Bauteils werden dabei fein diskretisiert, sofern sie von hoher Bedeutung sind. Analog werden Geometrien, die im spezifischen Anwendungsfall von niedrigerer Priorität sind, stark vereinfacht[Bra11].

Zur Berechnung des Finite Elemente Modells ist die Grundgleichung der FEM

$$\underline{F} = \underline{\mathbf{K}} \cdot \underline{u}, \quad (2.18)$$

welche der Matrixdarstellung des Hooke'sche Gesetzes entspricht, zu lösen. Hierzu werden die Steifigkeitsmatrixen und Lastvektoren der einzelnen Elemente zu einer globalen Steifigkeitsmatrix  $\underline{\mathbf{K}}$  und einem globalen Lastvektor  $\underline{F}$  zusammengesetzt

[Wer08]. Der Vektor  $\underline{u}$  entspricht der Verschiebung der einzelnen Elemente. Es liegt nun ein lineares, numerisches Gleichungssystem mit oft mehreren hunderttausend Gleichungen (abhängig von der Auflösung der Vernetzung) vor[Bra11][Wer08]. Zur Lösung des Gleichungssystems ist abhängig von der Anwendung ein geeignetes Lösungsverfahren für die Verschiebungsgrößen zu wählen [Wer08]:

1. Gauß-Elimination: Die Gauß-Elimination ist ein direktes Verfahren, welche eine quasi exakte Lösung liefert. Jedoch kommt es bei der digitalen Berechnung aus technischen Gründen zu Rundungsfehlern, die sich summieren und zur Ungültigkeit der Ergebnisse bei komplexen Gleichungssystemen führen können.
2. Iterative Verfahren: Iterative Verfahren sind indirekte Verfahren und daher stets nur eine Näherungslösung. Obwohl sie also keine exakte Lösung liefern, sind sie in der Regel auch für komplexere Gleichungssysteme geeignet.

Als Ergebnis der FEM wird vom Rechner der gelöste Verschiebungsvektor  $\underline{u}$ , der die Verschiebung jedes Elements beschreibt, ausgegeben. Anschließend findet eine Rückrechnung auf vorherrschende Spannungen, Dehnungen und Reaktionskräfte von kontaktierenden Körpern statt[Bra11]. Diese physikalischen Größen werden i.d.R. durch Farbfüllbilder visualisiert [Kle15][KH17]. Die visualisierte Darstellung der Ergebnisse gibt einen sofortigen Überblick und ermöglicht eine erste Kontrolle der Lösung.

Die Kontrolle bzw. Plausibilitätsprüfung eines FEM Ergebnisses ist von zentraler Bedeutung. Nahezu jedes Lehrbuch warnt vor der häufigen Praxis, die FEM als Allheilmittel zu sehen [Kle15] [KH17]. Für den Erfolg einer FEM-Analyse ist das kritische Hinterfragen der Ergebnisse von zentraler Bedeutung. Eine Plausibilitätsprüfung ist zwingend notwendig und kann auf zwei unterschiedlichen Wegen geschehen:

1. Analytische Vergleichsrechnung: Das Mechanische Modell, welches die Informationen über Geometrie, Materialeigenschaft, Lagerung und Last umfasst, kann in Form einer Differentialgleichung beschrieben und analytisch untersucht werden. Dies ist jedoch nur bei einfachen Strukturen möglich [Bra11] [KH17] [Kle15]. Realitätsnahe Modelle weisen in der Regel eine Komplexität auf, die analytisch weder hinreichend genau beschrieben noch gelöst werden können.
2. Messdaten aus experimentellen Tests [KH17]: Hierbei werden alle Informationen über die inneren, physikalischen Zusammenhänge zwischen Ursache

(äußere Last) und Wirkung (Verschiebung) ignoriert. Stattdessen erfolgt eine direkte Zuordnung von Eingangs- und Ausgangsgrößen durch die Generalisierung des Systemverhaltens auf Basis von Messdaten.

Die Plausibilitätsuntersuchung gestaltet sich in vielen Anwendungsfällen als äußerst schwierig. Nicht selten ist die Motivation für den Einsatz der FEM die Komplexität des Systems, die eine analytische Berechnung unmöglich macht, und der enorme Aufwand für zielführende Messungen während experimentellen Tests (z. B. Spannungsverteilung auf der Tragfläche einer Windkraftanlage bei unterschiedlichen Betriebspunkten). Ein Lösungsansatz für eine Plausibilitätsprüfung in dieser widersprüchlichen Situation kann eine Konvergenzuntersuchung sein. Dabei wird die Auflösung der Vernetzung variiert und über die Existenz die Exaktheit des FEM Modells abgeschätzt. Da diese Vorgehensweise enorm rechenlastig ist, wird in der Praxis oft auf diese Form der Plausibilitätsuntersuchung verzichtet [Kle15].

Der letzte Arbeitsschritt bei einer FEM-Analyse ist die Interpretation der Ergebnisse. Hierzu ist ein fundiertes Ingenieurwissen aus der Technischen Mechanik, welches die Statik, die Dynamik und die Festigkeitslehre umfasst, notwendig [Bra11][Kle15].

Da in dieser Arbeit lediglich die Grundsätze der FEM und die generelle Vorgehensweise bei einer FEM-Berechnung im Fokus stehen, findet hier keine weitere Vertiefung statt. Stattdessen wird auf die zahlreiche und umfassende Literatur verwiesen. Eine allgemeine Einführung ist in [GRT12], [KH17] und [RHA14]. [Kle15] behandelt die Anwendung der FEM im Bereich des Maschinen- und Fahrzeugbaus. Die in der FEM verwendeten numerischen Lösungsalgorithmen werden in [Bra11], [JL13], [Sch06] und [Ste15] diskutiert. Als Handbücher zur Anwendung unterschiedlicher FEM-Software seien hier [Bra11] und [RHA14]. Empfohlen sei hier das Handbuch [Geb11], welches vom Autor zur Simulation mit der für die meisten akademischen Einrichtungen zugänglichen Software ANSYS verwendet wurde. Ebenso sei die Formelsammlung von Nasdala [Nas15] empfohlen, welches als begleitendes Nachschlagewerk zur Verwendung der FEM geeignet ist.

## 2.5 Diskrete Elemente Methode

Wird die Spannungsverteilung im Schüttgutsilo mittels Verfahren der Kontinuumsmechanik untersucht, so wird das Schüttgut als homogenes Kontinuum betrachtet. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Partikel gleichförmig angeordnet sind und die Nachbarschaftsbeziehung durchgängig erhalten bleiben. Diese Voraussetzungen werden jedoch bei dynamischen Befüll- und Entleerungsvorgängen nicht erfüllt [DIN1991] [Rip10]. Stattdessen kommt es zu Auflockerungs- und Setzungs-vorgängen. Es werden Brücken im Schüttgut gebildet, die nach einer gewissen Zeit einbrechen können. Darüber hinaus unterscheiden sich die einzelnen Partikel in Größe, Geometrie, Dichte, Materialverhalten, etc. und verhalten sich daher nicht als eine homogene Masse. Weiterhin führen Durchmischungsvorgänge vor allem in Kernflusssilos dazu, dass die Nachbarschaftsbeziehungen der einzelnen Partikel sich fortlaufend ändern.

Das Analyseverfahren, welches all diese Randbedingungen berücksichtigen kann, ist die Diskrete Elemente Methode (DEM). Die grundlegende Idee wurde 1979 von Cudall und Strack [CS79] präsentiert. Dabei werden in jedem Berechnungsschritt alle Nachbarschaftsbeziehungen identifiziert und die Koeffizientenmatrix neu besetzt. Die DEM der Komplexität von Schüttgut, Silogeometrie und Einbauten gerecht werden und gilt in der Verfahrenstechnik als ein vielversprechendes Verfahren. Die Herausforderung der DEM liegt jedoch im Rechenaufwand [BEK13][Rip10]. Maßgeblich ist vor allem die Partikelanzahl mit der der Rechenaufwand quadratisch steigt [Rip10][JK12]. Außerdem sind viele Parameter der Partikel, die durch die DEM zwar abgebildet werden können, unbekannt. Untersuchungen zeigen, dass sowohl für die Partikelanzahl als auch für die unbekannt Parameter rechengünstige Vereinfachungen getroffen werden können, ohne das Simulationsergebnis maßgeblich zu verzerren [WLL16]. Eine häufige Vereinfachung ist beispielsweise eine Kugelform aller Partikel [JK12].

Die Modellierung mit diskreten Elemente unterteilt sich in folgende sechs Schritte [JK12] (vgl. Abb. 2.13):

1. Randbedingungen und Partikeldefinition: Die Randbedingungen werden maßgeblich durch die räumlichen Einschränkungen und äußere Kräfte bestimmt. Abgesehen von den Anfangsbedingungen müssen außerdem die Eigenschaften sowie Anzahl der Partikel definiert werden.
2. Detektion der Kontakte: Dieser Schritt weist hinsichtlich der Rechenperformance eine hohe Bedeutung auf. Zunächst sind alle Interaktionen zu identi-

fizieren. Dies betrifft alle Kontakte zwischen zwei Partikeln sowie zwischen einem Partikel und der räumlichen Begrenzung (z. B. Wand).

3. Kontaktwechselwirkungen jedes Partikels: Mittels eines gewählten Kontaktmodells (häufig das Hertz-Mindlin-Modell [Rip10] [Her81] [Min49]), welches die Normal- und Scherkomponente der Kontaktkraft berücksichtigt, werden die anliegenden Kräfte  $F$  und Momente  $M$  an jedem Partikel berechnet.
4. Neue Position der Partikel: Anhand des Zeitschritts  $\Delta t$ , des Kräfte- und Momentenungleichgewichts kann die auftretende Verschiebung  $\underline{u}$  und Rotation  $\underline{\omega}$ , sowie die Geschwindigkeiten  $\underline{\dot{u}}$  und  $\underline{\dot{\omega}}$  und Beschleunigungen  $\underline{\ddot{u}}$  und  $\underline{\ddot{\omega}}$  ermittelt werden.
5. Ergebnis der DEM: Anhand der Verschiebungs- und Rotationsvektoren kann die neue Position aller Partikel bestimmt werden. Ist das Abbruchkriterium (i. d. R. eine zeitliche Limitierung) noch nicht erreicht, so beginnt die nächste Berechnungsiteration mit Schritt 2.
6. Interpretation des Ergebnisses: In Abhängigkeit des Anwendungsfalls ist die interessierende Größe [Spannungsverlauf an einem spezifischen Partikel oder am Rand, Position (-sverlauf) der Partikel, etc.] zu analysieren und visualisieren.

Die Rechenperformance der DEM Simulation wird maßgeblich durch die automatische Detektion der Kontakte (Schritt 2) bestimmt. Das Detektionsverfahren wird in zwei sequenzielle Phasen unterteilt. Zunächst findet eine Vorsortierung statt, bei der alle „nicht-möglichen“ Kontakte bestimmt und für die weitere Berechnung ignoriert werden sollen. Die nicht-möglichen Kontakte können mittels Verfahren mit Verlet-Listen oder mit zellenbasierten Methoden identifiziert werden [JK12]. Bei Zellenbasierte Methoden werden möglichst kleine Zellen definiert, die den für potentielle Kontakte zu berücksichtigenden Raum beschreiben. Wird die Zelle zu klein gewählt, so sind insgesamt mehr Zellen zu untersuchen und numerische Instabilitäten können auftreten. Desto größer eine Zelle ist, umso höher ist die Rechenzeit. Daher werden oft heuristische Verfahren eingesetzt, um die optimale Zellengröße zu ermitteln [JK12]. Die häufig bei Molekulardynamik-Simulationen eingesetzten Methoden mit Verlet-Listen weisen typischerweise jedem Partikel einen Radius zu, in dem ein potentieller Kontakt liegen kann [Ver67] [JK12]. Im zweiten Schritt der automatischen Kontaktdetektion wird für jede Partikelpaarung innerhalb des zu berücksichtigenden Raumes in Abhängigkeit vom Abstand und der Partikelgröße untersucht, ob tatsächlich ein Kontakt vorliegt.

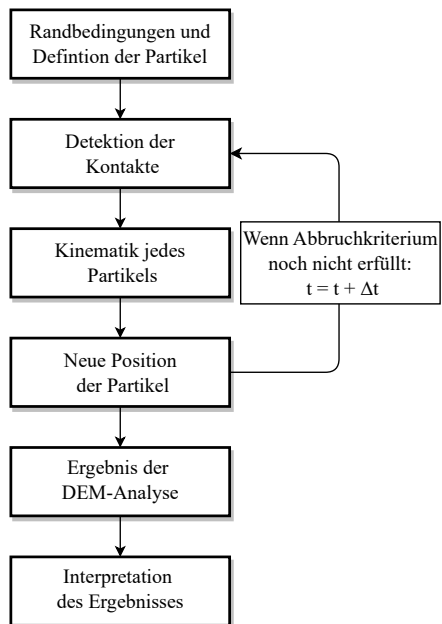


Abbildung 2.13: Strukturierte Vorgehensweise bei Untersuchungen mit der Methode der Diskreten Elemente

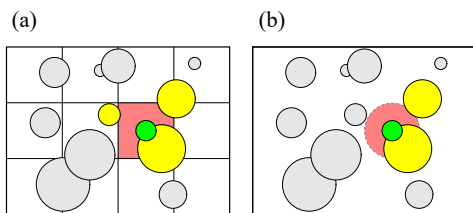


Abbildung 2.14: Kontaktdetektion zwischen einem Referenzpartikel (grün) und seinen unmittelbaren Nachbarpartikeln (gelb) mit (a) zellenbasierten Methoden und (b) Methoden mit Verlet-Listen (in Anlehnung an [JK12])

Ebenso ist die Wahl des Zeitschritts  $\Delta t$  von zentraler Bedeutung. Diese ist so zu wählen, dass die Anzahl der Einzelkontakte und das Kräfteverhältnis innerhalb dieses Zeitraum sich nicht wesentlich ändert. Zur Wahl des Zeitschritts sind zwei Methoden etabliert, die beide eine numerische Stabilität gewährleisten und nur gering voneinander abweichen. Cundall und Strack ermitteln den Zeitschritt auf Basis der Eigenfrequenz eines Zwei-Massen-Feder-Modells. Die maximal zulässige Zeitschritt nach Cundall und Strack  $\Delta t_{\max,C}$  wird unter Berücksichtigung der Masse des leichtesten Partikels  $m_{P,\min}$  und der größten Kontaktsteifigkeit bei einem Partikel-Wand- und Partikel-Partikel-Kontakt  $C_{J,\max}$  mit

$$\Delta t_{\max,C} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m_{P,\min}}{C_{J,\max}}} \quad (2.19)$$

berechnet.

Der Ansatz nach Rayleigh nimmt die Energieübertragung entlang der Partikeloberfläche durch eine Rayleighwelle zu Grunde [Rip10][Nin95]. Die maximal zulässige Zeitschritt nach Rayleigh  $\Delta t_{\max,R}$  wird unter Berücksichtigung des kleinsten Partikelradius  $r_{P,\min}$ , der kleinsten Partikeldichte  $\rho_{P,\min}$ , des größten Schermodul der verwendeten Materialien  $G_{\max}$  und des größten Poisson-Verhältnis der verwendeten Materialien  $\nu_{\max}$  mit

$$\Delta t_{\max,R} = \frac{\pi \cdot r_{P,\min} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{P,\min}}{G_{\max}}}}{0,1631 \cdot \nu_{\max} + 0,8766} \quad (2.20)$$

berechnet.

## 2.6 Support Vector Machine

Der Mensch ist in der Lage eine bestimmte Person, die auf unterschiedlichen Fotos abgebildet ist, mühelos wieder zu erkennen. Dabei können der Hintergrund, die Kleidung, die Körperhaltung, die abgebildete Größe, die Gestik, die Mimik und die Frisur sich von Bild zu Bild unterscheiden. Der Grund, warum der Mensch in der Lage ist, derart robust eine bestimmte Person zu erkennen, liegt in seiner hervorragenden Fähigkeit gewisse Muster und Strukturen in den vorgelegten Daten zu identifizieren und bekannten Mustern zuzuordnen. Diese ausgeprägte Fähigkeit zur Mustererkennung zeigt sich nicht nur in der visuellen Wahrnehmung von Personen auf Fotos, sondern z. B. auch bei

- der haptischen Wahrnehmung von Oberflächenstrukturen,
- der olfaktorischen Wahrnehmung von Gerüchen,
- der gustatorischen Wahrnehmung von Geschmäckern und
- der auditiven Wahrnehmung von Geräuschen wie der füllstandabhängigen Impulsantwort eines Schüttgutsilos.

Die erkannten Muster können in manchen Fällen vom Menschen durch mathematische Formeln beschrieben werden. Anhand der mathematischen Formulierung kann ein Computerprogramm entwickelt werden, welches diese Muster mit ähnlicher Robustheit erkennt. Beispielsweise könnte ein lautes, unangenehmes Geräusch von einem leisen, nicht störenden Geräusch durch die Auswertung der Schwingungsamplituden unterschieden werden. Oder ein extrem dunkles bzw. extrem überbelichtetes Bild könnte von einem kontrastreichen Bild anhand der Streuung der Pixel-Grauwerte erfolgen. Viele Muster, die ein Mensch im Laufe seines Lebens erlernt hat, sind jedoch derart komplex, dass sie weder durch Worte noch durch einfache, mathematische Gleichungen formuliert werden können [Alp08]. Beispiele hierfür sind die Unterschiede zwischen fröhlichen und traurigen Liedern oder zwischen Fotos von einem Sandstrand und einem Kieselstrand.

In solchen Fällen ist die Auswertung mithilfe von Methoden des maschinellen Lernens oft hinsichtlich des Zeitaufwandes effizienter als die Entwicklung eines rein menschendefinierten Algorithmus [Ert16] [DLV18]. Im Fokus des Maschinellen Lernens, einem Teilgebiet der künstlichen Intelligenz, steht die Entwicklung von statistischen Modellen und Algorithmen, die ein Computersystem befähigen seine Aufgabe zu erfüllen ohne explizite Anweisungen zu befolgen. Stattdessen wird der Algorithmus anhand von Beispieldaten „trainiert“ so dass dieser aus diesen Beispielen Muster extrahiert und zur Bewertung neuer, sogenannter „Testdaten“ verwendet [Ert16]. Dabei werden im Wesentlichen folgende Kriterien an das statistische Modell gestellt [Alp08]:

1. Der Trainingsalgorithmus muss die vorliegende Beispieldatenmenge effizient verarbeiten.
2. Der Trainingsalgorithmus muss das zugrundeliegende Optimierungsproblem effizient lösen.
3. Das trainierte Modell muss neue, unbekannte Daten mit hinreichend eindeutiger Aussagekraft auswerten.



4. Das trainierte Modell muss neue, unbekannte Daten mit hoher Effizienz auswerten.

Die verschiedenen Methoden des maschinellen Lernens unterscheiden sich durch die Art und Weise wie diese vier Aufgaben erfüllt werden.

*„Jede Methode hat eine unterschiedliche induktive Verzerrung, trifft andere Annahmen, definiert eine jeweils andere objektive Funktion und findet somit unter Umständen eine jeweils andere [...] Diskriminante.“* -[Alp08]-

Da die Füllstandzuordnung nicht von diskreter, sondern von kontinuierlicher Natur ist, wird ein Regressionsverfahren aus dem Bereich des überwachten Lernens gesucht. Bei der Auswahl einer geeigneten Methode des maschinellen Lernens ist ein Kompromiss zwischen einer niedrigen Modellkomplexität und einer hohen Auswertequalität zu finden. Dabei ist die Berücksichtigung der Datenmenge von zentraler Bedeutung. Im Rahmen dieser Arbeit soll der Fokus auf die Support Vector Machine Methode gesetzt werden.

Das grundlegende Prinzip der Support Vector Machine wurde erstmals 1936 von dem Statistiker Ronald A. Fisher [Fis36] beschrieben und von 1958 von Frank Rosenblatt [Ros58] erwähnt. Die Support Vector Machine (SVM) wurde letztendlich durch Vapnik [VC79] [CV95] etabliert. Dabei existiert eine Formulierung der SVM für Klassifikationsprobleme und eine abgewandelte Form für Regressionsprobleme. Im Folgenden liegt der Fokus auf dem linearen Support Vector Regressor (SVR).

Ein Objekt besteht zum einen aus Merkmalen  $\underline{x}_k$  und zum anderen aus einem idealen Zuordnungswert  $y_k$ , dem die Merkmale zugeordnet werden sollen. Ziel des SVR ist die robuste Zuordnung  $f$  der Merkmale  $\underline{x}_k$  des Objektes  $k$  zu einem Zuordnungswert  $\tilde{y}_k$ , der möglichst nahe am idealen Zuordnungswert liegt  $y_k$ , mit

$$f(\underline{x}_k) = \tilde{y}_k \approx y_k. \quad (2.21)$$

Bei  $N_{\text{Train}}$  Trainingsdaten ist  $k \in \mathbb{N}$  mit

$$k \in [1, N_{\text{Train}}] \quad (2.22)$$

Hierzu wird ein lineares Modell mit

$$f(\underline{x}_k) = \underline{w}^T \underline{x}_k + w_0. \quad (2.23)$$

verwendet. Ziel der meisten linearer Regressionsmodelle ist die Minimierung der mittleren quadratischen Abweichung

$$\min \sum_{k=1}^{N_{\text{Train}}} (y_k - \underline{w}^T \underline{x}_k + w_0)^2 \quad (2.24)$$

mit den Gewichten  $\underline{w}$  und  $w_0$ . Der lineare Term  $\underline{w}^T \underline{x}_k + w_0$  beschreibt eine multi-dimensionalen Gerade, die den linearen Zusammenhang aller Beispielobjekte zwischen  $\underline{x}_k$  und  $y_k$  abbildet. Während die meisten linearen Regressionsmodelle eine Abwandlung von Gl. 2.24 als grundlegende Zielfunktion der Optimierungsaufgabe heranziehen, ist die Besonderheit am SVR, dass die Zielfunktion

$$\min \frac{1}{2} \|\underline{w}\|^2 \quad (2.25)$$

die Minimierung der  $l^2$ -Norm des Gewichtsvektor  $\underline{w}$  vorsieht [Ert16]. Die mittlere quadratische Abweichung wird stattdessen als eine Bedingung des Optimierungsproblems mit

$$|y_k - \underline{w}^T \underline{x}_k + w_0| \leq \epsilon \quad (2.26)$$

berücksichtigt (vgl. Abb. 2.15) [SV99].  $\epsilon$  stellt dabei eine Toleranzbreite da, die ein durch den SVR geschätzten Zuordnungswert  $\hat{y}_k$  vom idealen Zuordnungswert  $y_k$  abweichen darf.

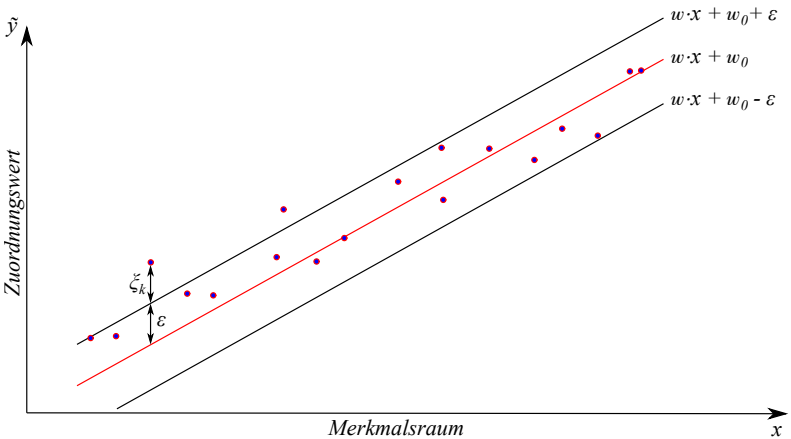


Abbildung 2.15: Einpassung eines Support Vector Regressors bei Objekten mit einem Merkmal

Weiterhin wird beim SVR eine sogenannte Schlupfvariable  $\xi_k$  definiert (vgl. Abb. 2.15). Diese Schlupfvariable ermöglicht, dass der geschätzte Zuordnungswert  $\tilde{y}_k$  eines Objektes mit der neuen Bedingung

$$|y_k - \underline{w}^T \underline{x}_k + w_0| \leq \epsilon + |\xi_k| \quad (2.27)$$

grundsätzlich außerhalb der Toleranzbreite  $\epsilon$  liegen darf (vgl. Abb. ). Diese Überschreitung wird in der Zielfunktion

$$\min \left( \frac{1}{2} \|\underline{w}\|^2 + C_S \sum_{k=1}^{N_{\text{Train}}} |\xi_k| \right) \quad (2.28)$$

mit dem Strafterm  $C_S \sum_{k=1}^{N_{\text{Train}}} |\xi_k|$  berücksichtigt.  $C_S$  ist ein Parameter mit dem die Gewichtung des Strafterms in der Zielfunktion angepasst werden kann. Die Fehlertoleranzbreite  $\epsilon$  und die Gewichtung des Fehler-Bestrafungsterms  $C_S$  werden als Hyperparameter der SVR bezeichnet, die vom Anwender zu wählen sind. Alternativ können, oft Brute-Force-basierte Optimierungsalgorithmen für die Hyperparameter verwendet werden. Die Anpassung der Hyperparameter verändert nicht die grundsätzliche Funktionsweise des SVM, sondern verändert vielmehr die Randbedingungen. Die Optimierung der Hyperparameter stellt daher eine äußerst zeit- und rechenaufwändige Aufgabe dar, die gegenüber der manchmal geringfügigen Qualitätssteigerung abzuwägen ist.

Die Einpassung eines linearen Modells, welches im Falle der SVR als Hyperebene bezeichnet wird, ist nur dann zielführend, wenn die Beziehung zwischen den Merkmalen  $\underline{x}_k$  und dem Zuordnungswert  $y_k$  eines Objektes tatsächlich linear ist. Für nichtlineare Beziehungen können nichtlineare Modelle verwendet werden. Der Kerneltrick bezeichnet die Idee, für nichtlineare Probleme anstelle von nichtlinearen Modellen eine nichtlineare Transformation der Merkmale  $\underline{x}_k$  mithilfe von Basisfunktionen  $\phi$  mit

$$\underline{z}_x = \underline{\phi}(\underline{x}) \quad (2.29)$$

in einen neuen Raum  $z_x$  höherer Dimension zu projizieren [Alp08]. Die Projektion wird so optimiert, dass die Regression durch eine lineare Funktion erfolgen kann. Nach der Rücktransformation ist die Trennlinie nicht mehr linear [Van16]. Im Rahmen dieser Arbeit sei lediglich die gauß'sche radiale Basisfunktion als Kernelfunktion mit

$$\phi(\underline{x}_k, \underline{x}_l) = e^{-\frac{\|\underline{x}_k - \underline{x}_l\|^2}{2\sigma^2}} \quad (2.30)$$

wobei analog zu  $k$  für  $l \in \mathbb{N}$  gilt

$$l \in [1, N_{\text{Train}}], \quad (2.31)$$

vorge stellt.

Bei der wörtlichen Übersetzung von Support Vector Machine lässt sich oft der inoffizielle Begriff „Stützvektorenmethode“ finden. Stützvektoren sind dabei die Objekte aus den Beispieldaten, die am nächsten an der Toleranzgrenze der Hyperebene liegen. Die Stützvektoren stellen einen relativ kleinen Prozentsatz der Gesamtanzahl an Beispielobjekten dar [Alp08]. Die Objekte, die durch die äußeren Stützvektoren eingeschlossen sind, werden bei der Optimierung der Gewichte  $w$  und  $w_0$  nicht berücksichtigt. Die Hyperebene wird durch die wenigen Stützvektoren vollständig beschrieben. Die Fokussierung auf die Stützvektoren in Kombination mit rechengünstigen, positiv definiten Kernelfunktionen beim Optimieren eines linearen Modells begründet die hohe Recheneffizienz von SVM. Außerdem gelten SVM als besonders robust gegenüber bekannten Herausforderungen des Maschinellen Lernens wie die Überanpassung an die Beispieldaten [Ert16]. Der Grund für die Robustheit ist die Integration von flexiblen Schlupfvariablen, allen voran die in Gl. 2.27 eingeführte Schlupfvariable  $\xi_k$ . Diese ermöglicht einen Kompromiss zwischen Modellkomplexität (Anzahl an Stützvektoren) und Fehlzuordnungen  $y_k \notin [\tilde{y}_k - \epsilon_k, \tilde{y}_k + \epsilon_k]$  (idealer Zuordnungswert außerhalb der Toleranzbreite) [Alp08].

## 3 Arbeitshypothese

Im Folgenden wird die Hypothese, die dieser Arbeit zugrunde liegt, definiert. Hierzu werden die technischen und wirtschaftlichen Randbedingungen bei der Füllstandüberwachung von mobilen Schüttgutsilos erklärt, das nichtinvasive Sensorkonzept vorgestellt und die drei verschiedenen Ansätze zur Bewertung des Sensorkonzeptes erläutert.

### 3.1 Füllstandüberwachung bei mobilen Schüttgutsilos

Mobile Schüttgutsilos stehen oft unter Druck und können Gefahrenstoffe beinhalten. Eine Sichtprüfung ist daher nicht nur aufgrund der Höhe eines mobilen Schüttgutsilos ungeeignet für die kontinuierliche Überwachung des Füllstands, sondern auch aus Sicherheitsgründen. In Kapitel 2.1 wurde bereits erläutert, dass die am Markt vorhandenen Messsysteme aufgrund der invasiven Montage und der damit einhergehenden Rüst- und Wartungskosten unwirtschaftlich für die Füllstandüberwachung von mobilen Schüttgutsilos sind. Daher wird im Baustellenalltag in der Regel auf jegliche Art von Füllstandsensorik verzichtet. Stattdessen ist eine rein manuelle Ermittlung des Füllstandes gängige Praxis. Dabei kommen zwei unterschiedliche Verfahren zum Einsatz:

#### **Das Abklopfen mit einem Besenstiel**

Das Abklopfen des Silos mit einem Besenstiel ist eine gängige Form der Füllstandmessung bei mobilen Schüttgutsilos. Der Mitarbeitende einer Baustelle führt dabei mehrere Schläge auf die Siloaußenwand aus, wobei die Person mit dem Schlag vertikal nach oben wandert. Die Grenzschicht zwischen Schüttgutmaterial und dem Hohlraum im Inneren des Silos gilt als gefunden, wenn die resultierende Impulsantwort sich subjektiv von einem tiefen, dumpfen Klang zu einem hellen, lauten Klang wandelt. Der Mitarbeitende schätzt unter Berücksichtigung der Silogeometrie, des Füllmaterials und der ermittelten Füllhöhe den Füllstand in Tonnen ab. Diese Information wird der Bauleitung zum Zwecke der Nachbestellung übergeben.

## Das Steinwurf-Verfahren

Eine zeiteffizientere und bequemere Methode, die jedoch wesentlich mehr Erfahrung bedarf, ist das Steinwurf-Verfahren. Der Mitarbeitende wirft dabei einen Stein gegen eine bestimmte Stelle der Siloaußenwand. Die Person verfügt über einen individuellen Erfahrungsschatz über den Zusammenhang zwischen Füllstand und akustischer Impulsantwort bei der vorliegenden Silokonstruktion. Auf dieser Grundlage versucht der Mitarbeitende den Füllstand in Tonnen zu schätzen.

Beim gängigen Einsatz dieser beiden manuellen Verfahren zur Füllstandabschätzung stellen sich bekannte Verluste ein. Beim Abklopfen mit einem Besenstiel kann die Füllstandhöhe hinreichend robust und präzise bestimmt werden, sofern der Füllstand in dem Bereich liegt, der für die Arbeitskraft zugänglich ist. Kritisch ist jedoch die subjektive Schätzung des Füllgewichts auf Basis der Füllstandhöhe. Allein die Trichtergeometrie am Siloablauf sowie die Einbauten im Siloinneren führen bereits dazu, dass die Zuordnung zwischen Füllhöhe und Füllgewicht nicht uneingeschränkt linear ist. Daher ist diese Zuordnung ohne eine detaillierte Berechnung kaum zu erbringen. Das Steinwurf-Verfahren basiert vollkommen auf der Erfahrung der ausführenden Mitarbeitenden. Die Unsicherheit der Messung hängt daher stark von zeitlich veränderlichen Faktoren wie Alter, Gesundheit und Tagesform der einzelnen Arbeitskraft ab. Somit ist diese Methode als unzuverlässig zu beurteilen, ungeachtet der zeitlichen Einsparung, die sie mit sich bringen kann. Zudem entstehen durch das Steinwurf-Verfahren erhebliche Schäden auf der Mantelfläche des Silos, was regelmäßig kostenintensive Wartungsarbeiten nach sich zieht. Weiterhin wird bei Messungen eine zuverlässige und regelmäßige Durchführung durch eine Arbeitskraft vorausgesetzt. Im alltäglichen Stress der wechselhaften Baustellenarbeiten ist jedoch absehbar, dass diese Voraussetzung bei manuellen Messungen nicht immer erfüllt wird.

Die Unsicherheiten, die die beiden vorgestellten manuellen Verfahren mit sich bringen, führen dazu, dass mobile Schüttgutsilos auf Baustellen wiederholt leerlaufen. Eine der möglichen Folgen kann der Stillstand von gewissen Bauarbeiten und die damit einhergehende Stagnation des Projektfortschritts sein. Gleichzeitig müssen die zeitvariablen Kosten wie Arbeitslöhne und Miete für Arbeitsmaschinen weiterhin entrichtet werden. Im Oktober 2018 fällte das deutsche Bundesgerichtshof ein Urteil, wonach stillstandbedingte Mehrkosten durch den Auftragnehmer, also dem Bauunternehmen, übernommen werden müssen (Rechtssache VII ZR 16/17). Durch den Wunsch diesem Risiko vorzubeugen, steigt in der Baubranche die Nachfrage nach einer automatisierten kontinuierlichen Füllstandüberwachung für mobi-

le Schüttgutsilos erheblich an. Wie in Kapitel 2.1 bereits erörtert, erfüllt keines der heute handelsüblichen Füllstandmesssysteme die Anforderungen, die beim Einsatz an mobilen Schüttgutsilos gestellt werden.

## 3.2 Füllstandsensorkonzept

Das Sensorkonzept, welches laut der Arbeitshypothese die Anforderungen an die Füllstandsensorkonzepte besser als das Marktangebot erfüllen soll, basiert auf dem Prinzip des Steinwurf-Verfahrens. Das Messsystem, im Folgenden Füllstandsensorkonzept genannt, besteht aus einem Controller, einem Schlagwerk und einem Schallwandler. Diese Komponenten sind in einem Gehäuse integriert, welches mit Magnetfüßen von außen am Silomantel befestigt wird. Das Schlagwerk ist ein elektromagnetisches System, welches die Silowand durch einen mechanischen Impuls anregt. So wird das Silo in Schwingung gebracht (vgl. Abb. 3.1). Die resultierende Impulsantwort wird mit einem Schallwandler (z.B. einem Mikrofon) aufgezeichnet. Der Controller verfügt über eine Mobilfunkschnittstelle zum Mobilfunknetz, wodurch die Möglichkeit zur cloudbasierten Messdaten-zentralisierung und Prozesssteuerung besteht. Gegenüber herkömmlichen Messsystemen hat das FS-Konzept den Vorteil, dass die Messeinheit nicht invasiv am Silo montiert werden muss. Dadurch entfallen die üblichen Aufwände für den Silotransport und die Sensorintegration (Aufschneiden, Sensor positionieren, schweißen, nachschleifen, lackieren). Diese wirtschaftliche Einsparung kann im Kaufpreis des Sensors an den Kunden (z.B. dem Bauunternehmen) weitergegeben werden. Gegenüber herkömmlichen Messsystemen kann bei dieser Lösung dieselbe Messeinheit für mehrere Silos verwendet werden. Weiterhin ist die Messeinheit auf der Außenseite des Silos montiert und dadurch zwar gewissen Umwelteinflüssen ausgesetzt, jedoch nicht der stark abrasiven, druckbehafteten Bestrahlung durch Feststoffpartikel, die bei jeder Befüllung stattfindet. Daher ist die Lebensdauer des FS voraussichtlich höher als die von herkömmlicher, innen angebrachter Sensorik. Die funkbasierte Kommunikationsfähigkeit des FS ermöglicht einen hohen Automatisierungs- und Vernetzungsgrad bei der Bestellung und Bereitstellung essentieller Baustoffe. Somit kann ein Stillstand der Bauarbeiten durch fehlendes Material verhindert werden. Außerdem bietet die kontinuierliche Überwachung aller Silos großes Potential zur Optimierung der Logistik des Schüttgutzulieferers. Die Steigerung seiner Wirtschaftlichkeit kann der Zulieferer ebenso anteilig an den Kunden (d.h. dem Bauunternehmen) weitergeben.

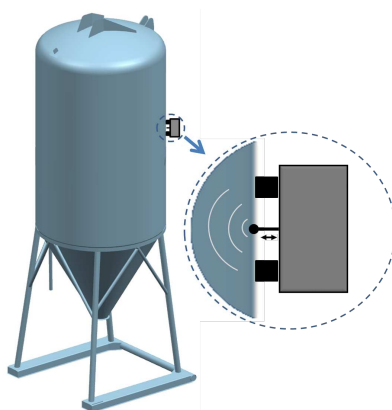


Abbildung 3.1: Nichtinvasives Sensorkonzept zur Füllstandüberwachung bei mobilen Schüttgutsilos

### 3.3 Verfügbarkeitsorientierte Geschäftsmodelle für Schüttgut

In traditionellen Geschäftsmodellen der Industrie erwirbt ein produzierender Kunde (hier: das Bauunternehmen) ein Investitionsgut (hier: das Schüttgut) von seinem Zulieferer für ein entsprechendes Entgelt. Dabei zahlt der Kunde lediglich für das Besitzrecht über das Investitionsgut, jedoch nicht für den zu erwartenden Nutzen, den er sich vom Investitionsgut erhofft. Das zentrale Ziel verfügbarkeitsorientierter Geschäftsmodelle ist die stärkere Verknüpfung zwischen dem Kundennutzen und dem anfallenden Entgelt. Dabei lässt sich der Kundennutzen branchenübergreifend als die Verfügbarkeit des Investitionsgutes definieren. Der Kunde zahlt demnach nicht mehr für den Besitz seines Investitionsgutes, sondern für die Verfügbarkeit in einem Zeitraum, der für den Kunden von hoher wirtschaftlicher Bedeutung ist.

Beispiele für die technisch erfolgreiche Umsetzung von verfügbarkeitsorientierten Geschäftsmodellen lassen sich in der Landwirtschaft finden [AKK19]. Die Nachfrage für ein vergleichbares, verfügbarkeitsorientiertes Geschäftsmodell für den Schüttguthandel steigt. Dabei soll das Bauunternehmen, als produzierender Kunde, nicht mehr das Besitzrecht für bspw. 18 Tonnen eines bestimmten Mörtelgemischs erwerben, sondern vielmehr die garantierte, kontinuierliche Verfügbarkeit



während den Arbeiten, für die das Mörtelgemisch benötigt wird. Im Falle einer erfolgreichen Umsetzung dieses verfügbarkeitsorientierten Geschäftsmodells entfällt für den Bauherrn das wirtschaftliche Risiko stillstandbedingter Zusatzkosten (Arbeitslöhne, Maschinenmiete, Vertragsstrafzahlungen an den Endkunden wegen verzögerter Fertigstellung). Die garantierte Gewinnsteigerung ist der Kunde bereit teilweise an den Zulieferer weiterzugeben. Außerdem wird die logistische Planungssicherheit des Schüttgutzulieferers erhöht, da Bestellungen aus stark verteilten Standorten nicht mehr willkürlich eintreffen. Stattdessen kann der Schüttgutzulieferer durch die Kenntnis aller Füllstände der örtlich verteilten Silos eine prädiktive Logistikoptimierung durchführen. Somit profitiert der Schüttgutzulieferer nicht nur durch die Steigerung seiner Einnahmen wegen des zusätzlichen Produkt-Service-Absatzes, sondern auch durch die Senkung seiner Kosten in der Logistik. Weitere Vorteile von ideellem Wert ist der Beitrag zum Umweltschutz und zur ressourceneffizienten Nutzung von Schüttgut durch die optimierte Logistik.

Die technische Grundlage für die erfolgreiche Umsetzung eines verfügbarkeitsorientierten Geschäftsmodells in der Schüttgutindustrie ist die wirtschaftlich tragbare, kontinuierliche Füllstandüberwachung sowie die Zentralisierung und Auswertung der Füllstandinformationen. Das vorgeschlagene FS-Konzept erfüllt diese Anforderungen und ermöglicht die erfolgreiche Umsetzung eines verfügbarkeitsorientierten Geschäftsmodells für mobile Schüttgutsilos.

## 3.4 Übersicht der methodischen Lösungsansätze

Im Fokus dieser Arbeit steht die Zuordnung der akustischen Impulsantwort eines mobilen Schüttgutsilos zum vorliegenden Füllstand. Zur Lösung dieser Aufgabenstellung kann im Allgemeinen zwischen drei verschiedenen Ansätzen unterschieden werden.

### 3.4.1 Whitebox-Ansatz

Der Whitebox-Ansatz beschreibt einen mathematischen, modellbasierten Ansatz z.B. auf Basis von Differentialgleichungen, wobei alle relevanten physikalischen Zusammenhänge zwischen den Eingangs- und Ausgangsgrößen des technischen Systems in den Gleichungen berücksichtigt werden [KK12]. Ein Whitebox-Modell kann

potentiell durch die Anpassung der Parameter auf vergleichbare, technische Systeme übertragen werden. Dadurch weist das Whitebox-Modell ein hohes Maß an Übertragbarkeit auf und stellt einen großen Nutzen für die Allgemeinheit dar. Vielversprechend ist die Whitebox-Methode bei Anwendungsfällen mit simpler, sehr gut erforschter Physik. Der hohe Reifegrad des Forschungsfeldes und das damit einhergehende umfassende Prozesswissen bilden die Grundlage für die Whitebox-Methode. Ist dieser hohe Reifegrad in einem spezifischen, komplexen Forschungsfeld noch nicht erreicht, so kann die physikalische Kausalitätskette oft nicht vollständig oder nur mit geringer Realitätstreue modelliert werden. In Kap. 4 werden die Teilsysteme des FS-Konzeptes, sofern möglich, durch anerkannte Ansätze analytisch modelliert. Primäres Ziel ist dabei die Identifikation der potentiellen Einflussgrößen auf das FS-Konzept.

### 3.4.2 Greybox-Ansatz

Der Greybox-Ansatz beschreibt einen kombinierten Ansatz aus Prozesswissen und Messdaten. Bekannte physikalische Zusammenhänge und Randbedingungen können genutzt werden, um das System numerisch, z. B. durch FEM, zu modellieren. Andere physikalische Wechselwirkungen im vorliegenden System sind jedoch nicht hinreichend erforscht und zeigen sich bei der Modellierung in Form von frei wählbaren Parametern [KK12]. Diese frei wählbaren Modellparameter (z. B. die temperaturabhängigen Materialeigenschaften) können aus vorangegangenen, experimentellen Untersuchungen vergleichbarer Systeme geschätzt werden. Die Übertragbarkeit der Greybox-Ergebnisse wird durch die getroffenen Annahmen und Vereinfachungen eingeschränkt. Oft können jedoch qualitative Aussagen über grundsätzliche physikalische Wechselwirkungen vergleichbarer Systeme getroffen werden. Die potentiellen Einflussgrößen, die in Kap. 4 identifiziert wurden, werden in Kap. 5 anhand rechengünstiger, numerischer Berechnungen untersucht. Primäres Ziel ist dabei die Beurteilung der potentiellen Einflussgrößen auf das FS-Konzept und die Extraktion der scheinbar kritischen Einflussgrößen.

### 3.4.3 Blackbox-Ansatz

Die Blackbox-Methode beschreibt einen experimentellen, datenbasierten Ansatz, der lediglich die Zuordnung von Eingangswerten (hier: Impulsantwort) zu den entsprechenden Ausgangswerten (hier: Füllstand) vorsieht, ohne die physikalische

Kausalitätskette direkt zu berücksichtigen [KK12]. Daher ist im Grunde kein Prozesswissen notwendig. Diese Methode ist vor allem für neuartige oder besonders komplexe Aufgabenstellungen geeignet. Durch eine Korrelationsanalyse können dabei dominante Einflussgrößen und die Wechselwirkungen unter ihnen identifiziert werden, ohne zwingend über ein vollständiges Verständnis über die komplexen, physikalischen Vorgänge verfügen zu müssen. Der Nachteil der Blackboxmethode ist die kaum vorhandene Übertragbarkeit. Die Zuordnung zwischen zwei physikalischen Größen wird auf Basis der Messdaten von einem spezifischen technischen System ermittelt. Grundsätzlich kann keine Aussage darüber getroffen werden, inwiefern die gefundenen Korrelationen für ein anderes, nicht getestetes System gelten. Die scheinbar kritischen Einflussgrößen, die in Kap. 5 als solche bewertet wurden, werden in Kap. 6 anhand der Visualisierung und Korrelationsanalyse von Messdaten untersucht. Primäres Ziel ist dabei die Bewertung, inwiefern eine Zuordnung der Impulsantwort zum Füllstand möglich ist. Es soll außerdem bewertet werden, inwiefern die scheinbar kritischen Einflussgrößen aus Kap. 5 einen Einfluss auf die Impulsantwort aufweisen.



## 4 Whitebox-Ansatz: Analytische Modellierung

Die experimentelle Untersuchung des FS-Konzeptes erfordert einen erheblichen zeitlichen, personellen, technischen und wirtschaftlichen Aufwand. Auch eine numerische Untersuchung kann je nach Fokussierung beliebig aufwändig sein. Daher ist es zielführend zunächst im Rahmen einer analytischen Modellierung ein grundsätzliches Verständnis für das betrachtete, technische System zu entwickeln. Die analytische Modellierung wird als Whitebox-Ansatz bezeichnet, weil idealerweise alle relevanten physikalischen Eingangs- und Ausgangsgrößen berücksichtigt und die physikalischen Wechselwirkungen unter ihnen beschrieben werden. Dabei ist es sinnvoll die einzelnen Komponenten des Systems so zu gruppieren, dass die Wechselwirkungen zwischen den Ein- und Ausgängen einer Gruppe hinreichend genau durch bewährte, analytische Modelle beschrieben werden können.

Im vorliegenden Anwendungsfall besteht das FS-System aus den folgenden fünf Teilsystemen:

- Schlagwerk,
- Mikrophon,
- Schüttgut
- Luft und
- Silo.

Ziel des Whitebox-Ansatzes ist es, zu prüfen, inwiefern diese fünf Teilsystem durch anerkannte Ansätze aus dem Stand der Technik analytisch modelliert werden können. Als Ergebnis dieser Modellierung geht die Identifikation der potentiellen Einflussgrößen des FS-Konzeptes hervor.

### 4.1 Modellierung des Schlagwerks

In diesem Unterkapitel sollen die physikalischen Wechselwirkungen im Schlagwerk analytisch modelliert werden. Das elektromagnetische Schlagwerk besteht

zum einen aus der Elektronik, beschrieben durch das Schaltbild in 4.1, und zum anderen der Mechanik, beschrieben durch die Skizze in 4.2.

Zunächst soll der Spulenstrom  $I_L(t)$ , der nach Gl. 4.9 quadratisch in die beschleunigende Kraft des Schlagbolzens eingeht, hergeleitet werden.

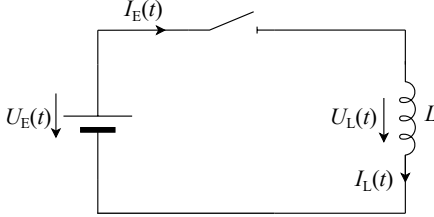


Abbildung 4.1: Schaltbild der Schlagwerk-Elektronik

Die Eingangsspannung  $U_E(t)$  liefert ein Akkumulator. Dabei wird eine ideale Spannungsquelle angenommen. Die Impulsanregung des Silos wird über ein Relais gesteuert. Dessen Schaltfolge innerhalb einer Periode  $T_0$  ist wie folgt: In Ausgangslage  $t = t_0$  ist das Relais offen, zum Zeitpunkt  $t = t_1$  schließt es und zum Zeitpunkt  $t = t_2$  öffnet es wieder. Die Eingangsspannung kann daher durch

$$U_E(t) = U_{E,0} \cdot [\sigma(t - t_1) - \sigma(t - t_2)] \quad (4.1)$$

ausgedrückt werden. Aus der Maschengleichung, die aus Abb. 4.1 folgt, gilt  $U_E(t) = U_L(t)$  und somit

$$U_L(t) = U_{E,0} \cdot [\sigma(t - t_1) - \sigma(t - t_2)]. \quad (4.2)$$

Da bei  $t_0 \leq t < T_0$  mit der Integrationsvariable  $\tau_F$  für den Spulenstrom allgemein gilt

$$I_L(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t U_L(\tau_F) d\tau_F, \quad (4.3)$$

kann im vorliegenden Anwendungsfall der Strom durch Einsetzen von Gl. 4.2 in Gl. 4.4 und anschließender Integration durch

$$I_L(t) = \begin{cases} 0 & : t_0 \leq t < t_1 \\ \frac{U_{E,0}}{L} \cdot (t - t_1) & : t_1 \leq t < t_2 \\ \frac{U_{E,0}}{L} \cdot (T_0 + t_2 - t_1 - t) & : t_2 \leq t < T_0 \end{cases} \quad (4.4)$$

beschrieben werden.

Die Herausforderung bei der Lösung dieser Gleichung liegt in der Spuleninduktivität bzw. in ihrer Abhängigkeit von der zeitlich veränderlichen Position des Stößels mit  $L = L(x_{\text{Bol}}(t))$ . Die Spuleninduktivität einer zylindrischen Magnetspule, wie in Abb. 4.2 dargestellt, kann nach Schimpf [Sch13] mit

$$L(x_{\text{Bol}}(t)) = L_0 e^{-\frac{\alpha x_{\text{Bol}}(t)}{l_0}} \quad (4.5)$$

ermittelt werden.  $L_0$  entspricht dabei mit

$$L_0 = \frac{\mu_r \mu_0 N_S^2 A_S}{l_0}, \quad (4.6)$$

der Grundinduktivität der Spule unter Berücksichtigung der Permeabilitätszahl  $\mu_r$ , der magnetischen Feldkonstante  $\mu_0$ , der Windungszahl  $N_S$ , der Spulenlänge  $l_0$  und der Spulenquerschnittsfläche  $A_S$  in Abhängigkeit des Innendurchmessers  $d_S$  mit

$$A_S = \pi \frac{d_S^2}{4}. \quad (4.7)$$

Die Konstante  $\alpha$  berechnet sich durch

$$\alpha = \ln(\mu_r). \quad (4.8)$$

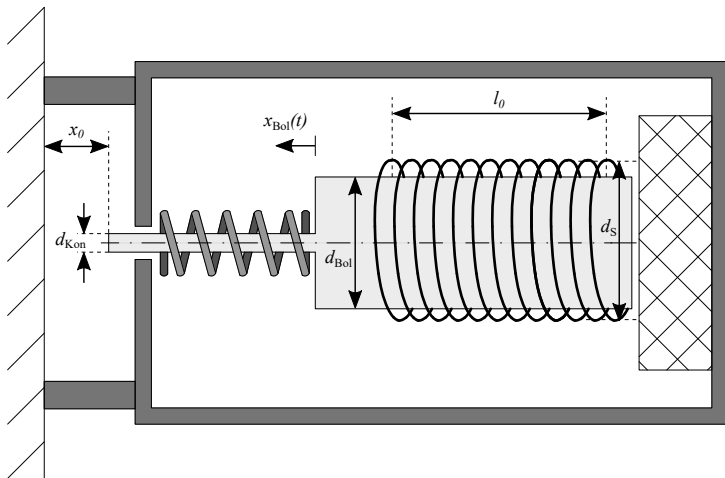


Abbildung 4.2: Geometrische Beziehungen im Gehäuse des Schlagbolzen unter Berücksichtigung der Schraubenfeder, dem Dämpfungsmaterial und der Spule

Die Gleichung 4.4 ist nun abhängig von der Unbekannten  $x_{\text{Bol}}(t)$ . Zur Lösung dieser Gleichung ist die Bewegungsgleichung des Schlagbolzens erforderlich. Bei der Bewegung des Schlagbolzens sind die elektromagnetische Kraft  $F_{\text{el}}$  und die Gegenkräfte  $F_{c_1}$ ,  $F_{d_1}$ ,  $F_{c_2}$  und  $F_{\text{Silo}}$  zu berücksichtigen.

Die elektromagnetische Kraft  $F_{\text{el}}$  wirkt aufgrund der Spuleninduktivität und kann in Anlehnung an Lyshevski [Lys99] durch

$$F_{\text{el}} = \frac{1}{2} I_L^2(t) \frac{\delta L(x_{\text{Bol}}(t))}{\delta t} \quad (4.9)$$

berechnet werden.

Der Schlagbolzen wird durch ein System aus zwei mechanischen Federn und einem Dämpfer so positioniert, dass in der Ruhelage das Bolzenende und das Spulenende, welche vom Silo weggerichtet sind, sich auf gleiche Höhe befinden (vgl. Abb. 4.2). Aus Abb. 4.2 kann für den Schlagbolzen mit der Masse  $m_{\text{Bol}}$  unter Berücksichtigung der Feder 1 mit  $F_{c_1}$  und des Dämpfungsmaterial, welches durch das Kelvin-Voigt-Modell [MC08] mit der Feder  $F_{c_2}$  und dem Dämpfer  $F_{d_2}$  abgebildet werden kann, die Bewegungsgleichung

$$m_{\text{Bol}} \frac{\delta^2 x}{\delta t^2} = F_{\text{el}} - F_{c_1} + F_{c_2} + F_{d_2} - F_{\text{Silo}} \quad (4.10)$$

aufgestellt werden. Bei der Feder 1 handelt es sich um eine Schraubenfeder, die durch den Schlagbolzen geführt ist und an beiden Enden nicht fixiert wurde. Dadurch wirkt sie nur bei einer Stauchung mit einer Gegenkraft  $F_{c_1}$  mit

$$F_{c_1} = \begin{cases} c_1 \cdot x_{\text{Bol}}(t) & : x_{\text{Bol}}(t) > 0 \\ 0 & : x_{\text{Bol}}(t) \leq 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

Bei der Feder 2 handelt es sich um ein gummiartiges Dämpfungsmaterial. Nach der Impulsanregung wird der Schlagbolzen durch die Kraft  $F_{\text{Silo}}$ , die beim Impulssstoß auftritt, in die entgegengesetzte Richtung beschleunigt. Anschließend kann es innerhalb des FS-Gehäuses zu einem zweiten Stoß am anderen Ende des Schlagbolzens kommen. Ist die Geschwindigkeit des Bolzens groß genug, so wird der Bolzen erneut in Richtung Silowand beschleunigt und es kommt zu sogenannten Doppelschlag bei der Impulsanregung. Um solchen technischen Fehlern vorzubeugen wird das Dämpfungsmaterial eingesetzt. Nach der Impulsanregung wird der



Schlagbolzen, durch eine federnde

$$F_{c_2} = \begin{cases} c_2 \cdot x_{\text{Bol}}(t) & : x_{\text{Bol}}(t) < 0 \\ 0 & : x_{\text{Bol}}(t) \geq 0 \end{cases} \quad (4.12)$$

und eine dämpfende Kraft

$$F_{d_2} = \begin{cases} d_2 \cdot \frac{\delta x_{\text{Bol}}(t)}{\delta t} & : x_{\text{Bol}}(t) < 0 \\ 0 & : x_{\text{Bol}}(t) \geq 0 \end{cases} \quad (4.13)$$

des Dämpfungsmaterials, abgefangen. In der Kontaktmechanik kann nach der Winklerschen Bettung [Pop15] der Kontakt zwischen zwei Körpern über die Kontaktsteifigkeit  $c_{\text{Kon}}$  mit

$$c_{\text{Kon}} = E^* \cdot A_{\text{Kon}} \quad (4.14)$$

beschrieben werden.  $E^*$  entspricht dabei dem effektiven Elastizitätsmodul, welches aus den Elastizitätsmodulen  $E_1$  und  $E_2$  sowie Querkontraktionszahlen  $\nu_1$  und  $\nu_2$  der beiden Kontaktkörper mit

$$E^* = \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (4.15)$$

berechnet werden kann [Mol01].  $A_{\text{Kon}}$  ist die Kontaktfläche der kreisförmigen Stirnfläche des Schlagbolzens mit dem Durchmesser  $d_{\text{Kon}}$  und kann mit

$$A_{\text{Kon}} = \frac{d_{\text{Kon}}^2 \cdot \pi}{4} \quad (4.16)$$

beschrieben werden.

Die Rückstellkraft  $F_{\text{Silo}}$ , mit der das Silo während des Impulskontakts auf den Schlagbolzen wirkt, kann daher definiert werden mit

$$F_{\text{Silo}} = \begin{cases} c_{\text{Kon}} \cdot (x_{\text{Bol}}(t) - x_0) & : x_{\text{Bol}}(t) > x_0 \\ 0 & : x_{\text{Bol}}(t) \leq x_0 \end{cases} \quad (4.17)$$

wobei  $x_0$  der Koordinate des Schlagbolzens entspricht, bei dem die Silowand vom Bolzen gerade noch tangiert wird.

Durch Einsetzen von  $F_{e1}$ ,  $F_{c2}$ ,  $F_{d2}$ ,  $F_{c1}$  und  $F_{\text{Silo}}$  in die Bewegungsgleichung 4.10

und Umstellen nach dem Spulenstrom  $I_L$

$$I_L(t) = \sqrt{\frac{2l_0 (F_{c2} + F_{d2} - F_{c1} - F_{\text{Silo}} - m_{\text{Bol}} \frac{\delta^2 x}{\delta t^2})}{L_0 \alpha e^{-\frac{\alpha x_{\text{Bol}}(t)}{l_0}} \frac{\delta x}{\delta t}}} \quad (4.18)$$

ist es möglich, die Differentialgleichung aus 4.4 allein in Abhängigkeit von der Position des Schlagbolzens  $x_{\text{Bol}}(t)$  zu formulieren. Zur Lösung ist die Ausgangsposition des Schlagbolzens mit

$$x(t=0) = 0 \quad (4.19)$$

als Anfangsbedingung zu berücksichtigen. Aufgrund des enormen Umfangs der Differentialgleichung des Gesamtsystems wird sie an dieser Stelle nicht angegeben.

### Fazit:

Durch die Modellierung des elektromechanischen Schlagwerks konnten die physikalischen Größen identifiziert werden, die das elektrische ( $U_{E,0}$ ,  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $l_0$ ,  $\mu_r$ ,  $\mu_0$ ,  $N_s$  sowie  $d_s$ ) und mechanische Verhalten ( $m_{\text{Bol}}$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $d_2$ ,  $x_0$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  und  $d_{\text{Kon}}$ ) des Teilsystems bestimmen. Es zeigt sich, dass die Komponentenauswahl und die Fertigungstoleranzen der Komponenten als potentielle Einflussfaktoren zu sehen sind. An dieser Stelle sind zwei vereinfachende Annahmen bei der Modellierung des Schlagwerks zu kritisieren: Zum einen wurden für die elektronischen Bauteile ein ideales Verhalten ohne bspw. Innenwiderstände angenommen (Kondensator und Spule). Gerade im dynamischen Entladungsvorgang sind dabei Abweichungen zwischen Modell und Realität zu erwarten. Zum anderen ist die Vernachlässigung von Reibeffekten kritisch zu sehen. Tribologische Einflüsse weisen bspw. durch die Zeitvarianz eine hohe Komplexität auf. Die Vernachlässigung tribologischer Eigenschaften kann bei der Beschleunigung des Bolzens zur einer deutlichen Differenz zwischen Modell und Realität führen. Daher wird neben den Fertigungstoleranzen der ausgewählten Komponenten vor allem die Variation der Anregungskraft  $F_{\text{Silo}}$  als potentielle Einflussgröße gesehen. Es wird angenommen, dass die initial ausgewählten Komponenten i.d.R. gleich bleiben und somit die Komponentenauswahl als potentielle Einflussgröße vernachlässigt werden kann. Die Temperaturabhängigkeit der Werkstoffe, aus denen das Schlagwerkssystem besteht, ist im Bereich von  $-10^\circ \text{C}$  bis  $40^\circ \text{C}$  relativ gering. Aus diesem Grund wird die Temperatur für das Schlagwerk nicht als dominante Einflussgröße gewertet.

**Potentielle Einflussgrößen:**

- Variation der Anregungsenergie
  - simulative Untersuchung in Unterkap. 5.2.5
  - experimentelle Untersuchung in Unterkap. 6.3.1
- Fertigungstoleranzen der Komponenten
  - experimentelle Untersuchung in Unterkap. 6.3.2

## 4.2 Modellierung des Mikrofons

In diesem Unterkapitel sollen die physikalischen Wechselwirkungen des Mikrofons, analytisch modelliert werden. Alle Mikrofone sind elektroakustische Wandler, die eine akustische Feldgröße wie Schalldruck oder -schnelle in ein elektrisches Signal umwandeln. Dabei wird die akustische Energie zunächst in mechanische Energie und anschließend in elektrische Energie überführt [LSW09]. Die Umwandlung ist im Idealfall linear und unabhängig von der Frequenz. Das Wandlungs- bzw. Messprinzip kann sich jedoch stark unterscheiden. Dabei sind die für Hörschall besonders häufigen Messprinzipien im Folgenden aufgelistet [LSW09] [Eic09]:

1. Kohlemikrofon
2. Elektrostatische Mikrofone bzw. Kondensatormikrofone
3. Piezoelektrische Mikrofone
4. Dynamische Mikrofone
5. Optische Mikrofone
6. Siliziummikrofone

Die heute stark verbreiteten Siliziummikrofone werden vor allem in Form von Micro-Elektro-Mechanical System (MEMS) gefertigt. Dabei wird der miniaturisierte Sensor in eine Siliziumscheibe geätzt. Diese zeichnen sich durch geringe Stückkosten, hohe Qualität und vor allem durch sehr kleine Abmaße aus, die für brauraum-kritische Anwendungsfelder geeignet sind [LSW09]. Als Wandlungsprinzip eignen sich die erwähnten, herkömmlichen Ausführungsformen wie Kondensatormikrofone oder piezoelektrische Mikrofone, aber auch neuartige Formen auf Basis des Feldeffekttransistorprinzips oder des Fabry-Perot-Prinzips. Am häufigsten werden MEMS-Mikrofone jedoch als Kondensatormikrofone umgesetzt [LSW09].

Die Modellierung des Mikrofons ist stark abhängig von dem ausgewählten Mikrofontyp. Unter Berücksichtigung der Wirtschaftlichkeit, der Systemkomplexität und des Bauraums wird daher für das nichtinvasive Sensorkonzept zur Füllstandermittlung bei mobilen Schüttgütern ein kapazitives MEMS-Mikrofon ausgewählt. Bevor das kapazitive MEMS-Mikrofon nach [Fue04] modelliert wird, sei zunächst dessen Aufbau, die physikalischen Wechselwirkungen und das Ersatzschaltbild erläutert.

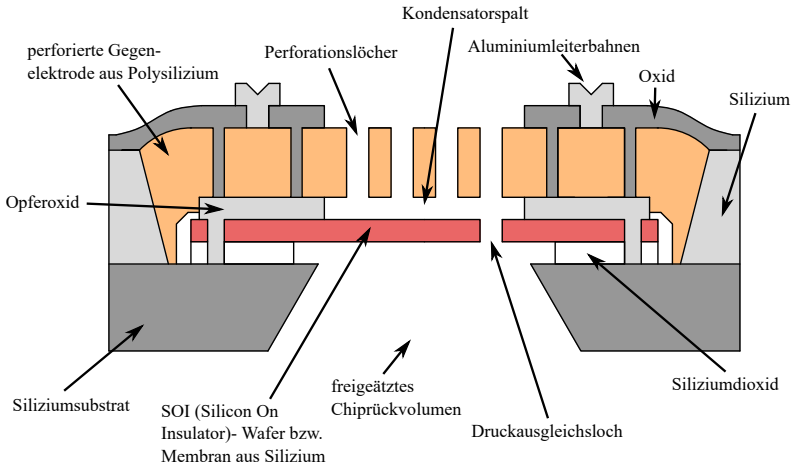


Abbildung 4.3: Aufbau des kapazitiven MEMS-Mikrofons (in Anlehnung an [Fue04])

Wie in Abb. 4.3 zu sehen, besteht der äußere Aufbau aus unterschiedlichen Elementen aus Silizium, Siliziumnitrid, Silizium-Substrat, Siliziumdioxid und Oxid. Diese Elemente dienen als Grenzschichten für verschiedene Ätzprozesse und Abstandhalter während der Fertigung. Das zentrale Kondensatorgefüge besteht aus dem SOI (Silicon On Insulator)-Wafer als Membran aus Silizium und der perforierten Gegenelektrode aus Polysilizium. Bei den Perforationslöchern wird aufgrund des funktionellen Unterschieds bei der folgenden analytischen Beschreibung zwischen denen, die direkt über dem Druckausgleichsloch der Membran liegen und denen über der geschlossenen Membranfläche unterschieden.

Bei der Modellierung der physikalischen Wechselwirkungen auf Basis eines elektrischen Netzwerkmodells kann das MEMS-Mikrofon in fünf Bereiche unterteilt werden (vgl. Abb. 4.4):

### 1. Eingangsbereich

Der Schalldruck dringt in das Gehäuse durch eine Öffnung. Solche beidseitig offenen Rohrelemente werden in der Akustik als ein akustisches Massenelement beschrieben [LSW09]. Wenn die Rohrlänge klein ist im Vergleich zur betrachteten Wellenlänge, so kann die Kompressibilität der Luft im kurzen Rohrstück vernachlässigt werden und die akustische Masse, die durch den Schalldruck  $p$  mechanisch angeregt wird, der Masse der Luft im Rohr gleichgesetzt werden. Eine akustische Masse kann allgemein durch eine elektrische Induktivität  $M$  beschrieben werden. Die akustische Masse, die in der Öffnung der dünnen Gehäusewand bewegt wird, wird daher mit der Induktivität  $M_{\text{in}}$  modelliert. Weiterhin erfährt die Schwingung einen Strömungswiderstand  $R_{\text{in}}$  in der Öffnung. Nach der Öffnung pflanzt sich der Schall zunächst durch das freigeätzte Chiprückvolumen fort. Dabei kann die Kompression und Expansion der Luft wie die Belastung einer Feder beschrieben werden. Die Nachgiebigkeit (= Kehrwert der Federkonstante) dieses Hohlraum wird als die elektrische Kapazität (= mechanische Steifigkeit)  $C_{\text{in}}$  modelliert.

### 2. Membranbereich

Nach dem sich die Schwingung durch das Chiprückvolumen ausgebreitet hat, trifft sie auf die Membran. Der Schalldruck  $p$  beschleunigt die Gesamtmasse der Membran mit einer Fläche  $A_{\text{m}}$  durch die Kraft  $F$ . Die Gesamtmasse der Membran lässt sich in die dynamische, akustische Masse  $M_{\text{m}}$ , die sich antizyklisch zum Schalldruck verhält, und den Massenanteil der Strahlungsimpedanz  $M_{\text{rad}}$ , der sich zyklisch zum Schalldruck verhält, aufteilen. Die Rückstellkraft, die durch die Biegung der am Rand eingespannten Membran entsteht, kann durch die Kapazität  $C_{\text{a}}$  berücksichtigt werden. Da das Druckausgleichsloch der dünnen Membran keine große Länge im Vergleich zu seinem Durchmesser aufweist, kann die akustische Masse (bzw. Induktivität) und der akustische Strömungswiderstand vernachlässigt werden.

### 3. Kondensatorspalt

Die Membran und die perforierte Gegenelektrode bilden gemeinsam einen Kondensator. Der Spalt zwischen den beiden Elementen ist gefüllt mit einem Luftpolster. Durch die schalldruckabhängige Bewegung der Membran findet eine Kompression des Luftpolsters statt, die durch die Luftpolsterkapazität  $C_{\text{gap}}$  abgebildet wird. Zu berücksichtigen ist jedoch, dass die seitliche

Strömung der Luft zu den Perforationslöchern mit der Kompression des Luftpolsters konkurriert. Die seitliche Strömung wird daher mit dem Widerstand  $R_{\text{gap}}$  modelliert.

#### 4. Perforierte Gegenelektrode

Die perforierte Gegenelektrode wird durch den anliegenden Schalldruck ebenfalls zur Schwingung angeregt. Die Eigenbewegung und die dazugehörige Rückstellkraft wird daher mit der akustischen Masse  $M_{\text{bp}}$  und der Kapazität  $C_{\text{bp}}$  beschrieben. Wie bereits erwähnt, werden die Perforationslöcher der Gegenelektrode, durch die die Luft aus dem Kondensatorspalt in das abgeschlossene Rückvolumen des Gehäuses strömen kann, bei der Modellierung in zwei Gruppen eingeteilt. Während die akustische Masse und der Strömungswiderstand der Perforationslöcher über dem Druckausgleichsloch mit der Induktivität  $M_{\text{vent}}$  und dem Widerstand  $R_{\text{vent}}$  berücksichtigt sind, werden die von der Membran abgeschirmten Perforationslöcher mit der Induktivität  $M_{\text{p}}$  und dem Widerstand  $R_{\text{p}}$  beschrieben.

#### 5. Gehäuse

Der Schalldruck, der durch die Gehäuseöffnung eindringt, führt zu Strömungen zwischen dem Kondensatorspalt und dem abgeschlossenen Rückvolumen des Gehäuses. Die dadurch entstehende Kompression bzw. Expansion der Luft im Hohlraum wird durch die Hohlraumnachgiebigkeit  $C_{\text{V}}$  berücksichtigt.

Die Mikrofon-Nachgiebigkeit kann durch den Druck an der Membran  $p_{\text{m}}$  und der Gegenelektrode  $p_{\text{bp}}$  unter Berücksichtigung von der akustischen Nachgiebigkeit der Membran  $C_{\text{a}}$ , der Membranfläche  $A_{\text{m}}$ , der akustischen Nachgiebigkeit der Rückseitenplatte  $C_{\text{bp}}$ , der Fläche der Rückseitenplatte  $A_{\text{bp}}$  und des Schalldrucks  $p$  beschrieben werden mit

$$C_{\text{Mikrofon}} \equiv \frac{x_{\text{m}} - x_{\text{bp}}}{p} = \frac{\frac{q_{\text{m}}}{A_{\text{m}}} - \frac{q_{\text{bp}}}{A_{\text{bp}}}}{j \omega p} = \left( \frac{C_{\text{a}} p_{\text{m}}}{A_{\text{m}}} - \frac{C_{\text{bp}} p_{\text{bp}}}{A_{\text{bp}}} \right) \frac{1}{p}. \quad (4.20)$$

Da die Gegenelektrode eine enorme Steifheit aufweist und stark perforiert ist, kann angenommen werden, dass die Gegenelektrode durch den Druck  $p_{\text{bp}}$ , der an ihr anliegt, nicht im bedeutenden Maße angeregt wird und somit

$$p_{\text{bp}} = 0 \quad (4.21)$$

gilt.

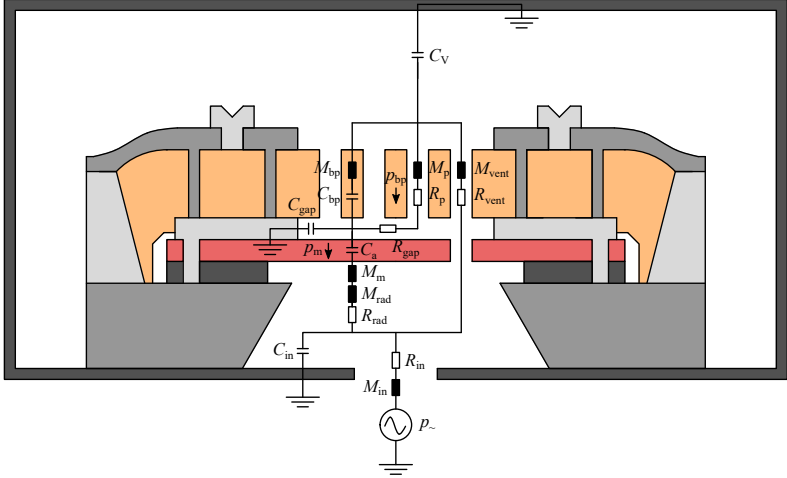


Abbildung 4.4: Netzwerkmodell eines kapazitiven MEMS-Mikrofons (in Anlehnung an [Fue04])

Der Druck an der Membran kann durch die analytische Beschreibung des elektrischen Netzwerkes aus 4.4 und das Umstellen der Gleichung unter Berücksichtigung des Schalldrucks  $p$ , der akustischen Nachgiebigkeit der Membran  $C_a$ , der akustischen Nachgiebigkeit des Gehäusehohlraums  $C_v$ , der imaginären Einheit  $i$ , der Kreisfrequenz  $\omega$ , des akustischen Widerstands der Querströmung im Kondensatorspalt  $R_{\text{gap}}$ , des Strömungswiderstand durch die Perforationslöcher  $R_p$ , der Massenbelastung der Strahlungsimpedanz  $M_{\text{rad}}$ , der dynamischen Masse der Membran  $M_m$ , des Strömungswiderstands im Ventilationspfad  $R_{\text{vent}}$  und der akustischen Masse der Gehäuseöffnung  $M_{\text{in}}$  als

$$p_m = p \frac{C_a^{-1}}{\left( \frac{1}{C_a} + i \omega (R_{\text{gap}} + R_p) - \omega^2 (M_{\text{rad}} + M_m) \right) \left( 1 + \frac{1}{i \omega C_v R_{\text{vent}}} \right)} \cdot \frac{1}{\frac{1}{C_v} - \omega^2 M_{\text{in}}} \quad (4.22)$$

beschrieben werden.

Das analytische Modell des gesamten Sensorsystems setzt sich nach [Fue04] aus den Teilsystemen mechanisches Mikrofonmodell, elektroakustischer Wandler, DC-Schaltung und Impedanzwandler zusammen (vgl. Abb. 4.5). Als Impedanzwandler sei beispielhaft im Folgenden ein Sperrschicht-Feldeffekttransistor angenommen.

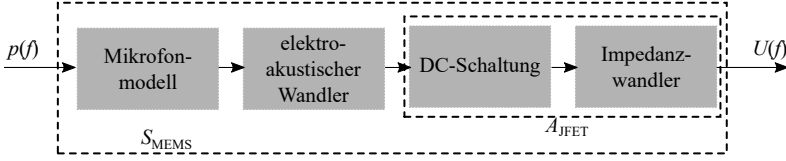


Abbildung 4.5: Struktur des analytischen MEMS-Mikrofon-Modells (in Anlehnung an [Fue04])

Die Empfindlichkeit bzw. Übertragungsfunktion des Gesamtsystem ist frequenzabhängig und kann unter Berücksichtigung der Mikrofon-Nachgiebigkeit  $C_{\text{Mikrofon}}$ , der Vorspannung an der Mikrofonkapazität  $U_0$ , der Kondensatorspaltabstand in Ruhelage  $x_{\text{MEMS}}$ , der aktiven Mikrofon-Kapazität bzw. Ruhekapazität des Mikrofon  $C_0$ , der Gesamtkapazität (Summe aus Mikrofonkapazität, Randkapazität der Membranaufhängung, Sperrschichtkapazität im Feldeffekt-Transistor, etc.)  $C_{\text{ges}}$ , der Schallfrequenz  $f$ , des hochohmigen Ladewiderstandes (zur Aufladung der Mikrofonkapazität)  $R_g$  und der Spannungsverstärkung des Impedanzwandlers mit einem Sperrschicht-Feldeffekttransistor, genauer Junction Field-Effect Transistor  $A_{\text{JFET}}$  mit

$$S_{\text{MEMS}}(f) = \frac{U(f)}{p(f)} = -C_{\text{Mikrofon}} \cdot \frac{U_0}{x_{\text{MEMS}}} \cdot \frac{C_0}{C_{\text{ges}}} \cdot \frac{2 \pi f R_g C_{\text{ges}}}{\sqrt{1 + (2 \pi f R_g C_{\text{ges}})^2}} \cdot A_{\text{JFET}} \quad (4.23)$$

wobei die Ruhekapazität des Mikrofon  $C_0$  bei einer kreisförmigen Membran unter Berücksichtigung der Dielektrizitätskonstante von Luft  $\varepsilon_0$ , dem Widerstand  $R$ , des Kondensatorspaltabstand in Ruhelage  $x_{\text{MEMS}}$ , der elektrostatischen Membranauslenkung  $x'_{\text{MEMS}}$ , des Radius des Perforationslochs  $r_h$ , der Perforationsflächendichte  $\rho_h$  mit

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 R^2 \pi}{x_{\text{MEMS}} - x'_{\text{MEMS}}} \left( 1 - \frac{r_h^2 \rho_h}{(r_h + x_{\text{MEMS}})^2} \right), \quad (4.24)$$

die Gesamtkapazität  $C_{\text{ges}}$  unter Berücksichtigung von Mikrofonkapazität  $C_{\text{Mikrofon}}$ , parasitäre Randkapazität der Membranaufhängung  $C_p$ , Sperrschichtkapazität im Feldeffekt-Transistor der pn-Übergänge im Arbeitspunkt  $C_{\text{gs}}$  und  $C_{\text{gd}}$  mit

$$C_{\text{ges}} = C_{\text{Mikrofon}} + C_p + C_{\text{gs}} + C_{\text{gd}} \quad (4.25)$$

und die Spannungsverstärkung des Impedanzwandlers mit einem Sperrschicht-Feldeffekttransistors unter Berücksichtigung von des Lastwiderstands  $R_s$ , der Tran-



stistorsteilheit  $g_m$ , der imaginären Einheit  $i$ , der Kreisfrequenz  $\omega$  und der Sperrschichtkapazität Gate-Source  $C_{gs}$  mit

$$A_{\text{JFET}} = \left| \frac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}} \right| = \left| \frac{R_s g_m + i \omega R_s C_{gs}}{1 + R_s g_m + i \omega R_s C_{gs}} \right| \quad (4.26)$$

berechnet werden.

### Fazit:

Aus der Modellierung des kapazitiven MEMS-Mikrofons gehen die physikalischen Größen hervor, die die elektroakustischen Eigenschaften des Teilsystems bestimmen ( $p$ ,  $C_a$ ,  $A_m$ ,  $C_{bp}$ ,  $A_{bp}$ ,  $C_V$ ,  $\omega$  bzw.  $f$ ,  $R_{\text{gap}}$ ,  $R_p$ ,  $M_{\text{rad}}$ ,  $M_m$ ,  $R_{\text{vent}}$ ,  $M_{\text{in}}$ ,  $C_{\text{Mikrofon}}$ ,  $U_0$ ,  $R_g$ ,  $\varepsilon_0$ ,  $R$ ,  $x_{\text{MEMS}}$ ,  $x'_{\text{MEMS}}$ ,  $r_h$ ,  $\rho_h$ ,  $C_p$ ,  $C_{gs}$ ,  $C_{gd}$ ,  $R_s$ ,  $g_m$  und  $C_{gs}$ ). Analog zum Schlagwerk zeigt sich auch hier, dass die Fertigungstoleranzen des Mikrofons und des Gehäuses als potentielle Einflussfaktoren gesehen werden können. Die dominante Einflussgröße ist der Schalldruck  $p$  der Impulsantwort, die durch die Anregungskraft  $F_{\text{Silo}}$  induziert wird. Die Umwelt kann in Form der Dielektrizitätskonstante der Luft  $\varepsilon_0$  einen Einfluss haben. Da diese Größe aber als näherungsweise konstant für die voraussichtlichen Einsatzbedingungen gesehen werden kann, stellt die Umwelt für das Mikrofon keine dominante Einflussgröße dar. Bei diesem Modell ist kritisch anzumerken, dass die exakte Modellierung eines spezifischen, kapazitiven MEMS-Mikrofons eine Herausforderung darstellt, weil die oben erwähnten elektroakustischen Größen ( $U_{E,0}$ ,  $n_{\text{DCDC}}$ ,  $C_{\text{ges}}$ , ...) i.d.R. nicht bekannt sind und unter erheblichen Aufwand experimentell ermittelt oder geschätzt werden müssen.

### Potentielle Einflussgrößen:

- Variation der Anregungsenergie
  - simulative Untersuchung in Unterkap. 5.2.5
  - experimentelle Untersuchung in Unterkap. 6.3.1
- Fertigungstoleranzen der Komponenten
  - experimentelle Untersuchung in Unterkap. 6.3.2

### 4.3 Modellierung des Schüttguts

Da Schüttgüter, im Gegensatz zu Newton'schen Fluiden, auch im Ruhezustand Scherkräfte übertragen können, ist die Berechnung der Spannungsverteilung in Schüttgütern wesentlich komplexer. Die Spannungsverteilung im Zylinderelement unterscheidet sich stark von der Spannungsverteilung im Trichter. Weiterhin muss berücksichtigt werden, ob der Trichter im sogenannten Füllzustand oder im Entleerungszustand ist. Ziel dieses Unterkapitels ist die Modellierung der Spannungsverteilung im Zylinderelement, im Trichterelement während des Füllzustands und im Trichterelement während des Entleerungszustands. Hierzu wird gemäß dem Vorschlag von Schulze [Sch14] das Schüttgut im Zylinderelement nach Janssen [Jan95], im Trichterelement während des Füllzustands nach Schulze [Sch91] basierend auf den Arbeiten von Motzkus [Mot74] und Walters [Wal66][Wal67] sowie im Trichterelement während des Entleerungszustands nach Schulze [Sch91] basierend auf den Arbeiten von Enstad [Ens81], Arnold [AMR82] und Walker [Sch91] modelliert.

#### 4.3.1 Spannung im Zylinder

Das üblicherweise verwendete Modell zur Beschreibung der Spannungsverteilung in Schüttgutsilos ist das infinitesimale Dünnscheibenmodell, dargestellt in Abb. 4.6.

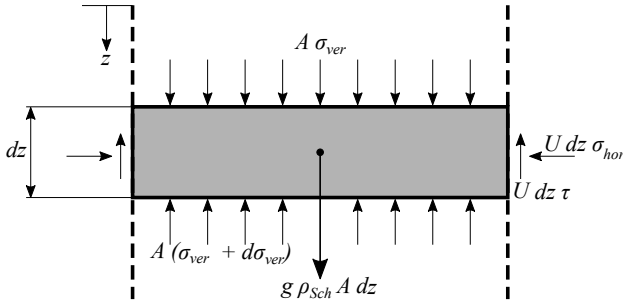


Abbildung 4.6: Dünnscheibenmodell, welches bei der Untersuchung der Spannungszustände im zylindrischen Teil des Schüttgutsilos herangezogen wird (in Anlehnung an [Sch14])

Die Scheibe hat eine infinitesimal kleine Dicke  $dz$ , eine konstante Dichte  $\rho_{Sch}$  und eine konstante Querschnittsfläche  $A$ . An diesem Scheibenelement liegt in vertika-

ler Richtung durch das von oben angrenzende Scheibenelemente eine Vertikalspannung  $\sigma_{\text{ver}}$  und durch das von unten angrenzende Scheibenelement die Vertikalspannung  $\sigma_{\text{ver}} + d\sigma_{\text{ver}}$  an. Entlang der horizontalen, äußeren Kante des Scheibenmodells mit dem Umfang  $U$  ist die Scheibe im direkten Kontakt mit der Innenseite der Silowand. Aufgrund der Reibung liegt also eine Schubspannung  $\tau$  über die gesamte Umfangsfläche des Scheibenelements  $U dz$  an. Bei diesem Modell werden demnach folgende, vier Kräfte berücksichtigt:

- die vertikale Kraft an der oberen Außenfläche  $A \sigma_{\text{ver}}$ ,
- die vertikale Kraft an der unteren Außenfläche  $A(\sigma_{\text{ver}} + d\sigma_{\text{ver}})$ ,
- die vertikale Kraft an der Umfangsfläche  $\tau U dz$  und
- die Gewichtskraft des Scheibenelements  $g \rho_{\text{Sch}} A dz$ .

So kann das Kräftegleichgewicht

$$\sum F_z = 0 = A \sigma_{\text{ver}} - A(\sigma_{\text{ver}} + d\sigma_{\text{ver}}) - \tau U dz + g \rho_{\text{Sch}} A dz. \quad (4.27)$$

aufgestellt werden.

Diese Gleichung kann zu

$$\frac{d\sigma_{\text{ver}}}{dz} = -\frac{\tau U}{A} + g \rho_{\text{Sch}}. \quad (4.28)$$

umgestellt werden. Die Scherspannung  $\tau$  kann mit

$$\tau = \sigma_{\text{Wand}} \tan\varphi_x. \quad (4.29)$$

durch den geometrischen Wandreibungswinkel  $\varphi_x$  beschrieben werden. Weiterhin kann die Wandspannung  $\sigma_{\text{Wand}}$  durch das Spannungsverhältnis  $K$ , welches bspw. der Norm DIN EN 1991-4 [DIN1991] zu entnehmen ist, berechnet werden (vgl. Gl. 2.13). Daher kann die Gleichung 4.28 zu

$$\frac{d\sigma_{\text{ver}}}{dz} + \frac{\sigma_{\text{ver}} K U \tan\varphi_x}{A} = g\rho_{\text{Sch}} \quad (4.30)$$

umgeformt werden. Diese Differentialgleichung kann durch

$$\sigma_{\text{ver}} = \frac{g \rho_{\text{Sch}} A}{K U \tan\varphi_x} + \left( \sigma_{\text{vert},0} - \frac{g \rho_{\text{Sch}} A}{K U \tan\varphi_x} \right) \cdot e^{-\frac{K U \tan\varphi_x z}{A}} \quad (4.31)$$

gelöst werden, wobei  $z$  die Tiefenkoordinate im Schüttgut ist (vgl. Abb. 4.6) und  $\sigma_{\text{ver},0}$  die Vertikalspannung auf der Materialoberfläche ( $z = 0$ ). Mit 2.13 und 4.29 kann die Gleichung 4.31 umgeschrieben werden, um mit

$$\sigma_{\text{Wand}} = \frac{g \rho_{\text{Sch}} A}{U \tan \varphi_x} + \left( K \sigma_{\text{ver},0} - \frac{g \rho_{\text{Sch}} A}{U \tan \varphi_x} \right) \cdot e^{-\frac{K U \tan \varphi_x}{A} z} \quad (4.32)$$

die Wandspannung  $\sigma_{\text{ver}}$  und mit

$$\tau = \frac{g \rho_{\text{Sch}} A}{U} + \left( K \sigma_{\text{ver},0} \tan \varphi_x - \frac{g \rho_{\text{Sch}} A}{U} \right) \cdot e^{-\frac{K U \tan \varphi_x}{A} z} \quad (4.33)$$

die Schubspannung  $\tau$  zu beschreiben.

### 4.3.2 Spannung im Trichter während des Füllzustands

Um die Spannung im Trichter analytisch zu ermitteln, kann ein Scheibenmodell, ähnlich wie in Abb. 4.6, verwendet werden. Der Grund für die getrennte Berechnung der Spannung im Zylinder und der Spannung im Trichter liegt an der konischen Form der Seitenwände. Der Winkel zwischen der schrägen Trichterwand und der Vertikalen wird mit  $\Theta_{\text{Silo}}$  bezeichnet (vgl. Abb. 4.7). Aufgrund dieser Geometrie entspricht die Vertikalkraft auf der umfänglichen Oberfläche der Superposition aus dem vertikalen Anteil der schrägen Normalkraft  $\sigma_{\text{Wand}} dA_M \sin(\Theta_{\text{Silo}})$  und dem vertikalen Anteil der schrägen Scherkraft  $\tau_{\text{Wand}} dA_M \cos(\Theta_{\text{Silo}})$ .

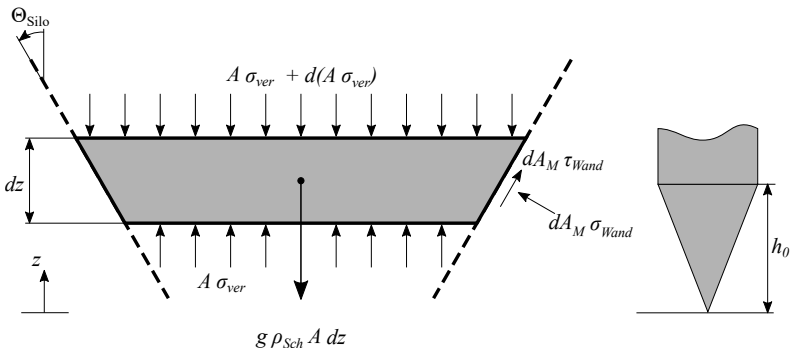


Abbildung 4.7: Dünnscheibenmodell, welches bei der Untersuchung der Spannungszustände im trichterförmigen Teil des Schüttgutsilos herangezogen wird (in Anlehnung an [Sch14])

Wie in Abb. 4.7 dargestellt, werden die folgenden vier Kräfte bei diesem Modell berücksichtigt:

- die vertikale Kraft an der oberen Außenfläche  $A \sigma_{\text{ver}} + d(A \sigma_{\text{ver}})$ ,
- die vertikale Kraft an der unteren Außenfläche  $A \sigma_{\text{ver}}$ ,
- die vertikale Kraft an der Umfangsfläche  $dA_M \sin(\Theta_{\text{Silo}}) \sigma_{\text{Wand}} + dA_M \cos(\Theta_{\text{Silo}}) \tau_{\text{Wand}}$  und
- die Gewichtskraft des Scheibenelements  $g \rho_{\text{Sch}} A dz$ .

So kann das Kräftegleichgewicht

$$g \rho_{\text{Sch}} A dz + A \sigma_{\text{ver}} + d(A \sigma_{\text{ver}}) = A \sigma_{\text{ver}} + dA_M \sin(\Theta_{\text{Silo}}) \sigma_{\text{Wand}} + dA_M \cos(\Theta_{\text{Silo}}) \tau_{\text{Wand}} \quad (4.34)$$

aufgestellt werden. Diese Gleichung kann zu

$$d(A \sigma_{\text{ver}}) - dA_M (\sigma_{\text{Wand}} \sin(\Theta_{\text{Silo}}) + \tau_{\text{Wand}} \cos(\Theta_{\text{Silo}})) = -g \rho_{\text{Sch}} A dz \quad (4.35)$$

vereinfacht werden.  $dA_M$  entspricht der Mantelfläche des Scheibenmodells und kann mit dem durchschnittlichen Umfang des Scheibenmodells  $U$  berechnet werden:

$$dA_M = \frac{U dz}{\cos(\Theta_{\text{Silo}})}. \quad (4.36)$$

Die Beziehung zwischen der Normalspannung  $\sigma_{\text{Wand}}$  und der Schubspannung  $\tau_{\text{Wand}}$  sei analog zu Gl. 4.29 ebenfalls durch den Wandreibungswinkel  $\varphi_x$  mit

$$\varphi_x = \arctan\left(\frac{\tau_{\text{Wand}}}{\sigma_{\text{Wand}}}\right). \quad (4.37)$$

beschrieben. Die Querschnittsfläche des Scheibenelements  $A$  eines konischen Trichters kann mit

$$A = \pi [z \tan(\Theta_{\text{Silo}})]^2 \quad (4.38)$$

berechnet werden. Weiterhin gelte analog zu Gleichung 2.13 ein

$$K = \frac{\sigma_{\text{Wand}}}{\sigma_{\text{ver}}} \quad (4.39)$$

für die Beziehung zwischen der Spannung an der Trichterwand  $\sigma_{\text{Wand}}$  und Verti-

kalspannung  $\sigma_{\text{ver}}$ . Somit kann Gl. 4.35 in die lineare Differentialgleichung

$$\frac{d\sigma_{\text{ver}}}{dz} - \frac{\sigma_{\text{ver}}}{z} 2 \left[ K \left( 1 + \frac{\tan(\varphi_x)}{\tan\Theta_{\text{Silo}}} \right) - 1 \right] = -g\rho_{\text{Sch}} \quad (4.40)$$

überführt werden. Während bei der Berechnung der Spannungszustände im Zylinder-element das Spannungsverhältnis  $K$  aus Erfahrungswerten bekannt ist, muss bei der Berechnung der Spannungszustände im Trichterelement aufgrund des variablen Trichterneigungswinkels  $\Theta_{\text{Silo}}$  ein geometrieabhängiges  $K$  berechnet werden. Hierfür wird die Kenntnis des effektiven Winkels der inneren Reibung  $\varphi_e$  z. B. aus der Norm DIN EN 1991-4 [DIN1991] vorausgesetzt. Mit  $\varphi_e$  können nun die Zwischenwerte  $\lambda_{iF}$  mit

$$\lambda_{iF} = \frac{1 - \sin(\varphi_x)^2 - \sqrt{(1 - \sin(\varphi_x)^2) \cdot (\sin(\varphi_e)^2 - \sin(\varphi_x)^2)}}{1 + \sin(\varphi_x)^2 + \sqrt{(1 - \sin(\varphi_x)^2) \cdot (\sin(\varphi_e)^2 - \sin(\varphi_x)^2)}}, \quad (4.41)$$

$\mu_{iF}$  mit

$$\mu_{iF} = \tan(\varphi_x), \quad (4.42)$$

$\lambda_F$  mit

$$\lambda_F = \frac{\tan(90^\circ - \Theta_{\text{Silo}}) - \mu_{iF}}{\tan(90^\circ - \Theta_{\text{Silo}}) [1 + \mu_{iF} \tan(90^\circ - \Theta_{\text{Silo}})]} - \frac{\mu_{iF} \lambda_{iF} \{1 + \mu_{iF}^2 - [\tan(90^\circ - \Theta_{\text{Silo}}) - \mu_{iF}]^2\}}{\tan(90^\circ - \Theta_{\text{Silo}}) [1 + \mu_{iF} \tan(90^\circ - \Theta_{\text{Silo}})]} \quad (4.43)$$

und  $\mu_F$  mit

$$\mu_F = \mu_{iF} \frac{\lambda_{iF}}{\lambda_F} \quad (4.44)$$

berechnet werden. Anhand von  $\lambda_{iF}$ ,  $\mu_{iF}$ ,  $\lambda_F$  und  $\mu_F$  kann nun das Spannungsverhältnis  $K$  berechnet werden. Bei der Berechnung muss jedoch aufgrund unterschiedlicher Wandfließzustände („Gleitbruch an der Trichterwand“ bei steilen Trichtern und „Materialbruch“ bei flachen Trichtern) die Geometrie des Trichters berücksichtigt werden. Zur Abgrenzung kann ein Schwellwert für den Trichterneigungswinkel  $\Theta_F$  mit

$$\Theta_F = 90^\circ - \arcsin\left(\frac{\sin(\varphi_x)}{\sin(\varphi_e)}\right) \quad (4.45)$$

berechnet werden. Nun gilt für das Spannungsverhältnis  $K$  im Trichter während

des Füllzustand

$$K = \begin{cases} \frac{1+\lambda_F}{2} - \frac{1-\lambda_F}{2} \cos(2\Theta_{\text{Silo}}) + \mu_F \lambda_F \sin(2\Theta_{\text{Silo}}) & : \Theta_{\text{Silo}} < \Theta_F \\ \frac{1+\lambda_{iF}}{2} - \frac{1-\lambda_{iF}}{2} \cos(2\Theta_{\text{Silo}}) + \mu_{iF} \lambda_{iF} \sin(2\Theta_{\text{Silo}}) & : \Theta_{\text{Silo}} > \Theta_F \end{cases} \quad (4.46)$$

und für den Term  $n$

$$n = \begin{cases} (m+1) \mu_F \lambda_F \tan(90^\circ - \Theta_{\text{Silo}}) & : \Theta_{\text{Silo}} < \Theta_F \\ (m+1) \mu_{iF} \lambda_{iF} \tan(90^\circ - \Theta_{\text{Silo}}) & : \Theta_{\text{Silo}} > \Theta_F \end{cases} \quad (4.47)$$

$m$  ist ein Geometrieparameter, der für einen konischer Trichter als  $m = 1$  zu wählen ist ( $m = 0$  bei keilförmigen Trichter). Mit 4.47 kann nun die Vertikalspannung  $\sigma_{\text{ver}}$  mit

$$\sigma_{\text{ver}} = \begin{cases} \frac{g \rho_{\text{Sch}} z}{n-1} + \left[ \sigma_{\text{ver},0} - \frac{g \rho_{\text{Sch}} h_0}{n-1} \right] \cdot \left( \frac{z}{h_0} \right)^n & : n \neq 1 \\ \sigma_{\text{ver},0} \frac{z}{h_0} + g \rho_{\text{Sch}} z \ln\left(\frac{h_0}{z}\right) & : n = 1 \end{cases} \quad (4.48)$$

berechnet werden. Mit 4.46 kann aus der Vertikalspannung  $\sigma_{\text{ver}}$  die Spannungsbelastung auf den Trichterwänden mit Gl. 4.39 und die Scherbelastung mit Gl. 4.37 ermittelt werden.

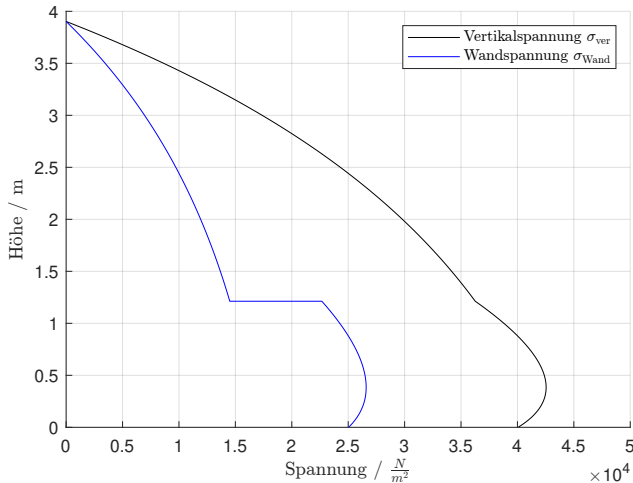


Abbildung 4.8: Spannungsverteilung in einem Silo während des Füllzustands

Beispielhaft ist in Abb. 4.8 die Vertikal- und Wandspannungsverteilung  $\sigma_{\text{ver}}, \sigma_{\text{Wand}}$  in einem Silo während des Füllzustands bei einer Zylinderhöhe von  $h_{\text{Silo}} = 2690$

mm, einem Durchmesser des Zylinderelements von  $D_{\text{Silo}} = 2000$  mm, einem Durchmesser der Auslauföffnung von  $d_{\text{Silo}} = 600$  mm, einem Trichterneigungswinkel von  $\Theta_{\text{Silo}} = 30^\circ$ , eine Schüttgutdichte von  $\rho_{\text{Sch}} = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , einer Anfangsspannung von  $\sigma_{\text{ver},0} = 0$  Pa, einem Wandreibungswinkel von  $\varphi_x = 30^\circ$  und einem effektiven Winkel der inneren Reibung von  $\varphi_e = 40^\circ$  gegeben. Die Wandspannung  $\sigma_{\text{Wand}}$  im Zylinderbereich wird dabei als Wandspannung  $\sigma_{\text{Wand}}$  bezeichnet.

### 4.3.3 Spannung im Trichter während des Entleerungszustands

Bei der Berechnung der Spannungsverteilung im Trichter während des Entleerungszustands werden abgesehen von den Zwischenwerte  $\lambda_{iF}$ ,  $\mu_{iF}$ ,  $\lambda_F$  und  $\mu_F$  noch die weiteren Hilfsternme

$$\beta = \frac{1}{2} \left[ \varphi_x + \arcsin \left( \frac{\sin(\varphi_x)}{\sin(\varphi_e)} \right) \right], \quad (4.49)$$

mit

$$X = \frac{2^m \sin(\varphi_e)}{1 - \sin(\varphi_e)} \left[ \frac{\sin(2\beta + \Theta_{\text{Silo}})}{\sin(\Theta_{\text{Silo}})} + 1 \right] \quad (4.50)$$

und

$$Y = \frac{\{2[1 - \cos(\beta + \Theta_{\text{Silo}})]\}^m \cdot (\beta + \Theta_{\text{Silo}})^{1-m} \sin(\Theta_{\text{Silo}})}{(1 - \sin(\varphi_e)) \cdot [\sin(\beta + \Theta_{\text{Silo}})]^{2+m}} + \frac{\sin\{\beta[\sin(\beta + \Theta_{\text{Silo}})]^{1+m}\}}{(1 - \sin(\varphi_e)) \cdot [\sin(\beta + \Theta_{\text{Silo}})]^{2+m}} \quad (4.51)$$

definiert. Außerdem wird das maximale Spannungsverhältnis  $K_{\text{max}}$  berechnet. Hierzu sind die Wandspannung am Auslauf  $\sigma_{\text{Wand,Aus}}$  mit

$$\sigma_{\text{Wand,Aus}} = g \rho_{\text{Sch}} \frac{d_{\text{Silo}}}{2} \frac{Y [1 + \sin(\varphi_e) \cos(2\beta)]}{2(X-1) \sin(\Theta_{\text{Silo}})}, \quad (4.52)$$

wobei  $d_{\text{Silo}}$  dem Durchmesser am Auslauf entspricht, und die Vertikalspannung am Auslauf  $\sigma_{\text{ver,Aus}}$  mit

$$\sigma_{\text{ver,Aus}} = \frac{4^m}{3} \frac{1}{4 \tan(\Theta_{\text{Silo}})} \left[ \frac{2\sigma_{\text{Wand,Aus}} (\tan(\Theta_{\text{Silo}}) + \tan(\varphi_x))}{g \rho_{\text{Sch}} a} - \frac{1}{1+m} \right] \quad (4.53)$$

zu berechnen. Anschließend kann  $K_{\text{max}}$  mit

$$K_{\text{max}} = \frac{\sigma_{\text{Wand,Aus}}}{\sigma_{\text{ver,Aus}}} \quad (4.54)$$



bestimmt werden. Wird der Term  $n$  mit

$$n = (m + 1) \left\{ K \left[ 1 + \frac{\tan(\varphi_x)}{\tan(\Theta_{\text{Silo}})} \right] - 1 \right\} \quad (4.55)$$

berechnet, so kann die Vertikalspannung im gesamten Trichterbereich während des Entleerungszustands mit

$$\sigma_{\text{ver}} = \begin{cases} \frac{g \rho_{\text{Sch}} z}{n-1} + \left[ \sigma_{\text{ver},0} - \frac{g \rho_{\text{Sch}} h_0}{n-1} \right] \cdot \left( \frac{z}{h_0} \right)^n & : n \neq 1 \\ \sigma_{\text{ver},0} \frac{z}{h_0} + g \rho_{\text{Sch}} z \ln \left( \frac{h_0}{z} \right) & : n = 1 \end{cases} \quad (4.56)$$

beschrieben werden. Die Wandspannung  $\sigma_{\text{Wand}}$  ergibt sich durch 4.54 und die Scherspannung entlang der Wand  $\tau_{\text{Wand}}$  mit 4.37.

Beispielhaft ist in Abb. 4.9 die Vertikal- und Wandspannungsverteilung  $\sigma_{\text{ver}}$ ,  $\sigma_{\text{Wand}}$  in einem Silo während des Entleerzustands bei einer Zylinderhöhe von  $h_{\text{Silo}} = 2690$  mm, einem Durchmesser des Zylinderelements von  $d_{\text{Silo}} = 2000$  mm, einem Durchmesser der Auslauföffnung von  $d_{\text{Silo}} = 600$  mm, einem Trichterneigungswinkel von  $\Theta_{\text{Silo}} = 30^\circ$ , eine Schüttgutdichte von  $\rho_{\text{Sch}} = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , einer Anfangsspannung von  $\sigma_{\text{ver},0} = 0$  Pa, einem Wandreibungswinkel von  $\varphi_x = 30^\circ$  und einem effektiven Winkel der inneren Reibung von  $\varphi_e = 40^\circ$  gegeben.

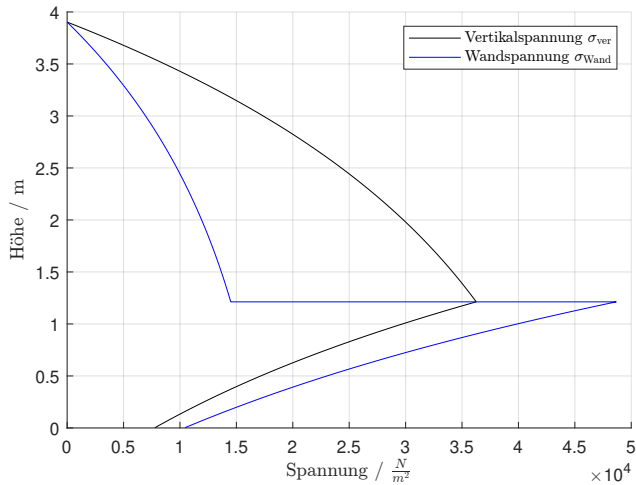


Abbildung 4.9: Spannungsverteilung in einem Silo während des Entleerungszustands

**Fazit:**

Aus der Modellierung des Schüttguts gehen die physikalischen Größen hervor, die die mechanischen Eigenschaften des Teilsystem bestimmen ( $g$ ,  $\rho_{\text{Sch}}$ ,  $A$ ,  $K$ ,  $U$ ,  $\varphi_x$ ,  $\sigma_{\text{ver},0}$ ,  $z$ ,  $\varphi_e$ ,  $\Theta_{\text{Silo}}$ ,  $m$ ,  $h_0$ ,  $d_{\text{Silo}}$ ). Es zeigt sich, dass die Silogeometrie, die Füllstandhöhe, die Dichte sowie die Reibeigenschaften des Schüttguts als potentielle Einflussfaktoren zu sehen sind. Da tribologische Effekte i.d.R. von äußerst komplexer Natur sind, werden diese im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht. Der Einfluss der Silogeometrie, der Füllstandhöhe und der Schüttgutedichte wird jedoch in den folgenden Kapiteln näher untersucht. Kritisch zu sehen ist, dass bei diesem Modell, die inhomogene Spannungsverteilung entlang der Horizontalen (vgl. Abb. 2.10) nicht abgebildet wird, sondern lediglich durch einen einzelnen Wert repräsentiert ist. Bei der simulativen und experimentellen Untersuchung wird die inhomogene Spannungsverteilung hingegen wieder berücksichtigt.

**Potentielle Einflussgrößen:**

- Variation der Silogeometrie
  - simulative Untersuchung in Unterkap. 5.2.6
- Variation der Füllstandhöhe
  - simulative Untersuchung in Unterkap. 5.3.2
  - experimentelle Untersuchung in Unterkap. 6.4
- Variation der Schüttgutedichte
  - simulative Untersuchung in Unterkap. 5.3.3

## 4.4 Modellierung des Luftschalls

Durch den Impulsstoß wird das Silo zur gedämpften Schwingung angeregt. Infolgedessen werden die Bewegungen der Siloaußenwand auf die benachbarten Teilchen der Luft übertragen. Von Teilchen zu Teilchen wird die Impulsantwort durch die Luft bis zum Mikrofon im FS transportiert. Das Schallfeld zwischen der Silooberfläche und dem FS ist vollständig beschrieben, wenn die drei akustischen Zustandsgrößen Schalldruck  $p$ , Schallschnelle  $\vec{v}$  und Schalldichte  $\rho_S$  definiert sind [Moe15] [LSW09]. Ziel der folgenden Untersuchung ist es, anhand eines bewährten analytischen Modells die Einflussgrößen auf das Übertragungsverhalten der Luft

zu identifizieren. Die detaillierte Herleitung der herangezogenen Modelle kann den im Folgenden genannten Quellen entnommen werden.

Die Grundlage für akustische Untersuchungen bilden die beiden Eulerschen Gleichungen sowie die Zustandsgleichung für ideal kompressible Medien aus der Hydrodynamik [LSW09]. Die erste Eulersche Gleichung ist die Bewegungsgleichung

$$\rho_S \frac{dv}{dt} + \text{grad } p = F \quad (4.57)$$

unter Berücksichtigung der Dichte  $\rho_S$ , der Schallschnelle  $\vec{v}$ , der Zeit  $t$ , des Schalldrucks  $p$  und der äußeren Kraft  $F$ . Die zweite Eulersche Gleichung bezieht sich auf die Bedingung der lokalen Massenerhaltung und somit auf die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\delta \rho_S}{\delta t} + \text{div}(\rho_S \vec{v}) = 0. \quad (4.58)$$

Die Zustandsgleichung ist definiert durch

$$\left( \frac{p}{p_0} \right) = \left( \frac{\rho_S}{\rho_0} \right)^\kappa \quad (4.59)$$

unter Berücksichtigung des Ruhedrucks  $p_0$ , der Referenzdichte  $\rho_0$  und des Isentropenexponenten  $\kappa$  [Moe15]. Der Isentropenexponent kann mit

$$\kappa = \frac{C_{m,p}}{C_{m,v}} \quad (4.60)$$

unter Berücksichtigung der molare Wärmekapazität bei konstantem Druck  $C_{m,p}$  und bei konstantem Volumen  $C_{m,v}$  ermittelt werden [Moe15]. Werden nun eine Reihe von Annahmen getroffen, die in [LSW09] erläutert sind, kann die Bewegungsgleichung aus 4.57 zu

$$\frac{\delta \vec{v}}{\delta t} + \frac{1}{\rho_0} \text{grad } p = \frac{1}{\rho_0} \vec{F}, \quad (4.61)$$

die Kontinuitätsgleichung aus Gl. 4.58 zu

$$\frac{\delta \rho_S}{\delta t} + \rho_0 \text{div } \vec{v} = 0 \quad (4.62)$$

und die Zustandsgleichung für Gase aus Gl. 4.59 mit einer Linearisierung durch Taylor-Reihenentwicklung zu

$$p = c^2 \rho_S \quad (4.63)$$

vereinfacht werden.  $c$  steht dabei für die Schallgeschwindigkeit, für die

$$c = \sqrt{\kappa \frac{p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\kappa \frac{R_{\text{uni}} T}{\mu_{\text{IG}}}} \quad (4.64)$$

unter Berücksichtigung der universellen Gaskonstante  $R_{\text{uni}}$ , der Temperatur  $T$  und des molekularen Gewichts des idealen Gases  $\mu_{\text{IG}}$  gilt [Moe15]. Die Gleichungen 4.61-4.63 sind die sogenannten **Grundgleichungen der Akustik**. Mithilfe weiterer Annahmen, die ebenfalls in [LSW09] erklärt sind, können diese mit dem Schnellepotential  $\Phi$  durch die Wellengleichung

$$\frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 \Phi}{\delta t^2} - \Delta \Phi = 0 \quad (4.65)$$

beschrieben werden [Moe15]. Die Gleichung 4.65 ist die Wellengleichung, die i. d. R. bei der analytischen Modellierung von akustischen Anwendungsfällen herangezogen wird. Die wellentheoretische Beschreibung eines spezifischen Problems liegt vor, wenn das dazugehörige, individuelle Schnellepotential  $\Phi$  unter Berücksichtigung der vorliegenden Anfangs- und Randbedingungen definiert ist [LSW09]. Ist das Schnellepotential  $\Phi$  definiert, so kann durch die Beziehungen

$$\vec{v} = -\text{grad } \Phi, \quad (4.66)$$

$$p = \rho_0 \frac{\delta \Phi}{\delta t} \quad (4.67)$$

und

$$\rho_{\text{S}} = \frac{\rho_0}{c^2} \frac{\delta^2 \Phi}{\delta t^2} \quad (4.68)$$

das Schallfeld durch alle drei akustischen Zustandsgrößen Schalldruck  $p$ , Schallschnelle  $\vec{v}$  und Schalldichte  $\rho_{\text{S}}$  vollständig beschrieben werden. Die Herausforderung bei der Modellierung von akustischen Problemen liegt also in der Lösung des Schnellepotentials  $\Phi$ . Die Lösung der partiellen Differentialgleichung 4.65 kann beispielsweise durch die D'Alembertschen Lösung

$$\Phi(x, y, z, t) = f_1(mx + ny + lz - ct) + f_2(mx + ny + lz + ct) \quad (4.69)$$

unter Berücksichtigung der Raumkoordinaten  $x, y, z$ , der Zeit  $t$  und den beiden zweifach differenzierbaren reellen Funktionen  $f_1$  und  $f_2$  mit

$$m^2 + n^2 + l^2 = 1 \quad (4.70)$$

erfolgen oder durch die geschlossene Lösung der von G. Kirchhoff hergeleiteten Integralgleichung

$$p(Q) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left( \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{\delta p}{\delta n} - p \frac{\delta}{\delta n} \frac{e^{-ikr}}{r} \right) dS \quad (4.71)$$

unter Berücksichtigung des beobachteten Aufpunktes  $Q$ , der kugelförmigen Hüllfläche des Schallfeldes  $S$ , der Wellenzahl  $k$ , der imaginären Einheit  $i$ , Abstand  $r$  zwischen dem Oberflächenelement  $dS$  und dem Aufpunkt  $Q$  und der Ableitung in Normalenrichtung  $\frac{\delta}{\delta n}$  erfolgen. Diese Integralgleichung ist äquivalent zu Gl. 4.65 [LSW09].

Für eine überschaubare Menge an einfachen Anwendungsfällen existieren allg. Lösungsansätze der eindimensionalen Wellengleichung aus 4.65 bzw. für die Integralgleichung aus 4.71. Sofern sich ein vorliegendes Problem durch eines dieser einfachen, gelösten Fälle hinreichend abbilden lässt, so kann die analytische Modellierung dieses Problems erfolgreich umgesetzt werden. Komplexere Anwendungsfälle können i. d. R. nicht analytisch beschrieben oder gelöst werden. Stattdessen kommen hierfür numerische Verfahren wie Finite Elemente zum Einsatz.

Im Falle des angeregten Silos handelt es sich um ein dreidimensionales Problem. Die Quelle des Luftschalls ist die Silomantelfläche, die den Anregungspunkt umgibt. Dabei breitet sich der gedämpfte Körperschall vom Anregungspunkt ausgehend in den gesamten Silokörper aus. Zur Veranschaulichung sei die gekrümmte Oberfläche des Silomantels in infinitesimal kleine Elemente unterteilt. Die umliegende Luft wird dann von jedem bewegten Element der Silooberfläche angeregt. Die instationäre Anregung kann für jedes Oberflächenelement hinsichtlich der Frequenz und der Amplitude variieren. Die Schwingung breitet sich vorwiegend in den freien Halbraum aus. Die Wellenfront, die auf das Silo trifft, wird zurück in den freien Halbraum reflektiert. Der FS stellt die Position im Schallfeld dar, an dem die akustischen Zustandsgrößen  $p$ ,  $\rho_S$  und  $v$  zu ermitteln sind. Dabei befindet sich der FS näherungsweise auf der Normalen, die ihren Ursprung im Anregungspunkt hat. Weiterhin sind lokale Versteifungen wie Schweißnähte und verbindende Streben zu berücksichtigen, durch die die Komplexität des akustischen Anwendungsfalles enorm erhöht.

Ein in der Akustik gängiges Modell, welches hinreichend gut untersucht ist und gewisse Ähnlichkeiten zum Silo-Anwendungsfall aufweist ist der Kolbenstrahler in einer ebenen Wand [LSW09] [Moe15]. Dieser wird beispielsweise zur Modellierung eines stationär betriebenen Lautsprechers verwendet. Dabei liegt eine kreisförmige,

starre Membran in einer unendlich ausgedehnten Wand. Während sich die Membran senkrecht zur Wand bewegt, verbleibt die Wand selbst vollständig in Ruhe.

Zwischen der vorliegenden Problemstellung, die sich aus dem Abstrahlverhalten eines Silos ergibt, und dem Modell des Kolbenstrahlers liegen wesentliche Unterschiede vor. Beispielsweise bewegt sich die Silowand mit einer gedämpften, instationären Schwingung während die Membran des Kolbenstrahlers mit einem stationären, harmonischen Signal angeregt wird. Entlang der Silomantelfläche variiert das Schwingverhalten jedes Oberflächenelements hinsichtlich Frequenz, Betrag und/oder Phase der Schallschnelle, während die Schnelle der Kolbenmembran über die gesamte Fläche  $A$  konstant ist. Weiterhin ist die Schallquelle im Realfall gekrümmt, während die Kolbenmembran ideal eben ist. Aufgrund dieser fundamentalen Unterschiede zwischen dem realen Anwendungsfall und dem Kolbenstrahler in ebener Wand ist dessen analytisches Modell nicht für eine hinreichende Beschreibung geeignet. Das Kolbenstrahlermodell ist nicht in der Lage die akustische Impulsantwort eines Silos, die vom FS erfasst wird, vollständig abzubilden.

*„In der Praxis vorkommende Schallfelder sind [...] in der Regel so kompliziert, dass sie einer exakten theoretischen Behandlung nicht zugänglich sind. Man bedient sich dann [...] einer stark vereinfachenden modellhaften Darstellung der realen Situation...“ [LSW09]*

Auch wenn das analytische Modell des Kolbenstrahlers in ebener Wand den vorliegenden Anwendungsfall nicht vollständig beschreiben kann, so kann es zumindest helfen die relevanten Einflussgrößen des FS-Konzeptes zu identifizieren und grundlegende physikalische Zusammenhänge zu verstehen. Daher wird im Folgenden trotz des hohen Abstraktionsgrades das stationäre Modell des Kolbenstrahlers in einer ebenen Wand betrachtet.

Die stationär schwingende Membran des Kolbenstrahlers in einer ebenen Wand kann durch ihre Schallschnelle  $v$  beispielhaft mit

$$v = v_0 \sin(\omega t), \quad (4.72)$$

wobei  $v_0$  der Schwingungsamplitude und  $\omega$  der Kreisfrequenz der Schwingung entspricht, beschrieben werden. Das Huygensche Prinzip, welches hier zum Tragen kommt, besagt, dass jeder Punkt im Schallfeld eine Superposition elementarer Kugelwellen darstellt und selbst ein Ausgangspunkt einer elementaren Kugelwelle ist. Entsprechend wird jedes infinitesimal kleines Membranflächenelement  $dA$

durch einen Elementarstrahler mit der Schallflussamplitude  $q_0$ , wobei

$$q_0 = v_0 dA \quad (4.73)$$

gilt, modelliert. Ein Elementarstrahler ist dabei ein Kugelstrahler mit einem vernachlässigbaren Kugelradius und kann mit dem Geschwindigkeitspotential

$$\underline{\Phi}(r) = \frac{q_0}{4\pi r} e^{-ikr} \quad (4.74)$$

unter Berücksichtigung des Abstandes  $r$  zwischen der Schallursprung und interessierenden Aufpunkt, der imaginären Einheit  $i$  und der Wellenzahl  $k$  beschrieben werden. Daher kann die Superposition aller Elementarstrahler der Kolbenmembran unter Berücksichtigung von Gl. 4.73 mit dem Geschwindigkeitspotential

$$\underline{\Phi} = \frac{1}{2\pi} \int_A v_0 \frac{e^{-ikr}}{r} dA \quad (4.75)$$

formuliert werden. Da der Kolbenstrahler aufgrund der schallharten Wand nur in den offenen Halbraum strahlt, ist die Gl. 4.75 mit dem Vorfaktor  $\frac{1}{2}$  versehen. Mithilfe der Beziehungen aus Gl. 4.66, 4.67 und 4.68 kann die jeweilige Wellengleichung für alle drei akustischen Zustandsgrößen abgeleitet werden.

Die Lösung dieser Wellengleichung gestaltet sich im Allgemeinen recht schwierig. Daher liegen explizite Lösungen des Kolbenstrahlermodells nur für eine begrenzte Anzahl an Spezialfällen vor. Beispiele hierfür ist der Schalldruck im Fernfeld oder der Schalldruck auf der Mittelsenkrechten der kreisförmigen Kolbenmembran. Letzteres ist für das vorgestellte Sensorkonzept nützlich, wenn die Vereinfachung getroffen wird, dass das Mikrofon nahezu auf der Achse des Schlagbolzens positioniert ist. In dem Fall gelten die geometrischen Beziehungen zwischen dem Flächenelement  $dA$ , dem Radius der Membran  $R_m$ , dem kürzesten Abstand zwischen der Membran und dem untersuchten Punkt  $M$  auf der Mittelsenkrechten  $z_K$ , der rotatorischen Koordinate  $\phi$  und der translatorischen Koordinate  $s$ , die den Abstand zwischen dem Mittelpunkt der Membran  $0$  und dem Flächenelement  $dA$  entspricht, wie sie in Abb. 4.10 dargestellt sind. Im Vordergrund steht dabei vor allem die euklidische Beziehung zwischen der translatorischen Membrankoordinate  $s$ , dem Abstand zwischen dem interessierenden Aufpunkt und dem Membranmittelpunkt  $z_K$  sowie dem Abstand zwischen dem interessierenden Aufpunkt und dem Flächenelement  $r$  mit

$$r^2 = s^2 + z_K^2. \quad (4.76)$$

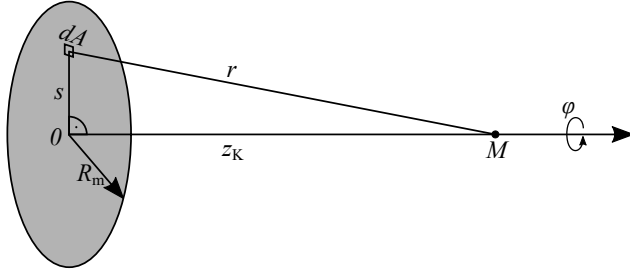


Abbildung 4.10: Geometrische Beziehungen im Modell des Kolbenstrahlers in ebener Wand (in Anlehnung an [LSW09] und [Moe15])

Gl. 4.75 kann somit umgeschrieben werden zu

$$\underline{\Phi} = \frac{v_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{R_m} \frac{e^{-ikr}}{r} s \, ds. \quad (4.77)$$

Aufgrund der euklidischen Beziehung in 4.76 kann die Gleichung umgewandelt werden in

$$\underline{\Phi} = \frac{v_0}{2\pi} 2\pi \int_{z_K}^{\sqrt{R_m^2 + z_K^2}} \frac{e^{-ikr}}{r} r \, dr = -\frac{v_0}{ik} \left( e^{-ik\sqrt{R_m^2 + z_K^2}} - e^{-ikz_K} \right) \quad (4.78)$$

Wie aus Gl. 4.78 hervorgeht, kann das Schallfeld auf der Mittelsenkrechten eines Kolbenstrahlers als eine Superposition aus zwei Wellen gleicher Amplitude aufgefasst werden [Moe15]. Dabei handelt es sich mit  $e^{-ikz_K}$  um eine ebene Welle, die sich senkrecht zur Membranfläche ausbreitet, und mit  $e^{-ik\sqrt{R_m^2 + z_K^2}}$  sich um eine Beugungswelle, die sich vom Membranrand aus ausbreitet. Mit der Identität

$$e^{-i\alpha} - e^{-i\beta} = -2i \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) e^{-i(\alpha + \beta)/2} \quad (4.79)$$

kann Gl. 4.78 überführt werden in

$$\underline{\Phi}(z_K) = \frac{2v_0}{k} \sin\left[\frac{k}{2}\left(\sqrt{R_m^2 + z_K^2} - z_K\right)\right] e^{-\frac{ik}{2}\left(\sqrt{R_m^2 + z_K^2} + z_K\right)} \quad (4.80)$$

Der Schalldruck berechnet sich nun mit Gl. 4.67 als

$$\begin{aligned} p(z_K, t) &= \rho_0 \frac{\delta\Phi(z_K, t)}{\delta t} \\ &= \operatorname{Re} \left\{ 2i\rho_0 c v_0 e^{i\omega t} \sin\left[\frac{k}{2}\left(\sqrt{R_m^2 + z_K^2} - z_K\right)\right] e^{-\frac{ik}{2}\left(\sqrt{R_m^2 + z_K^2} + z_K\right)} \right\} \end{aligned} \quad (4.81)$$



**Fazit:**

Aus dem Modell des Luftschalls gehen einige physikalische Größen hervor, die die akustischen Eigenschaften des Teilsystem bestimmen ( $p$ ,  $\rho_0$ ,  $p_0$ ,  $C_{m,p}$ ,  $C_{m,v}$ ,  $F$ ,  $R_{\text{uni}}$ ,  $T$ ,  $\mu_{iG}$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $t$ ,  $\omega$ ,  $v_0$ ,  $r$ ,  $dA$ ,  $R_m$ ,  $s$  und  $z_K$ ). Es zeigt sich, dass die Geometrie der Schallquelle bzw. das daraus resultierende Abstrahlverhalten, die geometrische Anordnung von Schallquelle und Empfänger und die Umgebungsbedingungen als potentielle Einflussgrößen zu werten sind. Da die genannten Stoffeigenschaften und Zustandsgrößen der Luft unter den gegebenen Bedingungen nicht gezielt variiert und untersucht werden können, wird der Einfluss der Umgebung auf die Schallübertragung in der Luft nicht näher untersucht. Das Kolbenstrahler-Modell zeigt weiterhin, dass die Anregungsamplitude eine relevante Einflussgröße ist. Daher werden im Folgenden die Geometrie der Schallquelle, die geometrische Anordnung von Schallquelle und Empfänger sowie die Variation der Anregungsenergie. Kritisch zu sehen ist, dass bei dem verwendeten Kolbenstrahler-Modell kein instationäres Verhalten der Schallquelle abgebildet ist und somit potentielle, zusätzliche Einflussgrößen für den instationären Fall nicht identifiziert wurden.

**Potentielle Einflussgrößen:**

- Abstrahlverhalten der Silogeometrie
  - simulative Untersuchung in Unterkap. 5.2.4 und 5.2.6
  - experimentelle Untersuchung in Unterkap. 6.3.4
- Variation der geometrischen Anordnung von Schallquelle und Empfänger
  - simulative Untersuchung in Unterkap. 5.2.4
  - experimentelle Untersuchung in Unterkap. 6.3.3
- Variation der Anregungsenergie
  - simulative Untersuchung in Unterkap. 5.2.5
  - experimentelle Untersuchung in Unterkap. 6.3.1
- Variation der Umgebungsbedingungen
  - aufgrund technischer und Einschränkungen bei Simulation und experimentellen Tests findet keine nähere Untersuchung statt

## 4.5 Modellierung des Körperschalls

Der große Unterschied zwischen der Schallübertragung in Fluiden und der Schallübertragung in Festkörpern liegt im Widerstand gegen Formänderungen. Während Fluide lediglich Gegenkräfte bei einer Volumenänderung aufbringen, so widerstrebt ein fester Körper auch einer Formänderung. Diese zusätzlichen Kräfte werden als Scherkräfte bezeichnet. Während die mechanischen Eigenschaften eines Fluides durch seine Kompressibilität ausreichend beschrieben werden kann, so muss für einen Festkörper selbst im einfachen Fall eines isotropen Körpers mindestens die Elastizitäts- und Schubmodul herangezogen werden. Daher kann die akustische Wellengleichung für Körperschall nicht durch ein skalares Potential wie bei Luftschall beschrieben werden, sondern bedarf einer vektoriellen Potentialfunktion.

### Stoffgesetz

Der mechanische Widerstand, der zum Schwingung eines Körpers führt, wird durch das Stoffgesetz beschrieben. Wirkt eine äußere Kraft  $dF_l$  orthogonal auf eine Fläche  $dA_k$  eines Körpers, so weist der belastete Körper einen inneren Widerstand gegen die Volumen- oder Formänderung auf. Dieser Widerstand kann durch die Spannung  $\sigma_{kl}$  mit

$$\sigma_{kl} = \frac{dF_l}{dA_k} \quad (4.82)$$

aufgefasst werden, wobei gilt  $k, l \in \{x, y, z\}$ . Der Spannungstensor  $\underline{\sigma}$ , der den mechanischen Zustand eines kubischen Festkörperelementes vollständig beschreibt, lautet

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}. \quad (4.83)$$

Offensichtlich sind gewisse Informationen in der Tensornotation aufgrund der Symmetrie

$$\sigma_{kl} = \sigma_{lk} \quad (4.84)$$

redundant. In der Sechskomponentenschreibweise oder sogenannten Voigtschen Notation werden daher die sechs unabhängigen Spannungen in Vektorform als

$$\underline{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} \quad (4.85)$$

ausgedrückt. Der Zusammenhang zwischen einer anliegenden Spannung und der dadurch herbeigerufenen Verschiebung wird durch das allgemeine Stoffgesetz beschrieben. Dabei wird bei einer geringen Belastung von metallischen Werkstoffen ein linear-elastisches Verhalten erwartet. In diesem Fall wird das Hooksche Stoffgesetz [GHS17] mit der Beziehung

$$\epsilon_{mn} = s_{klmn} \cdot \sigma_{kl} \quad (4.86)$$

verwendet. Dabei entspricht  $s_{klmn}$  dem sogenannten Elastizitätskoeffizienten. Das Stoffgesetz kann daher zu vollständigen Beschreibung eines kubischen Elementes als

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} s_{xxxx} & s_{yyxx} & s_{zzxx} & 0 & 0 & 0 \\ s_{xxyy} & s_{yyyy} & s_{zzyy} & 0 & 0 & 0 \\ s_{xxzz} & s_{yyzz} & s_{zzzz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{yzyz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{xzzx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{xyxy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} \quad (4.87)$$

formuliert werden. Die Elastizitätskoeffizienten  $s_{klmn}$  hängen von den Werkstoffeigenschaften eines Körpers ab. Es wird vereinfachend angenommen, dass der untersuchte Körper vollständig isotrop ist. Dadurch können alle Zusammenhänge zwischen Spannungen und Verzerrungen im isotropen Körper durch das Elastizitäts-  $E$  und Schubmodul  $G$  beschrieben werden. Die Querkontraktion ist mithilfe der Poissonzahl  $\nu$  eines Körpers durch die Gleichungen

$$E \epsilon_{xx} = \sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz}), \quad (4.88)$$

$$E \epsilon_{yy} = \sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \quad (4.89)$$

und

$$E \epsilon_{zz} = \sigma_{zz} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad (4.90)$$

zu berücksichtigen, wobei bei vorliegender Isotropie die Beziehung

$$E = G \cdot 2(1 + \nu) \quad (4.91)$$

gilt. Somit kann das allgemeine Hookesche Gesetz für isotroper Körper mit

$$\vec{\sigma} = \underline{\mathbf{c}} \vec{\epsilon} \quad (4.92)$$

wobei die Steifigkeitsmatrix  $\underline{\mathbf{c}}$

$$\underline{\mathbf{c}} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} (1 - \nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1 - \nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1 - \nu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (4.93)$$

bzw. mit der inversen Beziehung

$$\underline{\mathbf{c}}^{-1} = \underline{\mathbf{s}} \quad (4.94)$$

äquivalent gilt

$$\vec{\epsilon} = \underline{\mathbf{s}} \vec{\sigma} \quad (4.95)$$

wobei

$$\underline{\mathbf{s}} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1 + \nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1 + \nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1 + \nu) \end{bmatrix} \quad (4.96)$$

gilt.

### Herleitung der dreidimensionalen Wellengleichung

Durch die Addition der Gleichungen 4.88, 4.89 und 4.90 ergibt sich die Gleichung

$$E (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}) = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} - 2\nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}). \quad (4.97)$$

Wird die Verschiebung eines Punktes  $\vec{d}$  als

$$\vec{d}(x, y, z) = \begin{pmatrix} u(x, y, z) \vec{e}_x \\ v(x, y, z) \vec{e}_y \\ w(x, y, z) \vec{e}_z \end{pmatrix} \quad (4.98)$$

definiert, wobei  $\vec{e}_x$ ,  $\vec{e}_y$  und  $\vec{e}_z$  den orthogonalen Einheitsvektoren in alle drei Raumrichtungen und  $u(x, y, z)$ ,  $v(x, y, z)$  und  $w(x, y, z)$  den jeweiligen Verschiebungen in die entsprechende Richtung entspricht, so gilt der Zusammenhang

$$\operatorname{div} \vec{d} = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}. \quad (4.99)$$

Unter Berücksichtigung von Gl. 4.91 und 4.99 kann Gl. 4.97 umgeschrieben werden zu

$$2G(1 + \nu)\operatorname{div} \vec{d} = (1 - 2\nu)(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}). \quad (4.100)$$

Außerdem werden an dieser Stelle die Lamé-Konstanten  $\lambda$

$$\lambda = \frac{E}{1 + \nu} \cdot \frac{\nu}{1 - 2\nu}, \quad (4.101)$$

welches ein Maß für die Verzerrung senkrecht zu einer Kraft ist und  $\mu$

$$\mu = G, \quad (4.102)$$

welche dem Schubmodul  $G$  entspricht, eingeführt [LSW09]. Durch Einsetzen in Gl. 4.88, unter Berücksichtigung der Beziehungen

$$\epsilon_{xy} = \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x}, \quad (4.103)$$

$$\epsilon_{yz} = \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta y}, \quad (4.104)$$

sowie

$$\epsilon_{zx} = \frac{\delta w}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta z}, \quad (4.105)$$

und entsprechendes Umstellen kann die Gleichung für Spannung  $\sigma_{xx}$  mit

$$\sigma_{xx} = 2\mu \frac{\delta v}{\delta x} + \lambda \operatorname{div} \vec{d}, \quad (4.106)$$

ermittelt werden. Analog gilt

$$\sigma_{yy} = 2\mu \frac{\delta v}{\delta y} + \lambda \operatorname{div} \vec{d}, \quad (4.107)$$

$$\sigma_{zz} = 2\mu \frac{\delta w}{\delta z} + \lambda \operatorname{div} \vec{d}, \quad (4.108)$$

$$\sigma_{yz} = \mu \left( \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta y} \right), \quad (4.109)$$

$$\sigma_{xz} = \mu \left( \frac{\delta u}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta x} \right), \quad (4.110)$$

und

$$\sigma_{xy} = \mu \left( \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \right). \quad (4.111)$$

Wird nun das Kräftegleichgewicht am kubischen, infinitesimal kleinem Element mit den Kantenlänge  $dx$ ,  $dy$  und  $dz$  mit der Trägheitskraft  $\rho_0 dx dy dz \frac{\delta^2 u}{\delta t^2}$  in x-Richtung aufgestellt, so gilt

$$\frac{\delta \sigma_{xx}}{\delta x} + \frac{\delta \sigma_{xy}}{\delta y} + \frac{\delta \sigma_{xz}}{\delta z} = \rho_0 \frac{\delta^2 u}{\delta t^2}. \quad (4.112)$$

Mit Gl. 4.106 - 4.111 gilt nach entsprechendem Umstellen die Wellengleichung für die x-Raumrichtung

$$\mu \Delta u + (\mu + \lambda) \frac{\delta}{\delta x} (\operatorname{div} \vec{d}) = \rho_0 \frac{\delta^2 u}{\delta t^2}. \quad (4.113)$$

Analog kann die Wellengleichung für die y-Raumrichtung

$$\mu \Delta v + (\mu + \lambda) \frac{\delta}{\delta y} (\operatorname{div} \vec{d}) = \rho_0 \frac{\delta^2 v}{\delta t^2} \quad (4.114)$$

und für die z-Raumrichtung

$$\mu \Delta w + (\mu + \lambda) \frac{\delta}{\delta z} (\operatorname{div} \vec{d}) = \rho_0 \frac{\delta^2 w}{\delta t^2} \quad (4.115)$$

ermittelt werden [MK10]. Somit folgt für die vektorielle Darstellung der dreidimensionalen Wellengleichung für isotrope Festkörper

$$\mu\Delta\vec{d} + (\mu + \lambda)\text{grad div } \vec{d} = \rho_0 \frac{\delta^2\vec{d}}{\delta t^2}. \quad (4.116)$$

Die Körperschall-Wellengleichung in 4.116 weist gegenüber der Wellengleichung für Luftschall in 4.65 einen Term mehr auf. Daher kann sich Körperschall in Form von Longitudinalwellen (Dichtewellen) und Transversalwellen (Schubwellen) ausbreiten, während Luftschall stets eine Longitudinalwelle ist.

Durch die Kopplung von Longitudinal- und Transversalanteilen können weitere Wellentypen wie

- Oberflächenwellen (Rayleighwellen)
- Volumenwellen
- Dehnwellen
- Biegewellen
- und viele mehr

entstehen. Aufgrund dieses komplexen Schwingungsverhaltens bei Körperschall kann die dreidimensionale Wellengleichung für isotrope Körper in Gl. 4.116 nur für die harmonische Schwingung weniger Sondergeometrieen analytisch gelöst werden. Beispiele hierfür sind

- Biege- und Dehnwellen in Platten [LSW09] [Moe15] [MK10],
- Biegewellen in Stäben [Moe15] [MK10] und
- Zylinderschalen [MK10].

Im Allgemeinen kann die dreidimensionale Wellengleichung für Schall in anisotropen Körpern nicht ohne weiteres analytisch gelöst werden. In vielen realen Anwendungsfällen, wie auch im vorliegenden Anwendungsfall, herrscht aufgrund von Schweißnähten, Bohrungen, Verstrebungen, Beschichtungen, etc. eine starke lokale Abhängigkeit der Werkstoffeigenschaften und daher keine Isotropie vor. Die Beschreibung sowie die Lösung anisotroper Anwendungsfälle erhöhen die Komplexität der Gleichung und verringern somit die Wahrscheinlichkeit für das Finden einer analytischen Lösung. Die Silobehälter besteht geometrisch aus fünf Teilsystemen: dem abgerundeten Deckel, dem zylinderförmigen Mittelteil, dem konusförmigen

Auslauf, den vierzehn hohlzylindrischen Streben und den beiden Bodenplatten. Diese komplexe Struktur in Kombination mit Schweißnähten, Bohrungen, etc. weist lokale Variationen der Materialeigenschaften und somit keine Isotropie mehr auf. Durch die Anisotropie kann die Steifigkeitsmatrix  $\underline{c}$  bis zu 21 unabhängige Werte haben, was die mathematische Komplexität enorm erhöht. Unter Berücksichtigung der oben genannten vergleichsweise trivialen Sonderfälle, die bisher gelöst sind, ist absehbar, dass eine weitere analytische Untersuchung der Körperschallübertragung nicht mit überschaubarem Aufwand durchgeführt werden kann. Die bisher beschriebene Herleitung der dreidimensionalen Wellengleichung für isotrope Körper kann dennoch zum Verständnis der physikalischen Einflussgrößen der Siloschwingung wie die Isotropie/ Anisotropie oder alle Abhängigkeiten der Werkstoffeigenschaften (z. B. die Temperatur- und Frequenzabhängigkeit von Elastizitätsmodul, Schubmodul und Poissonzahl) helfen.

**Fazit:**

Aus dem Modellansatz für Körperschall können einige physikalische Größen identifiziert werden, die das Schwingungsverhalten des Teilsystem bestimmen ( $F_l$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $t$ ,  $\rho_0$ ,  $E$ ,  $\nu$  und Isotropie/Anisotropie). Es zeigt sich, dass die Anregungsenergie, die geometrische Anordnung zwischen Schallquelle und -empfänger, sowie die Stoffeigenschaften des Metalls als potentielle Einflussgrößen zu sehen sind. Obwohl angenommen werden kann, dass der Werkstoff, aus dem das Silo besteht, stets gleich ist, muss untersucht werden, inwiefern die Temperaturabhängigkeit der genannten Werkstoffeigenschaften einen Einfluss auf das FS-Konzept haben. Zu den externen Kräften, die nach dem Modellansatz für Körperschall zu berücksichtigen sind, zählt auch die füllstandabhängige, flächenhafte Kraft, mit der das Schüttgut von innen auf die Silostruktur wirkt. Da in diesem Unterkapitel nur die Grundlage zur Modellierung von Körperschall diskutiert wurde, kann an dieser Stelle keine Aussage über weitere potentielle Einflussgrößen des Körperschalls getroffen werden.



**Potentielle Einflussgrößen:**

- Variation der Anregungsenergie
  - simulative Untersuchung in Unterkap. 5.2.5
  - experimentelle Untersuchung in Unterkap. 6.3.1
- Variation der geometrischen Anordnung von Schallquelle und Empfänger
  - simulative Untersuchung in Unterkap. 5.2.4
  - experimentelle Untersuchung in Unterkap. 6.3.3
- Abstrahlverhalten der Silogeometrie
  - simulative Untersuchung in Unterkap. 5.2.4 und 5.2.6
  - experimentelle Untersuchung in Unterkap. 6.3.4
- Füllstand
  - simulative Untersuchung in Unterkap. 5.3.2
  - experimentelle Untersuchung in Unterkap. 6.4
  - simulative Untersuchung in Unterkap. 5.3.3
- Variation der Umgebungsbedingungen
  - simulative Untersuchung in Unterkap. 5.2.3

## 4.6 Fazit des Whitebox-Ansatzes

- Als potentielle Einflussgrößen auf das elektromagnetische Verhalten des Schlagwerks sind die elektrischen und mechanischen Eigenschaften der Komponenten zu sehen. Bei baugleichen FS mit identischen Komponenten könnte ein unterschiedliches Betriebsverhalten durch vorliegende Fertigungstoleranzen vorliegen.
- Zeitvariante, tribologische Effekte können zu einer Variation der Energiemenge führen, die durch die Impulsanregung in das Silosystem eingetragen wird. Diese variable Anregung kann einen Einfluss auf das Übertragungsverhalten des Silos und der Luft haben.
- Das Verhalten des kapazitiven MEMS-Mikrofons kann aufgrund von Fertigungstoleranzen des Mikrofons oder des Gehäuses variieren.
- Die Silogeometrie hat einen Einfluss auf die Spannungszustände im Schüttgut, auf die Schallentwicklung im Festkörper und auf die Anregung des Luftschalls.
- Das Schwingungsverhalten des Silos ist unmittelbar abhängig von der Flächenkraft, die das Schüttgut von innen auf die Silomantelfläche ausübt. Diese Kraft ist nicht nur von der Füllstandhöhe, sondern auch von der Schüttgutdichte des jeweiligen Werkstoffs abhängig.
- Weiterhin zeigte der Whitebox-Ansatz an mehreren Stellen, dass die geometrische Beziehung zwischen der Schallquelle bzw. -anregung und dem Schallempfänger einen Einfluss haben kann.
- Außerdem können sich die mechanischen Werkstoffeigenschaften des Silos in Abhängigkeit der Temperatur verändern.

# 5 Greybox-Ansatz: Numerische Simulation

Im Rahmen des Greybox-Ansatzes werden numerische Berechnungen mit der Finiten Elementen Methode und der Diskreten Elementen Methode durchgeführt. Dabei liegt der Fokus auf den physikalischen Größen, die in Kap. 4 als potentielle Einflussgrößen des FS-Konzepts identifiziert wurden. Diese lassen sich in folgende fünf Gruppen kategorisieren:

## 1. Umgebungsbedingungen

- Temperatur

## 2. Positionierung

- Montageposition des FS
- relativer Abstand zwischen Anregungspunkt und Schallwandler

## 3. Anregungsenergie

- Kraft der Impulsanregung

## 4. Silogeometrie

- Höhe des Silozylinders
- Außendurchmesser des Silozylinders
- Wanddicke des Silos
- Winkel des Silotrichters
- Außendurchmesser der Silotrichteröffnung

## 5. Schüttgut

- Füllstand
- Dichte des Schüttguts

## 5.1 Zielstellung

Wie bereits in Unterkap. 2.4 diskutiert, existieren bei einer numerischen Simulation mit FEM bzw. DEM viele Freiheitsgrade wie z. B. die Geometrie der Elemente oder die Elementgröße. Darüber hinaus sind viele technische und physikalische Informationen wie z. B. temperaturabhängiges Schubmodul (vgl. Tab. 5.2) unbekannt und es müssen vereinfachende Annahmen getroffen werden. Daher sind eine Plausibilitätsprüfung der Simulation und deren Ergebnisse durch

- eine analytische Vergleichsrechnung,
- einen Abgleich mit experimentellen Messergebnissen oder
- numerische Konvergenzuntersuchungen

von zentraler Bedeutung, wenn ein quantitativer Anspruch an die Simulation besteht und die Messergebnisse hinreichend realitätsnah sein sollen. Da alle drei genannten Methoden zur Plausibilitätsuntersuchung in der Praxis nur schwer umzusetzen sind, weil

- die Komplexität realer, technischer Systeme selten durch eine analytische Berechnung vollständig abgebildet werden kann (siehe Whitebox-Ansatz: Schallausbreitung in Luft in Unterkap. 4.4 und Schallausbreitung im Festkörper in Unterkap. 4.5),
- ein experimenteller Abgleich aller physikalischen Eigenschaften des technischen Systems in der Regel, sofern technisch überhaupt möglich, einen äußerst unwirtschaftlichen Aufwand durch experimentelle Untersuchungen mit sich bringen und
- numerische Konvergenzuntersuchungen mit enormem Rechenaufwand sowie entsprechend leistungsfähiger, kostspieliger Hardware verbunden ist,

wird häufig auf die Verifikation verzichtet. Die Konsequenz, die sich daraus ergibt, ist die Ungewissheit über die Realitätstreue der Simulationsergebnisse. Simulationsmodelle mit großer quantitativer Abweichung zur Realität können dennoch im Entwicklungsprozess hilfreich sein. Wenn im Rahmen einer Entwicklung eine analytische Berechnung nicht möglich ist und auf eine Simulation vollkommen verzichtet wird, so kann das technische System lediglich durch experimentelle Tests untersucht werden. Diese sind in vielen Anwendungen jedoch mit großem, personellen sowie materiellen Aufwand verbunden und gestalten sich kostenintensiv. Daher ist es in vielen Fällen effizienter einfache, qualitative Zusammenhänge auf

Basis einer numerischen Simulation zu ermitteln, auch wenn diese quantitativ große Abweichungen zur Realität aufweist.

Unter diesem Hintergrund wird im Folgenden die numerische Untersuchung der Impulsantwort des Silokörpers durchgeführt. Es wird ausdrücklich kein Simulationsmodell angestrebt, welches das komplexe, reale Schwingungsverhalten des Silokörpers quantitativ korrekt abbildet. Stattdessen soll das stark vereinfachte Modell dazu dienen, grundlegende qualitative Zusammenhänge zu zeigen. Die Anforderung sei dabei, dass die numerischen Untersuchungen mit einer allgemein verfügbaren, durchschnittlichen Hardware in einer überschaubaren Rechenzeit durchgeführt werden können, zu Lasten der Realitätstreue. Das konkrete Ziel dieses Kapitels ist dabei die Beurteilung, ob die im vorherigen Kapitel identifizierten Einflussgrößen unter den anwendungsspezifischen Randbedingungen kritisch zu sein scheinen und somit den wirtschaftlichen Aufwand für eine zusätzliche, experimentelle Untersuchung rechtfertigen. Das Ergebnis von Kapitel 5 ist die Extraktion von wenigen, scheinbar kritischen Einflussgrößen aus der Vielzahl potentieller Einflussgrößen.

## 5.2 FEM-Simulation des Silobehälters

Im Folgenden wird ein FEM-Simulationsmodell des Silokörpers entwickelt und anschließend eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt. Dabei sollen die Einflussgrößen, die am Anfang des Kapitels genannt wurden, hinsichtlich ihrer Auswirkung auf das Schwingungsverhalten des Silos analysiert werden. Die FEM-basierte Untersuchung im vorliegenden Unterkap. umfasst die Randbedingungen, die Sensorposition, die Anregung und die Silogeometrie.

### 5.2.1 Entwicklung des FEM-Modells

Zunächst werden die grundlegenden Eigenschaften und Randbedingungen des FEM-Modells definiert. Es werden einige Annahmen getroffen, um eine geringe Systemkomplexität und eine überschaubare Rechenbelastung beizubehalten.

## Geometrie

Auf dem Markt befindliche Silos weisen eine mittlere Variantenvielfalt auf. Zum einen unterscheidet sich das Innenvolumen des Silos zwischen  $3\text{-}30\text{ m}^3$ , zum anderen unterscheidet sich der Fertigungsprozess und somit die Anzahl und Anordnung von Schweißnähten, Verschraubungen, innere Einbauten etc. Darüber hinaus sieht der Hersteller vorbereitete Montagestellen für zusätzliche Maschinen wie Außenrüttler, Silomischpumpen, Taschensysteme, Druck- und Freifallförderanlagen, etc. vor.

Für die weitere Untersuchung wird die Komplexität eines Silos soweit reduziert, dass es durch fünf geometrische Parameter beschrieben werden kann (vgl. Abb. 5.1). Außerdem wird die Variantenvielfalt auf einige wenige Silogeometrien reduziert, die allerdings einen großen Marktanteil repräsentieren. Die geometrischen Eigenschaften wie die Höhe des Zylinderelements  $h_{\text{Silo}}$ , der Außendurchmesser des Zylinderelements  $D_{\text{Silo}}$ , die Wanddicke des Silos  $s_{\text{Silo}}$ , der Öffnungswinkel des Trichterelements  $\Theta_{\text{Silo}}$  und der Außendurchmesser der Trichteröffnung  $d_{\text{Silo}}$  bewegen sich dabei in folgenden Bereichen:

$$h_{\text{Silo}} \in \{2690; 2900\} \text{ mm} \quad (5.1)$$

$$D_{\text{Silo}} \in \{2000; 2400; 2500\} \text{ mm} \quad (5.2)$$

$$s_{\text{Silo}} \in \{4; 5; 6\} \text{ mm} \quad (5.3)$$

$$\Theta_{\text{Silo}} \in \{57, 5; 60\}^\circ \quad (5.4)$$

$$d_{\text{Silo}} \in \{300; 600\} \text{ mm} \quad (5.5)$$

Darüber hinaus wird ein sogenanntes Standardsilo definiert, welches dem häufigsten Silotypen entsprechen soll. Das Standardsilo weist die in Tab. 5.1 gelisteten Eigenschaften auf.

Das Gewicht des realen Silos wird über die Trichterfläche von einem Fachwerk-system getragen. Daher soll für die numerische Analyse eine starre Lagerung der Außenfläche des Trichters angenommen werden.

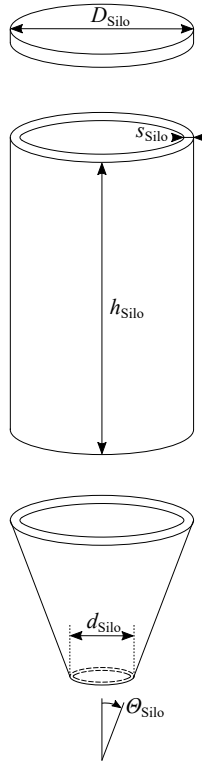


Abbildung 5.1: Charakterisierung der vereinfachten Silogeometrie anhand von fünf Parametern

Tabelle 5.1: Parameter des Standardsilos

Parameter	Wert
$h_{\text{Silo}}$	2690 mm
$D_{\text{Silo}}$	2000 mm
$s_{\text{Silo}}$	5 mm
$\Theta_{\text{Silo}}$	60 °
$d_{\text{Silo}}$	600 mm

## Werkstoffeigenschaften

Die Eigenschaften eines Werkstoffs bestimmen das thermische und mechanische Verhalten des Festkörpers. Die Eigenschaften können grundsätzlich in Abhängigkeit von der Position, Temperatur, Frequenz, etc. variieren. Mobile Schüttgutsilos bestehen i. d. R. aus einem unlegierten Baustahl. Beispielhaft sei hier der warmfeste Druckbehälterstahl mit der Werkstoffnummer 1.0425 (P265GH) [DIN10216] ausgewählt. Für den vorliegenden Anwendungsfall soll eine Isotropie sowohl für die thermischen als auch mechanischen Eigenschaften mit linear-elastischem Verhalten angenommen werden.

In Tab. 5.2 sind die Werkstoffeigenschaften gelistet, die in [Ric10] hinsichtlich ihrer Temperaturabhängigkeit experimentell untersucht wurden. Es werden die Temperatur  $T_{\text{exp}}$ , die Dichte  $\rho_{\text{exp}}$ , der thermische Ausdehnungskoeffizient  $\alpha_{\text{exp}}$ , das Elastizitätsmodul  $E_{\text{exp}}$ , die Querkontraktionszahl  $\nu_{\text{exp}}$ , das Schubmodul  $G_{\text{exp}}$  und das Kompressionsmodul  $K_{\text{exp}}$  berücksichtigt. Die abgebildeten Werte wurden entweder direkt gemessen oder aus den Messdaten extrapoliert. In Tab. 5.3 sind die Werkstoffeigenschaften genannt, die im Rahmen des vorliegenden Falles als konstant angenommen werden. Diese Werte wurden durch die Abschätzmethode der Uniform Material Law nach Bäumel und Seeger [BS90] für unlegierte und niedriglegierte Stähle bestimmt.

Tabelle 5.2: Temperaturabhängige Eigenschaften des verwendeten Druckbehälterstahls 1.0425 (P265GH) [Ric10]

$T_{\text{exp}} / ^\circ\text{C}$	$\rho_{\text{exp}} / \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$\alpha_{\text{exp}} / \frac{10^{-6}}{\text{K}}$	$E_{\text{exp}} / \text{GPa}$	$G_{\text{exp}} / \text{GPa}$	$\nu_{\text{exp}} / -$	$K_{\text{exp}} / \text{GPa}$
-100	7881	10,8	217	84,6	0,282	166
-50	7869	11,3	215	83,8	0,283	165
-25	–	11,5	214	83,3	0,284	165
0	7856	11,7	213	82,9	0,284	165
20	7850	11,9	212	82,5	0,285	164
50	7841	12,1	210	81,7	0,286	163
100	7826	12,5	207	80,4	0,287	162



Tabelle 5.3: Als konstant angenommene Eigenschaften des verwendeten Baustahls (geschätzt durch die Methode der Uniform Material Law nach Bäumel und Seeger [Rud03] [BS90])

Eigenschaft	Zahlenwert
Festigkeitskoeffizient $K' = 1,65 R_m$	$7,6 \cdot 10^8 Pa$
Festigkeitsexponent $n'$	0,15
Duktilitätskoeffizient $\epsilon'_f$	0,59
Duktilitätsexponent $c_D$	-0,58
Zyklischer Festigkeitskoeffizient $\sigma'_f = 1,5 * R_m$	$6,9 \cdot 10^8 Pa$
Zyklischer Verfestigungsexponent $b_{zyk}$	-0,087
Streckgrenze $R_{p0,2}$	$2,5 \cdot 10^8 Pa$
Max. Zugfestigkeit $R_m$	$4,6 \cdot 10^8 Pa$

### Validierung der Annahmen hinsichtlich des Materialverhaltens

In den folgenden Untersuchungen mit der FEM wird, wie bereits erwähnt, ein rein linear-elastisches Verhalten des Werkstoffs 1.0425 (P265GH) angenommen. Weiterhin verhalte sich das Material vollkommen isotrop. Unter diesen Bedingungen gilt die theoretische Beziehung zwischen dem Elastizitätsmodul  $E$ , der Querkontraktionszahl  $\nu$  und dem Schubmodul  $G_{theo}$  [Sta06]

$$G_{theo} = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (5.6)$$

bzw. dem Kompressibilitätsmodul  $K_{theo}$

$$K_{theo} = \frac{E}{3 - 6\nu}. \quad (5.7)$$

Ein Vergleich des theoretischen Schubmoduls  $G_{theo}$  und des Kompressionsmoduls  $K_{theo}$  mit den experimentell ermittelten Werten  $G_{exp}$  und  $K_{exp}$  gibt Aufschluss darüber, inwiefern die in [Ric10] experimentell ermittelten Materialeigenschaften einer Annahme von rein linearer Elastizität und einer idealen Isotropie entsprechen. Wie aus Abb. 5.2 a) hervorgeht, stimmt die theoretisch berechnete lineare

Beziehung zwischen dem Elastizitätsmodul  $E$  und dem Schubmodul  $G$  in zufriedenstellendem Maße mit der experimentell ermittelten Beziehung überein. Die Ausgleichsgerade durch die Messpunkte schneidet dabei die theoretische Gerade bei einer Temperatur von ca. 20 °C. Bei besonders niedrigen oder hohen Temperaturen ist die Differenz höher. In Abb. 5.2 b) ist das Schubmodul  $G$  in Abhängigkeit von der Querkontraktionszahl  $\nu$  dargestellt. In Abb. 5.2 c) ist das Kompressionsmodul  $K$  in Abhängigkeit vom Elastizitätsmodul  $E$  und in Abb. 5.2 d) in Abhängigkeit von der Querkontraktionszahl  $\nu$  dargestellt. Aus diesen drei letzten Darstellungen wird ersichtlich, dass die Theorie und die experimentellen Ergebnisse bei ungefähr 20 °C eine hinreichende Übereinstimmung aufweisen. Bei besonders hohen oder niedrigen Temperaturen ist die Abweichung groß. Der Zusammenhang zwischen der Querkontraktionszahl  $\nu$  und des Schubmoduls  $G$  bzw. des Kompressionsmoduls  $K$  verhält sich sogar antiproportional in Abhängigkeit von der Temperatur (vgl. Tab. 5.2). Hieraus kann abgeleitet werden, dass bei einer Temperatur, die stark von 20 °C abweicht, die Annahme eines linear elastischen Verhaltens und einer vorliegenden Isotropie zunehmend von der Realität abweicht. Die Ergebnisse der folgenden FEM, die mit

$$G = G_{\text{theo}} \quad (5.8)$$

und

$$K = K_{\text{theo}} \quad (5.9)$$

dennoch auf der Annahme eines linear elastisches Verhalten bei konstanter Temperatur und vorliegender Isotropie basieren, sind entsprechend kritisch zu interpretieren.

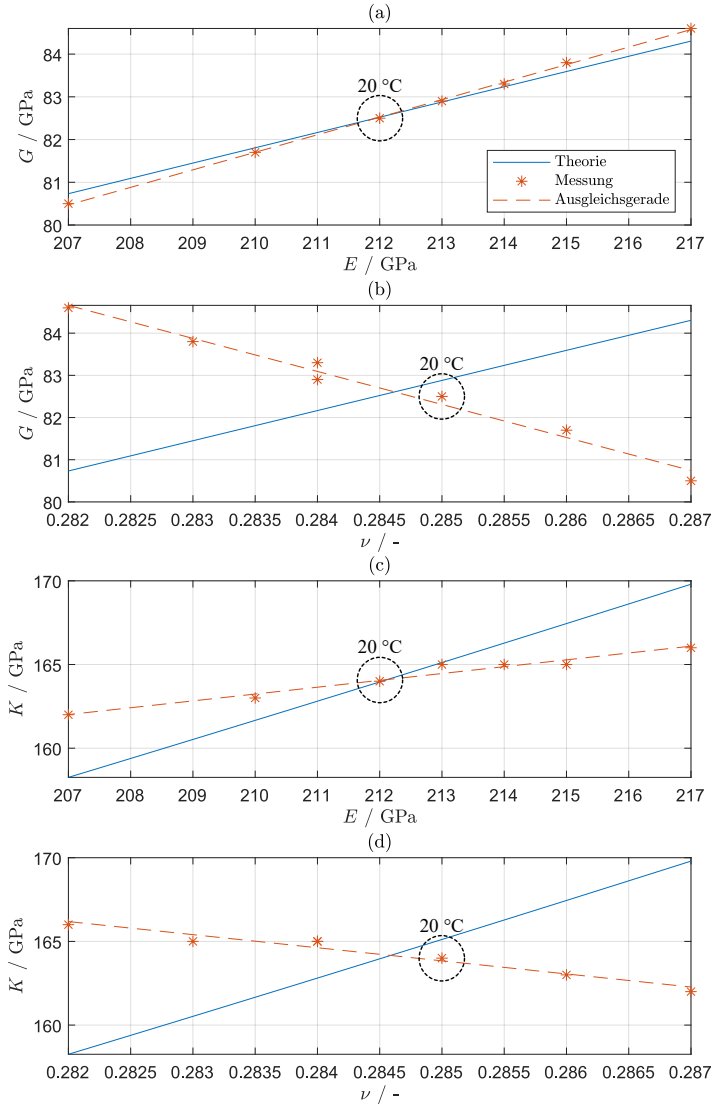


Abbildung 5.2: Korrelation zwischen experimentell ermittelten und (unter Annahme linearer Elastizität sowie Isotropie) theoretisch berechneten Materialeigenschaften: a) Schubmodul  $G$  über Elastizitätsmodul  $E$ , b) Schubmodul  $G$  über Querkontraktionszahl  $\nu$ , c) Kompressionsmodul  $K$  über Elastizitätsmodul  $E$  und d) Kompressionsmodul  $K$  über Querkontraktionszahl  $\nu$

## Vernetzung

Bei der Vernetzung einer Geometrie wird das Objekt in eine Vielzahl von finiten Elementen aufgeteilt (vgl. Unterkap. 2.4). Grundsätzlich hat der Anwender dabei die freie Wahl hinsichtlich der Form der finiten Elemente (Tetraeder, Hexaeder, etc.), der Elementgröße, der Elementansatzfunktion, etc. Die Aufgabe besteht jedoch darin eine rechengünstige Wahl zu treffen, wobei die wichtigen Verhaltenscharakteristika erhalten bleiben sollen. In der Regel verwendet der Anwender eine automatisierte Vernetzungsmethode. Darüber hinaus kann der Anwender das automatisch generierte Netz an einzelnen Stellen verändern (Netz verfeinern, einzelne Knoten verschieben, etc.). Anschließend gibt bspw. eine Konvergenzuntersuchung Ausschluss über die Qualität des Netzes. Dabei gilt im Allgemeinen, dass ein hochaufgelöstes Netz zu einer höheren Modellqualität führt, gleichzeitig jedoch die Rechenlast erhöht.

Im Folgenden seien für das definierte Standardsilo mehrere Vernetzungsvarianten hinsichtlich ihrer Konvergenz und Rechenlast gegenübergestellt. Folgende Größen werden dabei betrachtet:

1. **Elementgröße:** Die Elementgröße kann vom Anwender definiert werden. Wird keine Elementgröße definiert, so berechnet der automatische Vernetzungsalgorithmus eine adaptive Größe für jedes Element, wobei diese von den umliegenden Geometrien und Belastungen abhängt.
2. **Adaptive Elementgröße + Auflösungsgrad:** Es existieren konvergenzbasierte Algorithmen, die in Abhängigkeit der zu vernetzenden Geometrie (Volumen, Kontur, etc.) eine Elementgröße berechnen bzw. eine vorgegebene Sollelementgröße abhängig von lokalen Eigenschaften anpassen. Besteht keine Sollvorgabe für die Elementgröße, wird diese bei der automatisierten Vernetzung rein durch das Konvergenzverhalten bestimmt. Dabei kann ein Gewichtungsfaktor bzw. ein „Auflösungsgrad“ definiert werden. Der Auflösungsgrad entspricht beim integrierten Vernetzungsalgorithmus der verwendeten Software (ANSYS) einer ganzen Zahl zwischen  $-1$  und  $7$ .
3. **1.-6. Eigenmode:** Eigenmoden beschreiben die Bewegungen eines schwingungsfähigen Systems, die es bei einer freien Schwingung mit einer Anfangsauslenkung, aber ohne Anregung und ohne Dämpfung vollführt [GKL12]. Die Modalanalyse, bei der die Eigenmoden ermittelt werden, stellt eine rechengünstige Analyse dar und wird aus diesem Grund zur Untersuchung der Konvergenz der Vernetzung herangezogen.

4. **Knotenanzahl:** Die Anzahl der Knoten entspricht der Anzahl an Kräftegleichungen mit denen das Verhalten des Systems diskretisiert wird. Mit steigender Anzahl an Knoten steigt im Allgemeinen die Vernetzungsqualität, aber auch die Rechenlast.
5. **Speicherbedarf:** Für eine FEM-Analyse liegt ein gewisser Bedarf an Arbeitsspeicher vor. Der Speicherbedarf steigt dabei mit der Netzauflösung. Die Analyse des Speicherbedarfs in Abhängigkeit von bestimmten Vernetzungsparametern ermöglicht eine relative Abschätzung des Speicherbedarfs für die transiente Analyse.
6. **exempl. Rechendauer:** Die Rechendauer für eine Modalanalyse hängt in erster Linie von den unveränderlichen Eigenschaften der verwendeten Hardware ab. Für die Analysen in dieser Arbeit wurde ein zum aktuellen Zeitpunkt handelsüblicher Arbeitsrechner mit folgenden Komponenten verwendet:
  - Prozessor: Intel(R) Core(TM) i7-8700 CPU @ 3.20 GHz
  - Arbeitsspeicher: 16,0 GB (15,8 GB verwendbar)
  - Betriebssystem: 64-Bit Windows 10 Pro

Darüber hinaus hängt die Rechendauer von der zeitvarianten Belastung durch sonstige Rechenprozesse, Temperatur und anderen Einflussfaktoren ab.

In Tabelle 5.4 sind 13 verschiedene Vernetzungen und die dazugehörigen Ergebnisse aus der Modalanalyse gegenübergestellt.

### Variation der Elementgröße

In Abbildung 5.3 a) ist der Vergleich der Modalanalyseergebnisse dreier Netze dargestellt, wobei die Sollvorgabe für die Elementgröße bei sonst gleichen Einstellungen zwischen 0,1 m, 0,05 m und 0,01 m variiert wird. Das Ergebnis zeigt, dass die Frequenz der ersten sechs Eigenmoden bei einer steigenden Netzauflösung fällt. Dabei ist der Sprung zwischen den Eigenmoden bei den Elementgrößen 0,1 m und 0,05 m um ein Vielfaches größer als der Sprung zwischen den Eigenmoden bei den Elementgrößen 0,05 m und 0,01 m. Die Differenz zwischen den Eigenmodenergebnissen dieser drei Netze weist auf die Instabilität der Simulationsergebnisse bei einer Elementgröße von 0,1 m. Die stark abfallende Differenz deutet zugleich auf eine Konvergenz der Simulationsergebnisse bei 0,01 m hin.

### Variation des Auflösungsgrades

In Abbildung 5.3 b) ist der Vergleich der Modalanalyseergebnisse von sieben Netzen dargestellt, wobei der Auflösungsgrad zwischen 1, 2, 3, 4, 5, 6 und 7 variiert wird. Das Ergebnis zeigt erneut, dass die Frequenz der ersten sechs Eigenmoden bei einem steigenden Auflösungsgrad fällt. Ausnahmen finden sich bei einem sehr niedrigen Auflösungsgrad von 1 und 2. Zwischen den Ergebnissen bei einem Auflösungsgrad zwischen 1–4 und 5–7 besteht ein größerer Unterschied. Während die erste Gruppe (Stufe 1 – 4) einen recht chaotischen Zusammenhang zwischen den Ergebnissen für eine einzelne Eigenmode aufweist, ist in der zweiten Gruppe (Stufe 5 – 7) ein konvergentes Verhalten zu erkennen. Dabei ist die Differenz zwischen den Eigenmoden bei einem Auflösungsgrad von 5 und 6 wesentlich größer als die Differenz zwischen den Eigenmoden bei einem Auflösungsgrad von 6 und 7.

### Variation der adaptiven Elementgröße mit maximalem Auflösungsgrad

In Abbildung 5.4 a) ist erneut ein Vergleich von drei Netzen dargestellt, wobei die Sollelementgröße bei sonst gleichen Einstellungen zwischen 0, 1 m, 0, 05 m und 0, 01 m variiert wird. Jedoch wird diesmal der Auflösungsgrad maximal (=7) gewählt. Zu erkennen ist, dass durch den Auflösungsgrad 7 die Ergebnisse des 0, 1 m-Netzes im Vergleich zu 5.3 a) am stärksten, des 0, 05 m-Netzes gering und des 0, 01 m-Netzes kaum beeinflusst werden. Dabei fallen die berechneten Frequenzen bei hoher Auflösung niedriger aus als bei grober Auflösung. Die Ergebnisse des 0, 05 m-Netzes liegen durch die max. Auflösung näher an den Ergebnissen des 0, 01 m-Netzes. Der geringere Unterschied zwischen dem 0, 05 m-Netz und dem 0, 01 m-Netz bei max. Auflösungsgrad weist auf eine vorliegende, starke Konvergenz.

Tabelle 5.4: Netzqualität bei der FEM-Untersuchung des Standardsilos

Elementgröße	Adaptive Elementgröße + Auflösungsggrad	1-6. Eigenmode	Knotenanzahl	Speicherbedarf	exempl. Rechen-dauer
0.1 m	Ja + 2	{29, 36; 76, 51; 83, 76; 94, 50; 94, 70; 95, 89}	58148	1,7979 GB	9 s
0.05 m	Ja + 2	{13, 18; 25, 54; 28, 67; 48, 70; 48, 92; 56, 17}	228076	7,5381 GB	27 s
0.01 m	Ja + 2	{12, 26; 25, 49; 25, 50; 41, 81; 41, 82; 47, 87}	2855858	13,026 GB	2 h 51 m
—	Ja + 1	{135, 03; 135, 14; 155, 65; 157, 80; 167, 96; 174, 85}	28288	1,0459 GB	5 s
—	Ja + 2	{135, 42; 135, 63; 157, 72; 158, 20; 162, 36; 203, 69}	23730	992 MB	5 s
—	Ja + 3	{108, 14; 134, 70; 134, 74; 148, 63; 148, 93; 171, 80}	25309	1,0039 GB	6 s
—	Ja + 4	{46, 45; 121, 60; 130, 59; 132, 74; 133, 70; 134, 86}	33097	1.1045 GB	6 s
—	Ja + 5	{19, 62; 51, 72; 54, 55; 87, 65; 88, 48; 82, 69}	73770	2,3213 GB	10 s
—	Ja + 6	{14, 05; 32, 17; 32, 60; 57, 17; 57, 78; 66, 68}	110344	3,6035 GB	16 s
—	Ja + 7	{12, 69; 26, 65; 26, 66; 44, 20; 44, 24; 50, 72}	253060	8,6553 GB	32 s
0.1 m	Ja + 7	{18, 73; 48, 82; 49, 16; 94, 00; 94, 27; 96, 76}	64930	2,0537 GB	10 s
0.05 m	Ja + 7	{12, 74; 26, 75; 26, 81; 44, 41; 44, 58; 51, 05}	242055	8,0957 GB	30 s
0.01 m	Ja + 7	{12, 23; 25, 43; 25, 43; 41, 71; 41, 71; 47, 74}	3134797	14,184 GB	1 h 53 m

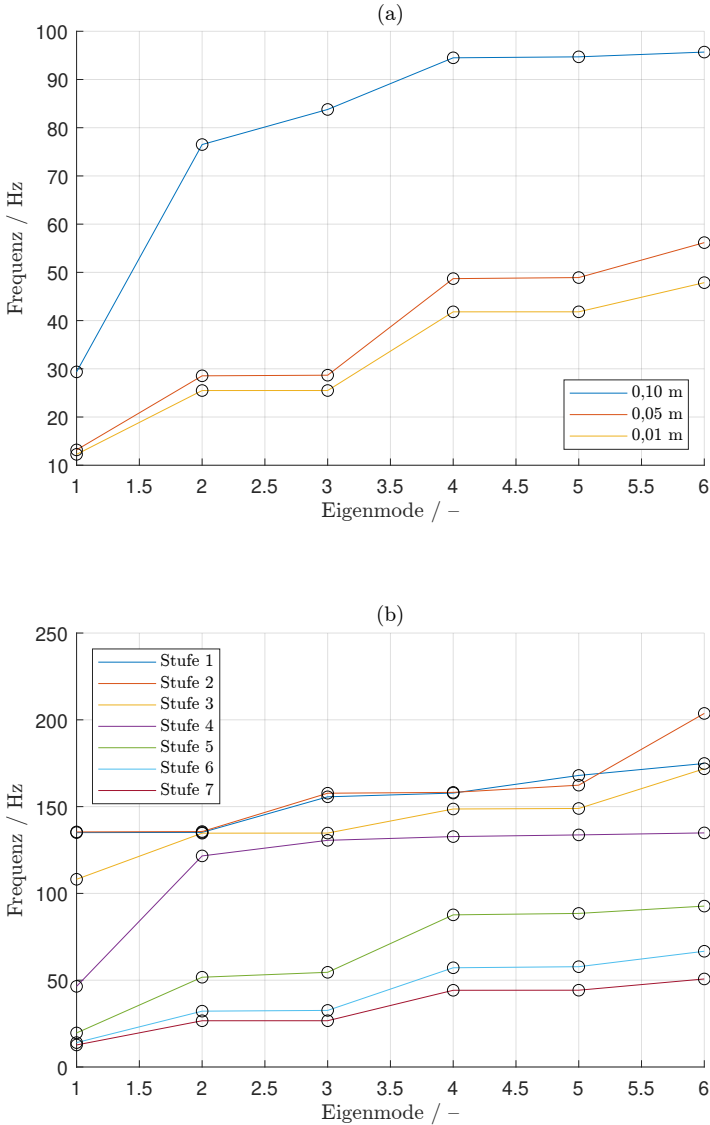


Abbildung 5.3: Konvergenzanalyse des FEM-Netzes bei Variation der a) Elementgröße und b) der adaptiven Netzaufösung



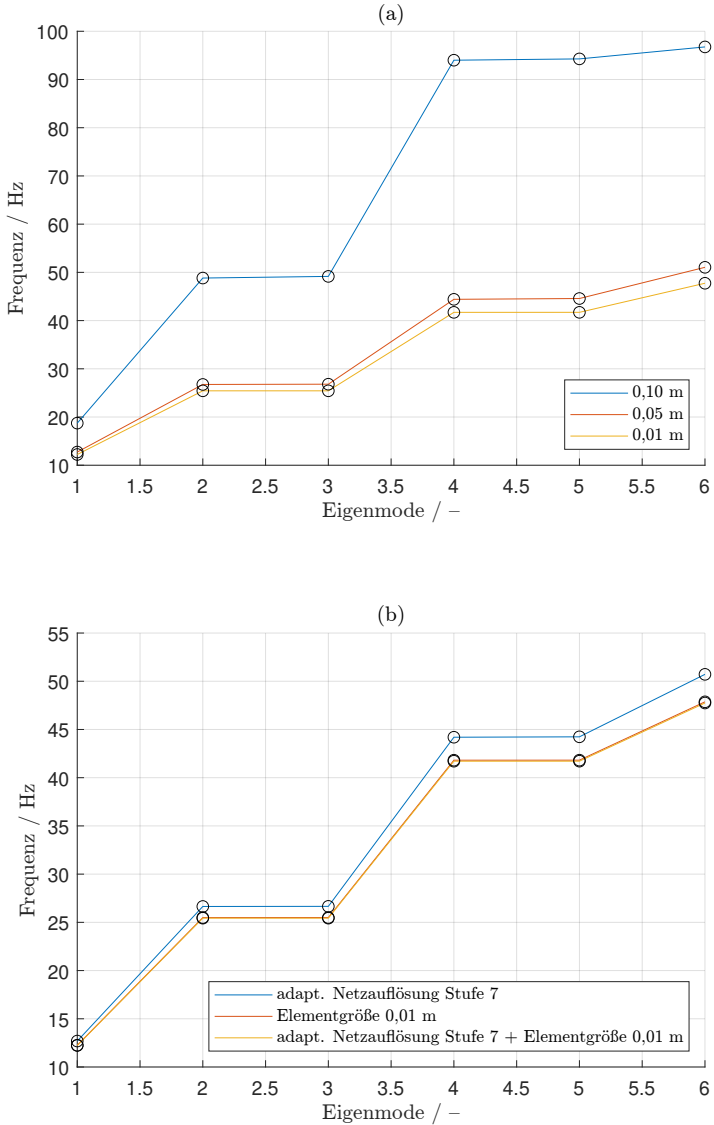


Abbildung 5.4: Konvergenzanalyse des FEM-Netzes a) bei Variation der Elementgröße bei max. adapt. Netzauflösung und b) beim direkten Vergleich der Netze mit feinsten Auflösung

### Vergleich der drei qualitativ hochwertigsten Vernetzungen

Tendenziell werden bei einer höheren Auflösung, d. h. bei einer möglichst kleinen Sollelementgröße oder einem hohen Auflösungsgrad, aufgrund der feineren Diskretisierung bessere Simulationsergebnisse erzeugt. Ein Anzeichen für die hohe Qualität bzw. die Stabilität der Simulationsmodelle ist die Konvergenz der Simulationsergebnisse. Anhand von diesem einfachen Kriterium kann für die bisher beschriebenen Simulationsergebnissen abgeleitet werden, dass die Ergebnisse mit den niedrigsten Frequenzen als qualitativ am besten zu bewerten sind. Daher werden in Abb. 5.4 b) die jeweils besten Netze aus den vorangegangenen drei Vergleichen aus Abb. 5.3 a), 5.3 b) und 5.4 a) gegenübergestellt. Bei diesem Vergleich ist der Unterschied zwischen dem rechengünstigsten Netz mit einer adaptive Netzauflösung der höchsten Stufe (Stufe 7) ohne Sollvorgabe für die Elementgröße und dem Netz mit der kleinsten Sollelementgröße (0,01 m) größer als der sehr kleine Unterschied zwischen dem Netz mit der kleinsten Sollelementgröße (0,01 m) und dem kombinierten Netz. Das kombinierte Netz hat eine adaptiven Netzauflösung der höchsten Stufe (Stufe 7) mit der kleinsten Elementgröße (0,01 m) als Sollvorgabe.

### Randbedingungen der transienten Analyse

Die angestrebte transiente Analyse bedeutet eine wesentlich höhere Rechenlast als die vorangegangene Modalanalyse. Erste Simulationsergebnisse weisen darauf hin, dass die akustische Impulsantwort hauptsächlich Frequenzen zwischen 100 – 5000 Hz enthält. Mit der höchsten, zu analysierenden Frequenz  $f_{\max} = 5000$  Hz kann anhand des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems [Sha49]

$$f_{\text{Sim}} \geq 2 \cdot f_{\max} \quad (5.10)$$

und

$$\Delta t_{\text{Sim}} = \frac{1}{f_{\text{Sim}}} \quad (5.11)$$

die minimale Simulationsfrequenz  $f_{\text{Sim}}$  bzw. der maximale Simulationszeitschritt  $\Delta t_{\text{Sim}}$  berechnet werden. Somit ergibt sich eine Simulationsschrittweite von  $\Delta t_{\text{Sim}} = 0,0001$  s. Weiterhin wird eine Simulationszeit von 0,05 s gewählt. Als Anregungspunkt wird eine Position auf der Zylinderhöhe gewählt, die von der Grenze zwischen dem Trichter und dem Zylinder der Silogeometrie ausgehend auf einer Höhe von 1,6 m liegt (vgl. Position 2 in Abb. 5.9). Die von außen anregende Kraft wird zunächst als 0 N, dann zum Zeitpunkt 0,001 s als 10 N, zum Zeitpunkt 0,002 s als 1 N und ab dem Zeitpunkt 0,003 s wieder als 0 N gewählt. Die Elementgröße sei

nicht vordefiniert, sondern wird durch die konvergenzbasierte Vernetzungsmethode ermittelt.

Tabelle 5.5: Rechenlast der transienten Analyse in Abhängigkeit der Netzqualität

Auflösungs-grad	Knoten-anzahl	Speicher-bedarf	exemplarische Rechendauer
1	28288	944 MB	22 m 11 s
2	23730	920 MB	18 m 9s
3	25309	929 MB	18 m 26 s
4	33097	988 MB	24 m 32 s
5	73770	1,8301 GB	1 h 10 m

Wie bereits diskutiert liegt das Ziel der FEM-Analyse in der qualitativen Untersuchung der Impulsantwort eines Silos in Abhängigkeit von verschiedenen potentiellen Einflussgrößen. Allgemeine Zusammenhänge sollen grundsätzlich abgebildet werden, jedoch mit überschaubarem Rechenaufwand. Daher wird für die folgende transiente Analyse ein algorithmisch generiertes Netz mit einem Auflösungsgrad von 5 verwendet.

Die Impulsantwort, die dabei als Schwingung auf der Silomantelfläche auftritt, wird im oben beschriebenen Angriffspunkt erfasst. Vernachlässigt wird dabei die Schallübertragung durch die Luft und das Übertragungsverhalten der FS-Einheit. Weiterhin wird die Dämpfung nach der in [New59] vorgestellten Methode von Newmark berücksichtigt [GKL12] [BH83]. Die numerische Dämpfung wird hierzu als 0,1 gewählt.

### 5.2.2 Simulation der Impulsantwort

Das resultierende Zeitsignal unter den beschriebenen Randbedingungen ist eine gedämpfte Schwingung und wird in Abbildung 5.5 abgebildet. Über der Abszissenachse ist die Zeit aufgetragen und über die Ordinatenachse die Amplitude der Verformung.

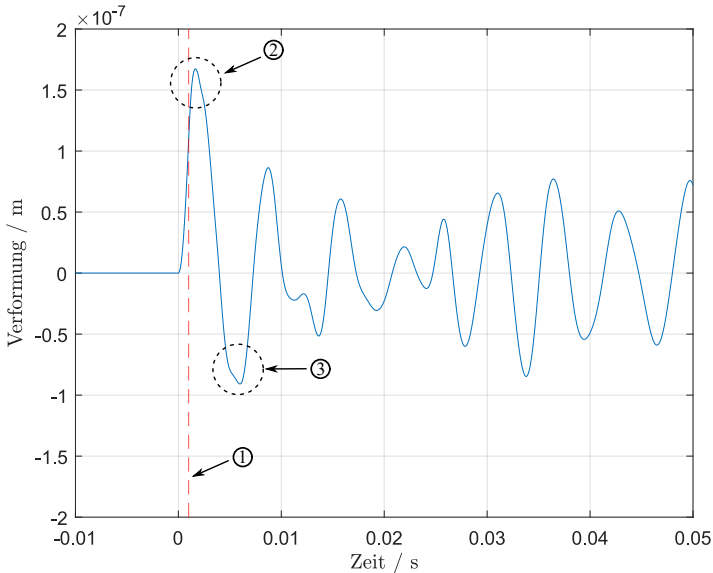


Abbildung 5.5: Zeitsignal der simulierten Impulsantwort

*Beobachtung zu Abb. 5.5:*

Bis zum Zeitpunkt  $t = 0$  s liegt keine Verformung vor. Dann steigt die Normalkraft, durch die die Impulsanregung durch das Schlagwerk abgebildet wird, linear an. Gleichzeitig wächst die Verformung an. Das positive Vorzeichen steht für die Verformung des Silomantels nach innen (d. h. zur Siloachse), das negative Vorzeichen für eine Verformung nach außen. Wie zuvor beschrieben, erreicht die Normalkraft zum Zeitpunkt  $t = 0,001$  s ihren Höchstwert. Dieser Zeitpunkt der maximalen Anregung wird bei der Visualisierung der Simulationsergebnisse durch eine gestrichelte rote Linie gekennzeichnet ①. Der maximalen Anregung folgt mit einer zeitlichen Verzögerung von  $0,0008$  s die maximale positive Auslenkung ②. Die darauf folgende negative Auslenkung ist gleichzeitig die maximal negative Auslenkung im

dargestellten Zeitbereich ③. Die Beträge der darauffolgenden Schwingungen sind jedoch nicht monoton fallend. Die Schwingung weist stattdessen ein kompliziertes, zeitliches Verhalten auf.

*Interpretation von Abb. 5.5:*

Die maximale Auslenkung des ersten Schwingungszyklus und die kleinere Auslenkung der folgenden Schwingungen deuten auf eine gedämpfte Schwingung hin. Das Schwingungsverhalten, welches nicht der Schwingung mit einer einzelnen Frequenz entspricht, deutet auf eine Streuung der Signalanteile im Frequenzbereich hin.

*Plausibilitätsprüfung der Ergebnisse in Abb. 5.5:*

Ein Vergleich mit den später präsentierten, experimentell ermittelten Impulsantworten des mobilen Schüttgutsilos (vgl. Abb. 6.5) zeigt, wie erwartet, erhebliche Abweichungen zwischen der Simulation und der Realität.

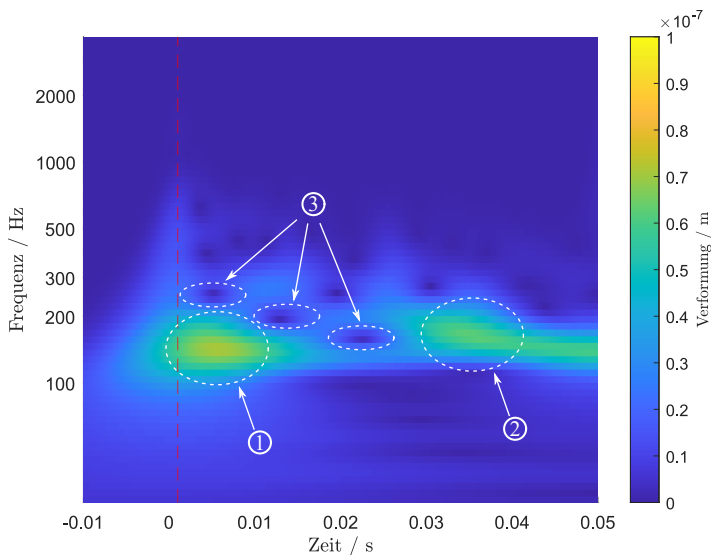


Abbildung 5.6: Kontinuierliche Wavelet-Transformierte der simulierten Impulsantwort

Was ein Mensch subjektiv als einen sogenannten Klang wahrnimmt, kann über den Schalldruck physikalisch grundsätzlich als die Amplitude der Verschiebung über die Zeit und die Frequenz beschrieben werden. Da das Zeitsignal keine Informationen

über die Frequenzverteilung darstellt, ist für die visuelle Analyse des Klangmusters durch den Menschen die kontinuierliche Wavelet-Transformierte (CWT) besser geeignet. Die CWT des Verformungszeitsignals ist in Abbildung 5.6 dargestellt. Über der Abszissenachse ist wie beim Zeitsignal die Zeit aufgetragen, über die Ordinatenachse ist die Frequenz aufgetragen und über die Farbskalierung ist die Betragsamplitude der Verformung aufgetragen.

*Beobachtung zu Abb. 5.6:*

Es ist zu sehen, dass im Allgemeinen nur ein kleiner Teil des Zeit-Frequenzspektrums eine wesentlich höhere Amplitude als 0 aufweist. Ein Großteil der Signalleistung liegt in einem Frequenzbereich zwischen 100 Hz und 300 Hz. In diesem Bereich können mehrere Maxima (gelb) und Minima (blau) entdeckt werden. Ein solches Maximum kann hier beispielweise zu einem Zeitpunkt von 0.005 s und bei einer Frequenz von 140 Hz, im Folgenden in der Schreibweise [0.005 s, 140 Hz] dargestellt, gefunden werden ①. Ebenso befindet sich ein Maximum im Bereich von [0.035 s, 175 Hz] ②. Auffällige Minima lassen sich bspw. an [0, 005 s, 245 Hz], [0, 013 s, 200 Hz] und [0, 023 s, 160 Hz] ③ finden.

*Interpretation von Abb. 5.6:*

Wie aus der Literatur bekannt, wird zum Zeitpunkt der Anregung der gesamte Frequenzbereich angeregt [KSA06]. Danach sind vor allem die Schwingungsanteile, die durch eine konstruktive oder durch eine destruktive Interferenz des Körperschalls geprägt sind, charakteristisch für die Impulsantwort. Die Stellen, die im Zeit-Frequenzbereich als Maxima auffallen ① und ②, resultieren aus einer stark konstruktiven Überlagerung einer bestimmten Frequenz zu einem bestimmten Zeitpunkt an dem ausgewählten Ort. Analog resultieren die Minima ③ aus einer starken destruktiven Überlagerung einer bestimmten Frequenz zu einem bestimmten Zeitpunkt an dem ausgewählten Ort in einem sonst mäßig aktiven Zeit-Frequenzbereich. Der Rückschluss solcher charakteristischer Merkmale auf bestimmte Einflussfaktoren ist, wie in Kapitel 4 gezeigt, ohne Weiteres nicht zu lösen.

*Plausibilitätsprüfung der Ergebnisse in Abb. 5.6:*

Ein Vergleich mit experimentell ermittelten Impulsantworten des mobilen Schüttgutsilos (vgl. Abb. 6.5) zeigt, wie erwartet, erhebliche Abweichungen zwischen der Simulation und der Realität. Die simulierte Impulsantwort weist sowohl im Zeit- als auch im Zeit-Frequenzbereich ein deutlich simpleres Muster auf. Charakteristische, qualitative Eigenschaften (wie z. B. Dämpfungsverhalten, lokale Minimas

und Maximas) existieren weiterhin. Daher wird eine eingeschränkte, qualitative Übertragbarkeit der Ergebnisse erwartet.

Bei der folgenden Analyse wird die Impulsantwort in beiden Darstellungen d. h. im Zeitbereich durch das Zeitsignal als auch im Zeit-Frequenzbereich durch die CWT herangezogen.

### 5.2.3 Variation der Temperatur

Wie in Kapitel 4 gezeigt, hat die Temperatur einen Einfluss auf die Werkstoffeigenschaften und somit auf das mechanische Schwingungsverhalten der metallenen Silostruktur. Im Folgenden wird daher mittels FEM der Einfluss der Temperatur auf die Impulsantwort des Standardsilos untersucht. Die Untersuchung erfolgt anhand einer Modalanalyse und einer transienten Analyse auf Basis der FEM-Methode. Die Temperatur wird dabei in  $10^{\circ}\text{C}$ -Schritten von  $-10^{\circ}\text{C}$  bis  $40^{\circ}\text{C}$  variiert. Ziel der folgenden Untersuchung ist es, den Temperatureinfluss auf das FS-Konzept zu beurteilen und anschließend die Priorität einer experimentellen Untersuchung des Temperatureinflusses abzuleiten.

Wie in Abb. 5.6 zu sehen, haben vor allem Schwingungen von 100 Hz bis 2000 Hz einen wesentlichen Beitrag zur Impulsantwort des Standardsilos. Daher wird die Modalanalyse auf die Berechnung der Eigenmoden in diesem Frequenzbereich beschränkt. In Abbildung 5.7 sind die Ergebnisse der Modalanalyse dargestellt.

*Beobachtung zu Abb. 5.7:*

In dem ausgewählten Frequenzbereich zwischen 100-2000 Hz wurden insgesamt 708 Eigenmoden gefunden. In der groben Ansicht (vgl. Abb. 5.7 a)) ist kaum ein Unterschied bei einer Temperaturvariation zwischen  $-10^{\circ}\text{C}$  und  $40^{\circ}\text{C}$  zu erkennen. In der Detailansicht (vgl. Abb. 5.7 b-c)) ist der Unterschied etwas deutlicher zu erkennen. Dabei ist der Unterschied bei einer niedrigen Frequenz (vgl. Abb. 5.7 b)) kleiner als bei hohen Frequenzen (vgl. Abb. 5.7 c)). Weiterhin ist in der Detailansicht der höheren Frequenzen (vgl. Abb. 5.7 c)) zu erkennen, dass die Frequenzen der Eigenmoden bei steigender Temperatur fallen.

*Interpretation von Abb. 5.7:*

Aus den Ergebnissen der Modalanalyse lässt sich ableiten, dass der Temperatureinfluss mit der Frequenz der betrachteten Schwingungsanteils steigt. Der Einfluss ist jedoch im analysierten Frequenzbereich so gering, dass die Temperatur nicht als scheinbar kritische Einflussgröße des FS-Konzeptes bewertet werden kann.

*Plausibilitätsprüfung der Ergebnisse in Abb. 5.7:*

Da die Temperaturabhängigkeit der Eigenmoden nicht experimentell untersucht wurden, kann an dieser Stelle keine Aussage über die Plausibilität der Ergebnisse gemacht werden.



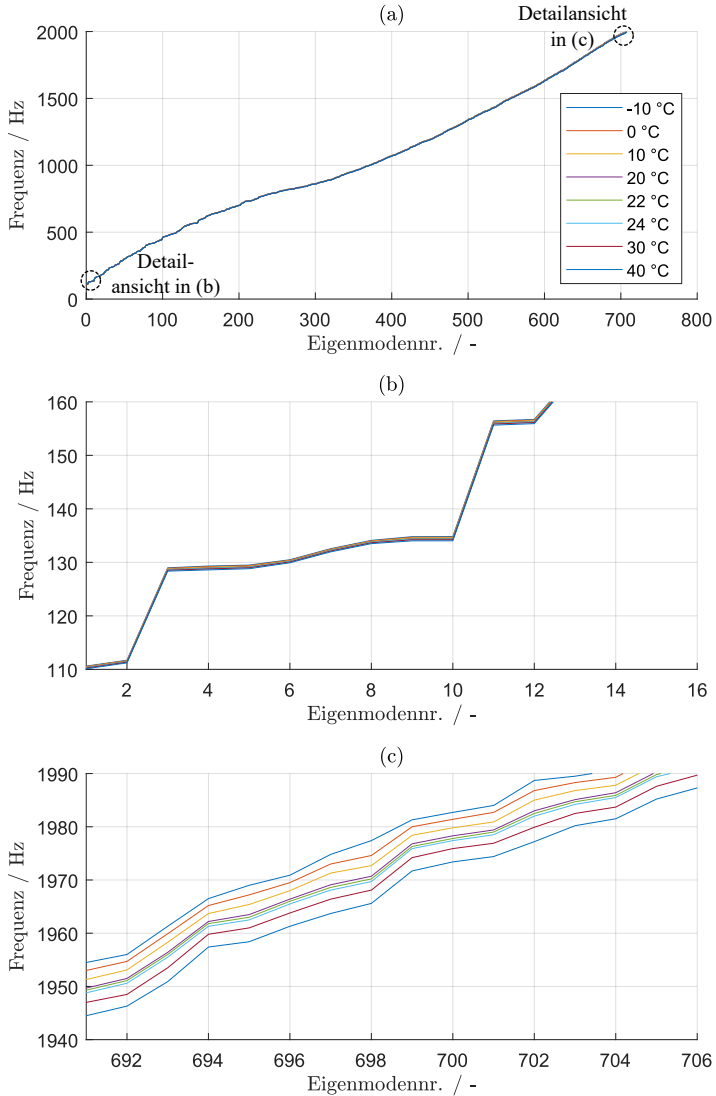


Abbildung 5.7: Eigenmoden der Silostruktur bei unterschiedlichen Temperaturen  
 a) zwischen 100–2000 Hz, b) zwischen 110–160 Hz und c) zwischen 1940 – 1990 Hz

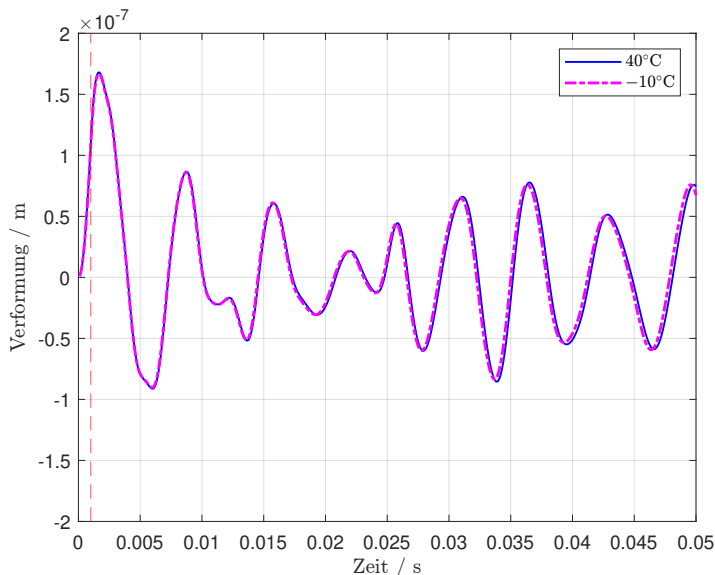


Abbildung 5.8: Vergleich des Zeitverlaufs der simulierten Impulsantworten bei  $-10^{\circ}\text{C}$  und  $40^{\circ}\text{C}$

In Abbildung 5.8 ist der Vergleich des Zeitverlaufs einer Impulsantwort bei einer Temperatur von  $-10^{\circ}\text{C}$  und  $40^{\circ}\text{C}$  dargestellt.

*Beobachtung zu Abb. 5.8:*

Zu Beginn der Anregung ist kaum ein Unterschied zu erkennen. Der Verlauf der Impulsantwort bei  $-10^{\circ}\text{C}$  folgt der Impulsantwort bei  $40^{\circ}\text{C}$  mit einer Verzögerung, die mit der Zeit ansteigt.

*Interpretation von Abb. 5.8:*

Die Werkstoffeigenschaften eines Druckbehälterstahls sind im Allgemeinen temperaturabhängig. Dies gilt insbesondere für die Steifigkeit (siehe Elastizitätsmodul in Tab. 5.2). Mit fallender Temperatur steigt das Elastizitätsmodul und somit steigt auch der Widerstand, den die Schwingung erfährt. Aus dem steigenden Widerstand resultiert die wachsende Verzögerung der Impulsantwort bei niedriger Temperatur. Der Unterschied der Impulsantworten im untersuchten Temperaturbereich ist jedoch so gering, dass die Temperatur als scheinbar kritische Einflussgröße für das FS-Konzept ausgeschlossen werden kann.

*Plausibilitätsprüfung der Ergebnisse in Abb. 5.8:*

Da die Temperaturabhängigkeit der Impulsantwort nicht experimentell untersucht wurde, kann an dieser Stelle keine Aussage über die Plausibilität der Ergebnisse gemacht werden.

## 5.2.4 Variation der Position

Ein Vorteil des vorgestellten, nichtinvasiven Sensorkonzepts ist die flexible Montage am Silobehälter über die Magnetfüße des FS. Dabei liegt eine hohe Freiheit bei der Wahl der Montageposition vor. In Kapitel 4 wurde gezeigt, dass die geometrische Anordnung der Anregungs- und Messpunkt potentiell einen Einfluss auf die Impulsantwort haben kann. In diesem Unterkapitel wird untersucht, ob dieser Einfluss im vorliegenden Anwendungsfall kritisch zu sein scheint.

### Variation der Montageposition des FS

Im Gehäuse des FS ist sowohl das Schlagwerk als auch der Schallwandler (bzw. das Mikrofon) integriert. Je nachdem, wo der FS vom Monteur am Silo angebracht wird, erfolgt dort die Anregung und die Messung der Impulsantwort. Grundsätzlich hat der Monteur kaum Einschränkungen bei der Wahl der FS-Position. Um den Einfluss der FS-Position beurteilen zu können, werden unterschiedliche, potentielle FS-Positionen ausgewählt. Für jede gewählte Position erfolgt im Rahmen einer eigenständigen FEM-Analyse eine Anregung. Außerdem wird die Verformung der Manteloberfläche an derselben Position erfasst und untersucht. Ziel der folgenden Untersuchung ist es, die Montageposition des FS als potentielle Störgröße des FS-Konzepts zu beurteilen und anschließend die Priorität einer experimentellen Untersuchung der Montageposition abzuleiten.

Zur Beschreibung der unterschiedlichen Positionen am Silo wird ein Zylinderkoordinatensystem, bestehend aus einer axialen Komponente  $h_{\text{Pos}}$  und einem Winkelkomponente  $\varphi_{\text{Pos}}$  verwendet. Die Wahl des Nullpunktes bzw. -winkels ist in Abb. 5.9 dargestellt.

Entlang der Achse werden drei Positionen im Abstand von 0.8 m (bei  $h_{\text{Pos}}$  von 0.8 m, 1.6 m und 2.4 m) an jeder Seite (links  $0^\circ$ , rechts  $180^\circ$ ) des Silos definiert (vgl. Abb. 5.9). Die mittlere Position auf der linken Seite (Position 2) wird dabei als Standardposition definiert. Die übrigen fünf genannten Positionen (1,3,4,5 und 6) werden für eine sogenannte grobe Positionsvariation verwendet. Darüber hinaus

werden für eine feine Positionsvariation fünf weitere Positionen in unmittelbarer Nähe zur Standardposition (Position 2) definiert. Um die Komplexität des Netzes und den damit einhergehenden Berechnungsaufwand nicht zu erhöhen, werden diese fünf Positionen (Position 7, 8, 9, 10 und 11), wie in Abb. 5.10 dargestellt, auf den umliegenden Knoten gewählt. Die Koordinaten aller Positionen sind in Tab. 5.6 aufgelistet.

### Grobe Variation der Montageposition

Die Variation der Gehäuseposition wird, wie bereits erwähnt, in eine grobe und feine Variation unterteilt. Die grobe Variation spiegelt den Einfluss, den eine vollkommen beliebige Positionierung des Gehäuses durch den Monteur auf die Impulsantwort hat, wieder. Ziel dieser Untersuchung ist es, eine vollkommen beliebige Wahl der Montageposition durch den Monteur als potentielle Einflussgröße des FS-Konzepts zu beurteilen und anschließend die Priorität einer experimentellen Untersuchung abzuleiten. Die Impulsantworten bei einer Positionierung des FS an den Positionen 1 – 6 sind in Abb. 5.11 dargestellt. An diesen FS-Positionen wird jeweils angeregt und gleichzeitig die Verformung an derselben Stelle beobachtet.

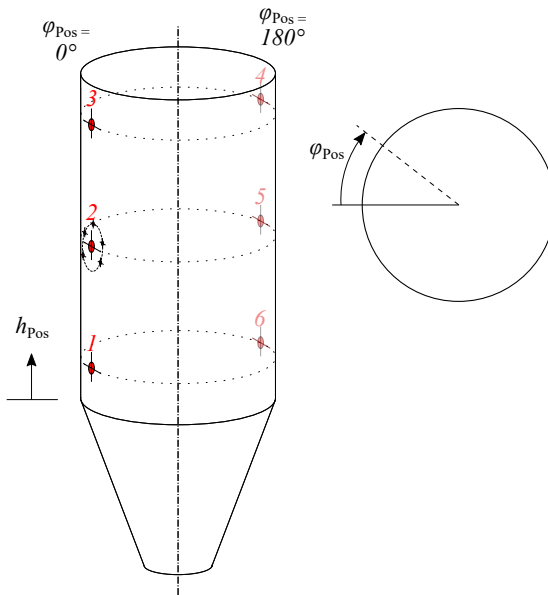


Abbildung 5.9: Montagepositionen 1 – 6 (für grobe Positionsvariation) im Silkoordinatensystem

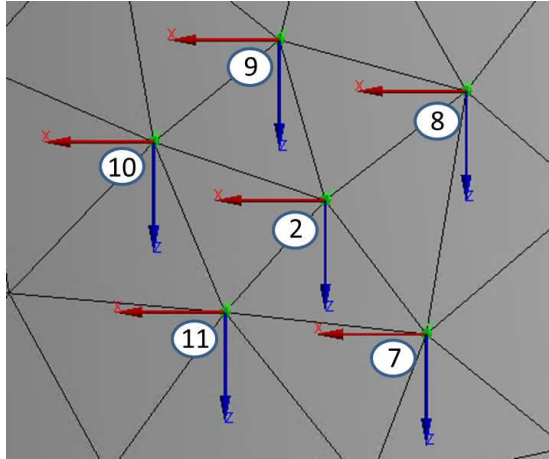


Abbildung 5.10: Anordnung der Montagepositionen 7 – 11 (für feine Positionsvariation)

Tabelle 5.6: Koordinaten aller Montagepositionen (für grobe und feine Positionsvariation)

Positionsnummer	axiale Silo-Koordinate $h_{\text{Pos}} / \text{m}$	radiale Silo-Koordinate $\varphi_{\text{Pos}} / ^\circ$
1	0.8 m	0
2 (Standard)	1.6 m	0
3	2.4 m	0
4	2.4 m	180
5	1.6 m	180
6	0.8 m	180
7	1.6753 m	-3.2657
8	1.5386 m	-4.5598
9	1.5099 m	1.4786
10	1.5673	5.5477
11	1.6630	3.2390

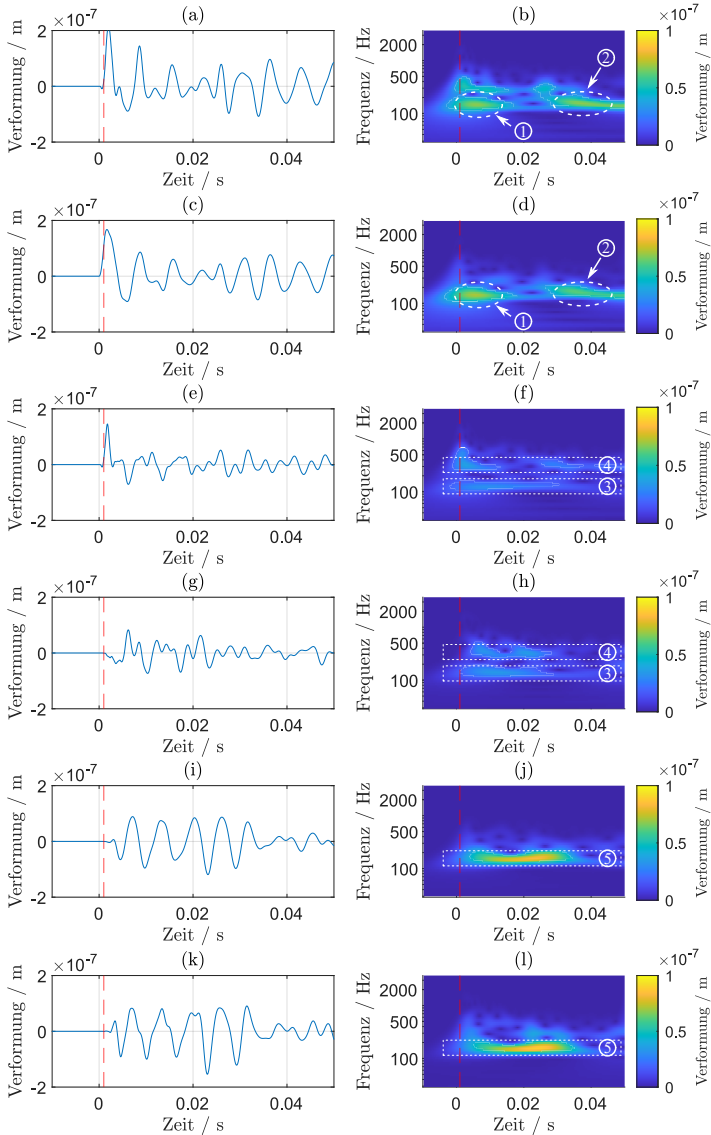


Abbildung 5.11: Grobe Variation der FS-Montageposition: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) an (a-b) Montageposition 1, (c-d) Montageposition 2, (e-f) Montageposition 3, (g-h) Montageposition 4, (i-j) Montageposition 5 und (k-l) Montageposition 6

*Beobachtung zu Abb. 5.11:*

Im Allgemeinen können sowohl im Zeitbereich (links) als auch im Zeit-Frequenzbereich (rechts) deutliche Unterschiede zwischen den Impulsantworten erkannt werden. Auffällig ist gleichzeitig eine hohe Ähnlichkeit zwischen den Impulsantworten von Montageposition 1 mit Montageposition 2 (Paarung  $1 \leftrightarrow 2$ ), Montageposition 3 mit Montageposition 4 (Paarung  $3 \leftrightarrow 4$ ) und Montageposition 5 mit Montageposition 6 (Paarung  $5 \leftrightarrow 6$ ). Die Ähnlichkeit dieser drei Paare wird vor allem im Zeit-Frequenzbereich deutlich. Das Positionspaar  $1 \leftrightarrow 2$  zeichnet sich durch die beiden Maxima an  $[0,005 \text{ s}; 160 \text{ Hz}]$  ① und  $[0,035 \text{ s}; 160 \text{ Hz}]$  ② aus (vgl. Abb. 5.11 b und d). Charakteristisch für das Positionspaar  $3 \leftrightarrow 4$  sind die mittelhohen Amplituden jeweils bei einer Frequenz von 130 Hz ③ und 350 Hz ④ (vgl. Abb. 5.11 f und h). Das Positionspaar  $5 \leftrightarrow 6$  weist (ähnlich zu  $1 \leftrightarrow 2$ ) hohe Amplituden im Frequenzbereich um 160 Hz auf ⑤ (vgl. Abb. 5.11 j und l).

*Interpretation von Abb. 5.11:*

Die Erkenntnis, dass die Gehäusepositionen 1 und 2 sowie 5 und 6 unterhalb von 300 Hz ein vergleichbares Ergebnis liefern, lässt die Hypothese zu, dass bei hinreichender mechanischen Homogenität des Silos und einer Fokussierung der Auswertung auf einen bestimmten Frequenzbereichs robust gegenüber einer Positionsvariation sein kann. Der Grund, warum die beiden oberen Gehäusepositionen zu einem stark unterschiedlichen Ergebnis gegenüber den unteren Positionen führen, kann in der hohen Steifigkeit des oberen Silobereichs aufgrund des Deckels liegen. Der abschließende kreisförmige Deckel dämpft dabei die tiefen Frequenzen (hier: kleiner 300 Hz), überträgt jedoch hohe Frequenzen (hier: größer 300 Hz). Aufgrund der symmetrischen Silogeometrie und den identischen Materialeigenschaften ist ein identisches Verhalten der beiden jeweils gegenüberliegenden Sensoren zu erwarten (1 und 6; 2 und 5; 3 und 4). Das stattdessen unterschiedliche Simulationsergebnis kann einer Asymmetrie des FEM-Netzes geschuldet sein. Abschließend ist aus den Ergebnissen abzuleiten, dass eine vollkommen beliebige Wahl der Montageposition des FS durch den Monteur einen scheinbar kritischen Einfluss auf die Impulsantwort hat. Daher ist die experimentelle Untersuchung einer groben Variation der Montageposition empfehlenswert.

*Plausibilitätsprüfung der Ergebnisse in Abb. 5.11:*

Die Beobachtungen und die Interpretation der Simulationsergebnisse bei grober Variation der Montageposition werden später durch die experimentellen Ergebnisse in Abb. 6.11 bestätigt.

### Feine Variation der Montageposition

Die Analyse der Montageposition ist vor allem von zentraler Bedeutung für das FS-Konzept, weil dem Monteur durch die Magnetverbindung eine große Freiheit bei der Wahl der Montageposition ermöglicht wird. Alternativ ist es möglich eine bestimmte Sollposition für die Montage des Gehäuses bspw. mit einem Aufkleber zu markieren. Der Monteur wird angewiesen, sich bei der Montage des FS an der Markierung zu orientieren. Dadurch kann zwar gezielt die Freiheit bei der Montageposition stark eingeschränkt und die Robustheit des Messverfahrens erhöht werden, jedoch müssen kleinere, menschenverursachte Montagetoleranzen hingenommen und vom FS-Konzept kompensiert werden können. Die sogenannte feine Variation der Montageposition repräsentiert das Vorliegen von Montagetoleranzen von bis zu 10 cm. Ziel dieser Untersuchung ist es, die Montagetoleranz durch den Monteur bei vorgegebener Sollposition als potentielle Störgröße des FS-Konzepts zu beurteilen und anschließend die Priorität einer experimentellen Untersuchung der Montagetoleranzen abzuleiten. Die Impulsantworten, die bei einer Positionierung des FS an den Positionen 7 – 11 erfasst werden, sind in Abb. 5.12 dargestellt. An diesen FS-Positionen wird sowohl angeregt als auch der resultierende Körperschall erfasst.

*Beobachtung zu Abb. 5.12:*

Die Zeitsignale (links) weichen bei einer feinen Variation der Montageposition (vgl. Abb. 5.12 c, e, g, i und k) nur geringfügig von der Impulsantwort an der Referenzposition 2 (vgl. Abb. 5.12 a) ab. Auf den ersten Blick erscheinen die Signalverläufe sogar identisch. Kleine Unterschiede können im Bereich von  $0,02 - 0,025$  s ① erkannt werden. Die bei Position 2 zu erkennenden Maxima der CWT bei  $[0,006$  ms,  $150$  Hz] ② und  $[0,035$  s,  $150$  Hz] ③ (vgl. Abb. 5.12 b) bleiben bei einer kleinen Variation der Montageposition erhalten (vgl. Abb. 5.12 d, f, h, j und l). Es variiert jedoch die maximale Verformungsamplitude.

*Interpretation von Abb. 5.12:*

Bei einer kleinen Variation der Montageposition bleiben die charakteristischen Eigenschaften der Impulsantwort im Wesentlichen erhalten. Die Montagetoleranz durch den Monteur bei vorgegebener Sollposition ist nach den vorliegenden Simulationsergebnissen als Einflussgröße des FS-Konzepts zu vernachlässigen. Da die grobe Variation jedoch einen signifikanten Einfluss der FS-Position aufgezeigt hat und die Simulationsergebnisse primär einer qualitativen Untersuchung dienen, wird der experimentellen Untersuchung der feinen Variation der Montagetoleranz



ebenfalls eine hohe Priorität beigemessen. Dabei ist zu klären, ob auch am realen Silosystem kleinere Montagetoleranzen sich als vernachlässigbare Einflussgröße des FS-Konzepts bestätigen.

*Plausibilitätsprüfung der Ergebnisse in Abb. 5.12:*

Die Beobachtungen und die Interpretation der Simulationsergebnisse bei feiner Variation der Montageposition werden später durch die experimentellen Ergebnisse in Abb. 6.12 bestätigt.

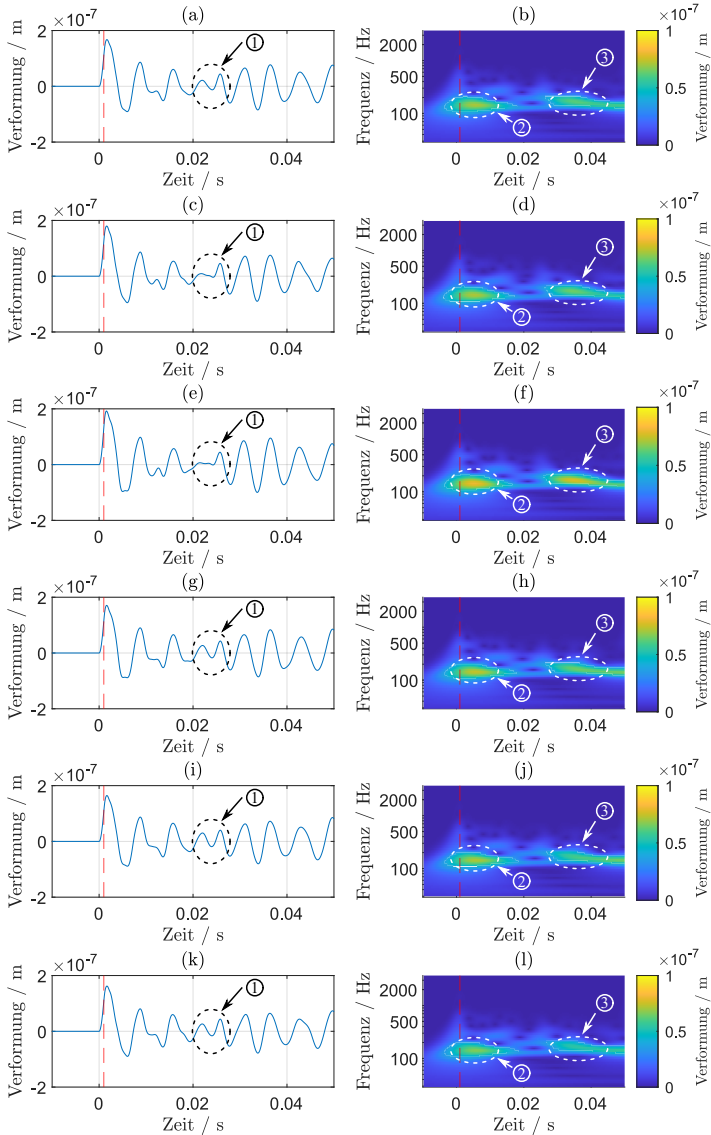


Abbildung 5.12: Feine Variation der FS-Montageposition: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und im Zeit-Frequenzbereich (rechts) an (a-b) Montageposition 2, (c-d) Montageposition 7, (e-f) Montageposition 2, (g-h) Montageposition 9, (i-j) Montageposition 10 und (k-l) Montageposition 11

### **Variation des relativen Abstands zwischen Anregungs- und Messpunkt**

Um die Systemkomplexität des FS niedrig zu halten, wird grundsätzlich die gemeinsame Integration des Schlagwerks und des Schallwandlers im gleichen Gehäuse bevorzugt. Grundsätzlich besteht jedoch die Möglichkeit, die Position des Schlagwerks und des Schallwandlers unabhängig voneinander zu wählen. Denkbar sind Lösungen, die ein fest montiertes Schlagwerk in Kombination einer mobilen Messeinheit, bspw. dem Handymikrofon vorsehen. Dabei können die Positionen des Schlagwerks und des Schallwandlers vollkommen unterschiedlich sein. Selbst wenn Schlagwerk und Schallwandler im gleichen Gehäuse vorgesehen sind, liegen fertigungsbedingte geometrische Abweichungen des FS vor. Diese können zu kleinen Variationen hinsichtlich der relativen Positionierung zwischen Schlagwerk und Schallwandler führen. In Kapitel 4 wurde jedoch gezeigt, dass die geometrische Beziehung zwischen den Positionen der Anregung und Schallerfassung eine potentielle Einflussgröße sein kann. Ziel der folgenden Untersuchung ist es, eine Variation der relativen Positionierung zwischen Schlagwerk und Schallwandler als potentielle Einflussgröße des FS-Konzepts zu beurteilen und anschließend die Priorität einer experimentellen Untersuchung abzuleiten. Hierzu wird das Silo an der Position 2 angeregt. Als virtuelle Messstellen werden die zuvor beschriebenen Positionen aus Tab. 5.6 verwendet. In Tab. 5.7 ist der direkte Abstand zwischen Anregungspunkt an Position 2 und den unterschiedlichen Messstellen bzw. Schallwandlerpositionen aufgetragen. Die Variation wird dabei erneut in eine grobe Variation und eine feine Variation der Sensorposition unterteilt.

### **Grobe Variation der Schallwandlerposition**

Während der bisherige Entwurf des FS-Konzeptes eine Integration von Aktuator und Sensor im gemeinsamen Gehäuse vorsieht, sind durchaus Alternativlösungen denkbar. Wie bereits erwähnt, könnte ein weiteres Lösungskonzept aus dem Schlagwerk aus einer Messsoftware in Form von einer App für Smartphones bestehen. Die akustische Impulsantwort würde nicht mit einem separaten Schallwandler, sondern beispielsweise durch das Mikrofon des Smartphones aufgezeichnet werden. Dabei ist die relative Anordnung von Anregungspunkt und Messstelle beliebig wählbar. Ziel der folgenden Untersuchung ist die Beurteilung, ob die vollkommen beliebige Variation der relativen Anordnung eine kritische Einflussgröße sein kann. Weiterhin soll die Priorität einer experimentellen Untersuchung abgeleitet werden. Hierzu wird das Silo an Position 2 angeregt und in Rahmen einer groben Variation die Impulsantwort an den Positionen 1 – 6 erfasst (vgl. Abb. 5.13).

Tabelle 5.7: Schallwandlerpositionen

Schallwandler- nummer	Entfernung zum Anre- gungspunkt / m
1	0.8 m
2	0 m
3	0.8 m
4	2.1541 m
5	2 m
6	2.1541 m
7	0.0944 m
8	0.1005 m
9	0.0937 m
10	0.1022
11	0.0846

*Beobachtung zu Abb. 5.13:*

Im Allgemeinen können sowohl im Zeitbereich (links) als auch im Zeit-Frequenzbereich (rechts) deutliche Unterschiede erkannt werden. Auffällig ist die deutliche Ähnlichkeit zu den Ergebnissen bei der groben Variation der FS-Montageposition (vgl. Abb. 5.11). Es können größtenteils dieselben Positionspaare mit dem selben charakteristischen Merkmalen im Zeit-Frequenzbereich (rechts) erkannt werden (1 ↔ 2 mit Maxima bei [0,005 s; 160 Hz] ① und [0,035 s; 160 Hz] ②), 3 ↔ 4 mit mittelhohen Amplituden bei 130 Hz ③ und 5 ↔ 6 mit hohen Amplituden um 160 Hz auf ⑤). Es können jedoch keine ausgeprägten Amplituden im Bereich von 350 Hz ④ erkannt werden.

*Interpretation von Abb. 5.13:*

Die FS-Signale weisen je nach Messstelle starke Unterschiede auf. Daher kann geschlossen werden, dass eine vollkommen voneinander losgelöste Positionierung von Schlagwerk und Schallwandler kritisch für das FS-Konzept ist. Das Fehlen eines analogen Verhaltens zwischen den Impulsantworten an der linken Seite und der rechten Seite des Silos wird erneut durch die Asymmetrie des Netzes erklärt. Aus wirtschaftlichen Gründen wird die Priorität einer experimentellen Untersuchung hier als niedrig angesehen.

---

*Plausibilitätsprüfung der Ergebnisse in Abb. 5.13:*

Da im Folgenden die grobe Variation der Schallwandlerposition nicht experimentell untersucht wird, können die Ergebnisse aus Abb. 5.13 nicht ausreichend auf Plausibilität geprüft werden.

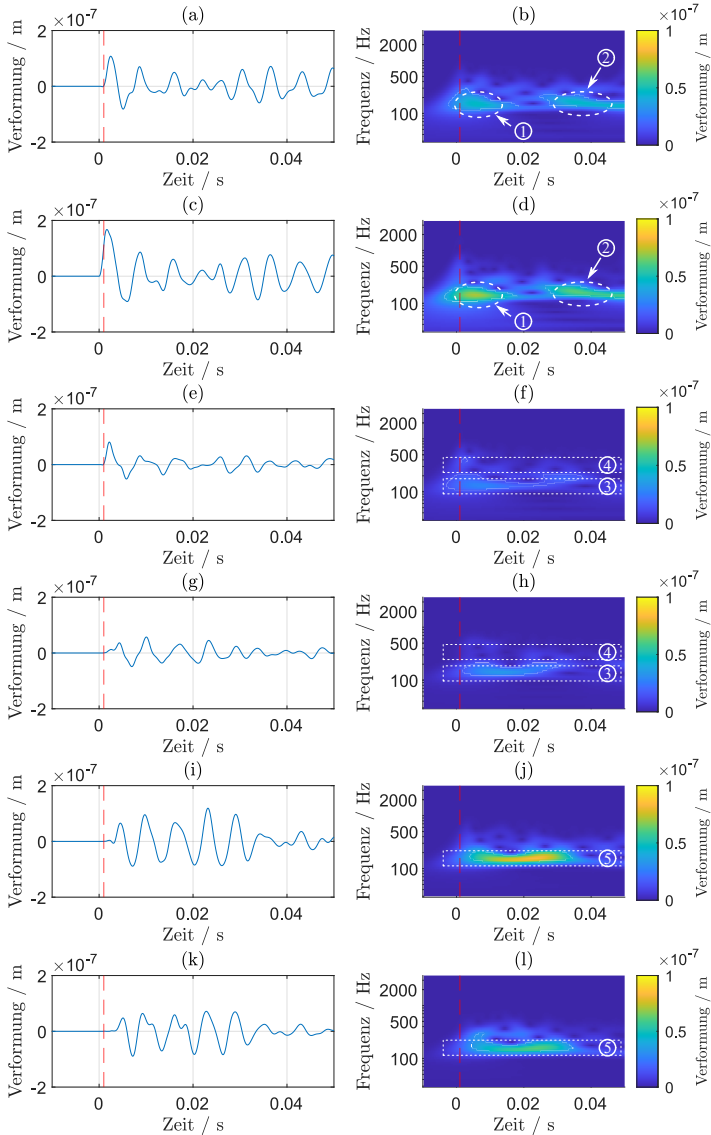


Abbildung 5.13: Grobe Variation der Position des Schallwandlers: Impulsantwort im Zeitbereich (links) sowie im Zeit-Frequenzbereich (rechts) an (a-b) Montageposition 1, (c-d) Montageposition 2, (e-f) Montageposition 3, (g-h) Montageposition 4, (i-j) Montageposition 5 und (k-l) Montageposition 6

### Feine Variation der Schallwandlerposition

Auch wenn die Variation der relativen Schlagwerk-Schallwandler-Positionierung nicht zwingend gefordert wird, ist fertigungsbedingt mit kleinen Variationen zu rechnen. Vor allem, wenn ein Redesign des FS-Prototypen vorgenommen wird, kann es aus Gründen der Bauraumersparnis, zu mehreren konstruktiven Änderungen der relativen geometrischen Anordnung zwischen Schlagwerk und Schallwandler kommen. Ziel der folgenden Untersuchung ist daher, zu prüfen, ob eine bspw. fertigungsbedingte oder Redesign-begründete, geringfügige Variation der relativen Positionierung von Schlagwerk und Mikrofon zu einer starken Veränderung der erfassten Impulsantwort führt. Hierzu wird das Silo erneut an Position 2 angeregt und die Impulsantwort an den Positionen 7–11, die ca. 0,1 m vom Anregungspunkt entfernt sind, erfasst. Die erfassten Impulsantworten sind in Abb. 5.14 sowohl im Zeitbereich als auch im Zeit-Frequenzbereich dargestellt.

*Beobachtung zu Abb. 5.14:*

Visuell kann ein Unterschied der Impulsantworten bei einer kleinen Variation der relativen Anordnung von Schlagwerk und Schallwandler weder im Zeitbereich noch im Zeit-Frequenzbereich erkannt werden. Im Gegensatz zur feinen Positionsvariation des gesamten FS kann selbst im Zeitbereich 0,02 s bis 0,025 s des Zeitsignals (links) kein Unterschied erkannt werden ①. Auch im Zeit-Frequenzbereich (rechts) weisen die Impulsantworten bei einer feinen Variation der Schallwandlerposition keine wesentlichen Veränderungen der beiden Maxima ② und ③ auf.

*Interpretation von Abb. 5.14:*

Sofern die Position der Anregung gleich bleibt, besteht eine hohe Robustheit gegenüber kleinen Variationen der Schallwandlerposition. Eine fertigungsbedingte Toleranz der relativen Anordnung zwischen Anregungspunkt und Messstelle stellt keine kritische Einflussgröße dar und ist zu vernachlässigen. Aus dem Vergleich von Abb. 5.12 und Abb. 5.14 kann außerdem geschlussfolgert werden, dass eine kleine Variation der Schallwandlerposition weniger kritisch ist, als die Variation des gesamten FS. Eine experimentelle Untersuchung der Variation der relativen Anordnung von Anregungspunkt und Messstelle wird aufgrund der hohen Ähnlichkeit von Abb. 5.14 als nicht notwendig erachtet.

*Plausibilitätsprüfung der Ergebnisse in Abb. 5.14:*

Da im Folgenden die feine Variation der Schallwandlerposition nicht experimentell untersucht wird, können die Ergebnisse aus Abb. 5.14 nicht hinreichend auf Plau-

sibilität geprüft werden. Die experimentellen Ergebnisse in Abb. 6.7 und 6.8 zeigen jedoch einen hohen Einfluss der FS-Fertigungstoleranzen, welche die feine Variation der Schallwandlerposition umfassen, und bestätigen die simulativen Ergebnisse in eingeschränktem Maße.



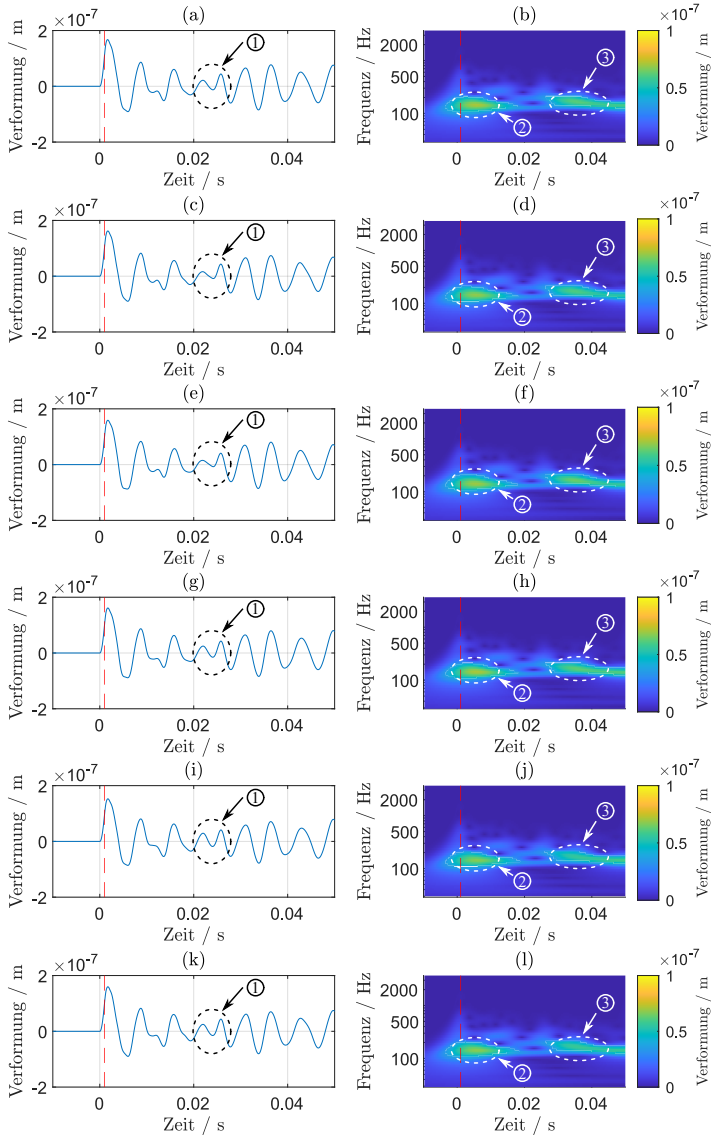


Abbildung 5.14: Feine Variation der Position des Schallwandlers: Impulsantwort im Zeitbereich (links) sowie im Zeit-Frequenzbereich (rechts) an (a-b) Montageposition 2, (c-d) Montageposition 7, (e-f) Montageposition 2, (g-h) Montageposition 9, (i-j) Montageposition 10 und (k-l) Montageposition 11

## 5.2.5 Variation der Anregungsenergie

Bei einer harmonischen Anregung eines Systems kann die eingebrachte Energie präzise gesteuert werden. Bei einer Impulsanregung ist ein reproduzierbarer Eintrag der immer gleichen Energiemenge technisch schwer zu realisieren [KSA06]. In Kapitel 4 wurde jedoch gezeigt, dass eine Variation der eingebrachten Anregungsenergie potentiell einen Einfluss auf die Impulsantwort haben kann. Ziel der folgenden Untersuchung ist die Beurteilung, ob die technisch bedingte Variation der Erregerkraft eine potentielle Einflussgröße darstellt. Hierzu wird die Kraft zum Zeitpunkt der maximalen Anregung 0.001 s zwischen 1 N (vgl. Abb. 5.15 a), 10 N (vgl. Abb. 5.15 b) und 100 N (vgl. Abb. 5.15 c) variiert.

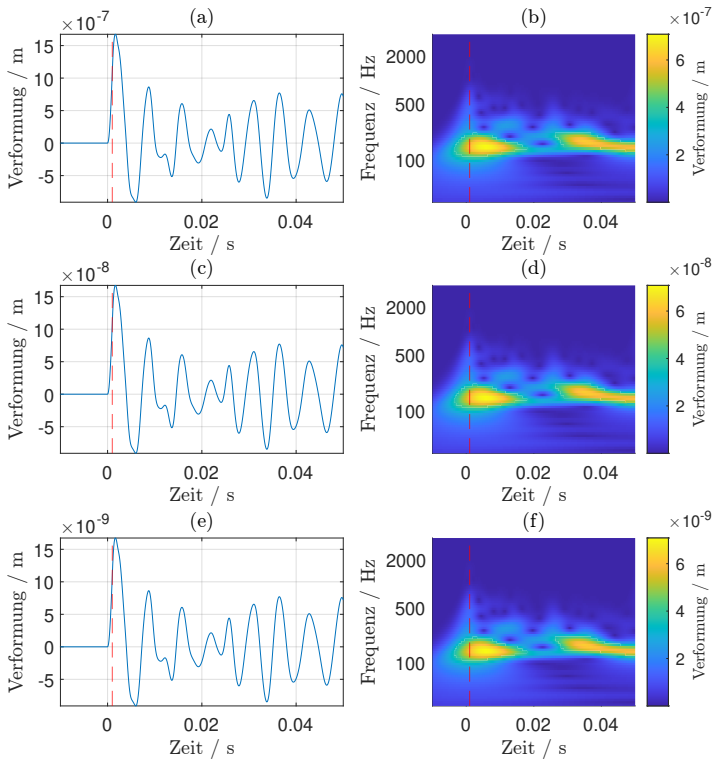


Abbildung 5.15: Simulierte Impulsantwort bei unterschiedlichen Anregungskräften im Zeitbereich (links) und im Zeit-Frequenzbereich (rechts): (a) 1 N, (b) 10 N und (c) 100 N

*Beobachtung zu Abb. 5.15:*

Rein qualitativ kann weder im Zeitbereich (links) noch im Zeit-Frequenzbereich (rechts) ein Unterschied zwischen einer Anregungskraft von 1 N (vgl. Abb. 5.15 a), 10 N (vgl. Abb. 5.15 b) und 100 N (vgl. Abb. 5.15 c) entdeckt werden, sofern die Amplitudenskala proportional zur Verstärkung der Anregungskraft gewählt wird (vgl. Farbskala). Um dieses qualitativ identisches Verhalten zu zeigen, wurde bewusst auf eine einheitliche Farbskala von Abb. 5.15 verzichtet.

*Interpretation von Abb. 5.15:*

Da für das FEM-Modell ein rein, linear-elastisches Materialverhalten angenommen wurde, zeigen die Simulationsergebnisse das erwartete, linear mechanische Verhalten. Kritisch zu berücksichtigen ist, dass in Unterkap. 5.2.1 eine deutliche Abweichung zwischen dem theoretischen Verhalten von linear-elastischem Druckbehälterstahl und dem experimentell ermittelten Materialverhalten festgestellt wurde. Daher wird die experimentelle Untersuchung der durch die Impulsanregung eingebrachten Energiemenge empfohlen.

*Plausibilitätsprüfung der Ergebnisse in Abb. 5.15:*

Die Beobachtungen und die Interpretation der Simulationsergebnisse bei Variation der Anregungsenergie werden später durch die experimentellen Ergebnisse in Abb. 6.6 bestätigt.

## 5.2.6 Variation der Silogeometrie

Eine große Herausforderung des FS-Konzeptes bei mobilen Schüttgutsilos ist die hohe Variantenvielfalt. Aus diesem Grund stellen die heute marktüblichen Messsysteme oft Einzellösungen dar, die mit viel Kalibrieraufwand nur für ein spezifisches Silo geeignet sind. Für die Beurteilung des Potentials des FS-Konzeptes ist eine Untersuchung unterschiedlicher Silogeometrien hilfreich. Eine experimentelle Untersuchung verschiedener Silobauvarianten bringt aufgrund der Dauer von Umfüllvorgängen zwischen 5 und 8 Stunden einen erheblichen zeitlichen, personellen und wirtschaftlichen Aufwand mit sich. Im Rahmen dieser Arbeit werden die unterschiedlichen Silobauvarianten daher rein simulativ untersucht. Hierzu werden die gängigen Silogeometrien auf wenige vereinfachte Modelle reduziert. Zu den geometrischen Parametern, die im Rahmen der Modalanalyse und der transienten Analyse einer genaueren Betrachtung unterzogen werden sollen, gehören der Außendurchmesser des Silozylinders, die Wanddicke, der Trichterwinkel des Silos

und die Höhe des Silozylinders. Ziel der jeweiligen Untersuchungen ist zu prüfen, wie stark eine Variation dieser geometrischen Parameter als kritische Einflussgröße des FS-Konzeptes eingestuft werden kann.

An dieser Stelle soll deutlich hervorgehoben werden, dass die Variation der Silogeometrie im Rahmen dieser Arbeit aufgrund eingeschränkter Ressourcen nicht experimentell untersucht werden. Daher ist eine Plausibilitätsprüfung der folgenden Ergebnisse in Abb. 5.16-5.23 hier nicht möglich.

### Variation des Außendurchmessers des Silozylinders

Der Außendurchmesser des Silozylinders wird zwischen 2000 mm, 2400 mm und 2500 mm variiert. Die verschiedenen Silogeometrien werden in Abb. 5.16 im Rahmen einer Modalanalyse und in Abb. 5.17 im Rahmen einer transienten Analyse verglichen.

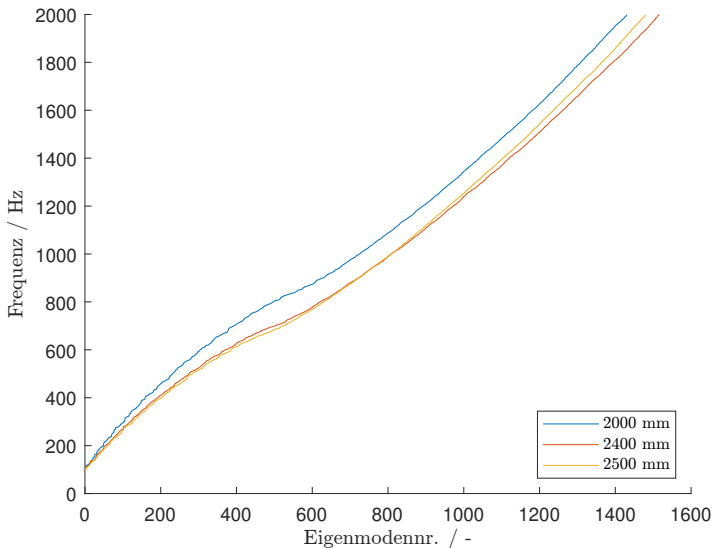


Abbildung 5.16: Eigenmoden der Silostruktur in Abhängigkeit des Außendurchmessers

*Beobachtung zu Abb. 5.16:*

In Abb. 5.16 sind die Ergebnisse der Modalanalyse dargestellt. Im Allgemeinen ist ein Unterschied der aufendurchmesserabhängigen Eigenmoden zu erkennen. Bei niedrigen Frequenzen sind die Eigenmoden bei kleinerem Durchmesser höher als bei größerem Durchmesser. Bei einer Frequenz von 930 Hz laufen die Kurven von 2400 mm und 2500 mm zusammen. Danach findet ein Wechsel statt und die Eigenmoden bei einem Durchmesser von 2500 mm sind höher als bei 2400 mm, jedoch niedriger als bei 2000 mm.

*Interpretation von Abb. 5.16:*

Im Allgemeinen unterscheiden sich die Eigenmoden bei unterschiedlichen Silodurchmessern mit wachsender Frequenz. Bei den ersten Eigenmoden scheint ein kleiner Durchmesser dabei zu höheren Frequenzen zu führen. Da die Steigung bei 2500 mm gegen Ende größer als die Steigung bei 2000 mm ist, kann die Annahme getroffen werden, dass diese beiden Kurven sich im höheren, hier nicht untersuchten Frequenzbereich (d. h. größer 2000 Hz) ebenfalls schneiden. Dann würde eine umgekehrte Gesetzmäßigkeit für höhere Eigenmoden gelten: Bei kleinerem Durchmesser fallen die Frequenzen niedriger aus.

*Beobachtung zu Abb. 5.17:*

In den ersten 0,015 s ① nach der Impulsanregung weisen alle drei Impulsantworten im Zeitverlauf ähnliche charakteristische Spitzen und Tiefen auf (vgl. Abb. 5.17 a, c und e). Danach bleiben zwar die Zeitverläufe von Abb. 5.17 c) (2400 mm) und e) (2500 mm) einander ähnlich, der Zeitverlauf von Abb. 5.17 a) (2000 mm) weicht jedoch deutlich ab. Analog kann die gleiche Beobachtung im Zeit-Frequenzbereich (rechts) gemacht werden: b) (2000 mm) weist andere Maxima und Minima auf als d) (2400 mm) und f) (2500 mm).

*Interpretation von Abb. 5.17:*

Die Ergebnisse deuten auf eine Robustheit des FS-Konzeptes gegenüber kleinen Variationen des Durchmessers. Größere Unterschiede des Silodurchmessers haben einen wesentlichen Einfluss auf die Impulsantwort und können als kritische Einflussgröße des FS-Konzeptes angesehen werden.

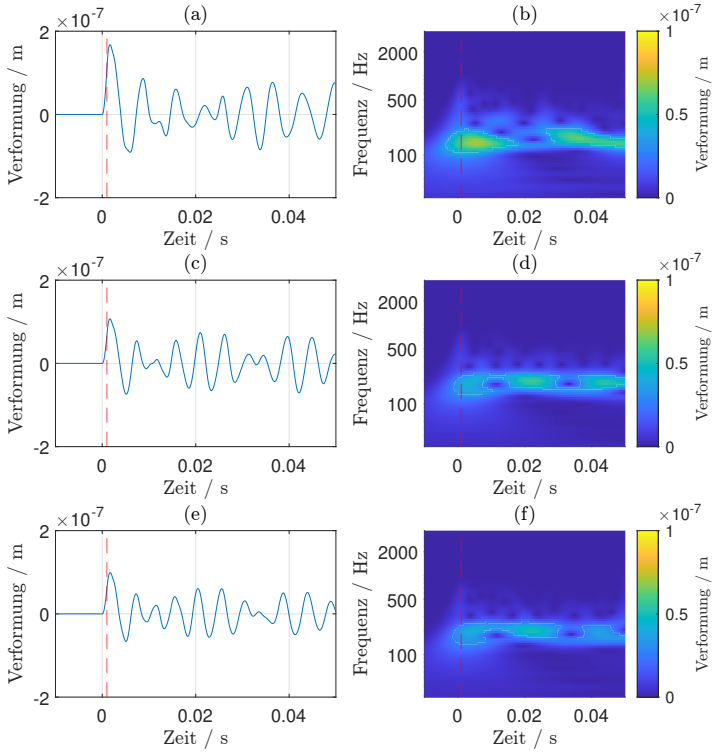


Abbildung 5.17: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) für unterschiedliche Silodurchmesser: (a-b) 2000 mm, (c-d) 2400 mm und (e-f) 2500 mm

### Variation der Wanddicke des Silos

Die verschiedenen Silovarianten auf dem Markt können sich zum einen von Werk aus hinsichtlich ihrer Wandstärke unterscheiden, zum anderen ist aus der Wartung eines Silos mit durchschnittlich 30 Jahren Lebensdauer bekannt, dass die abrasiven Mechanismen beim druckbehafteten Füllvorgang, langfristig zu einem deutlichen, lokalen Materialabtrag führen können. Daher ist die Wanddicke des Silos eine weitere Einflussgröße auf das FS-Konzept. Die Wanddicke der Silokontur wird zwischen 4 mm, 5 mm und 6 mm variiert (vgl. Abb. 5.18 und 5.19).

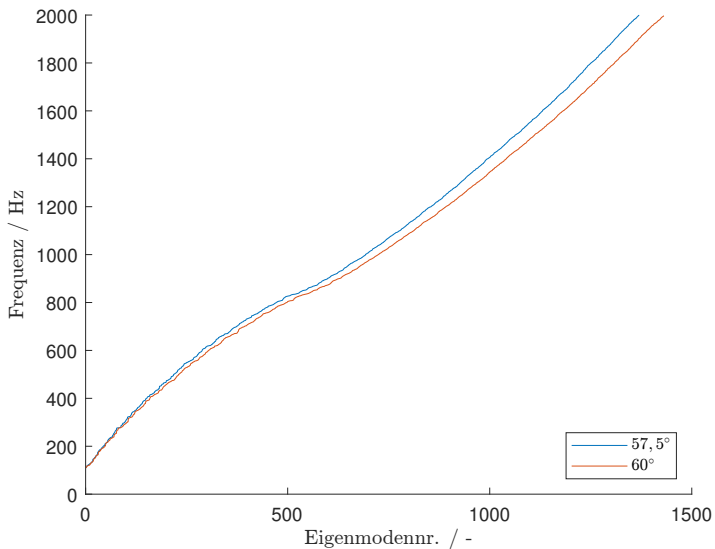


Abbildung 5.18: Eigenmoden der Silostruktur in Abhängigkeit der Wanddicke

*Beobachtung zu Abb. 5.18:*

Wie in Abb. 5.18 zu sehen, resultiert eine höhere Wanddicke in einer höheren Frequenz der ersten Eigenmoden. In einem Bereich von ca. 430 Hz liegt ein Schnittpunkt der Kurven von 4 mm und 5 mm vor. Anschließend liegt ein weiterer Schnittpunkt der Kurven von 4 mm und 6 mm bei 1390 Hz vor. Somit sind für höhere Eigenmoden die Frequenzen bei einer Wanddicke von 4 mm höher als bei 5 mm oder 6 mm. Im Allgemeinen wächst der Unterschied der wanddickenabhängigen Eigenmoden mit der Höhe der Eigenmodennummer.

Interpretation von Abb. 5.18:

Bei 2000 Hz kann kein deutlicher Unterschied der Steigung zwischen den Kurven von 5 mm und 6 mm festgestellt werden. Sollten sich diese Kurven jedoch bei höheren Eigenmoden (d. h. größer 2000 Hz) schneiden, so könnte die folgende Gesetzmäßigkeit abgeleitet werden: Bei wachsender Wanddicke steigen die Frequenzen niedriger Eigenmoden bei gleichzeitig fallenden Frequenzen höherer Eigenmoden.

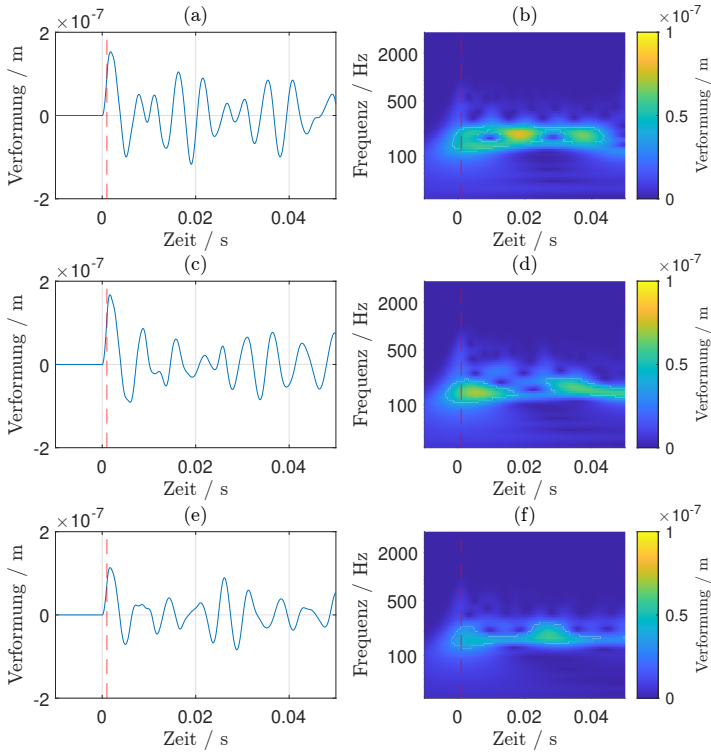


Abbildung 5.19: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) für unterschiedliche Wanddicken: (a-b) 4 mm, (c-d) 5 mm und (e-f) 6 mm



*Beobachtung zu Abb. 5.19:*

Die Impulsantworten in Abb. 5.19 weisen sowohl im Zeitbereich als auch im Zeit-Frequenzbereich deutliche Unterschiede auf. Es sind keine eindeutigen, gemeinsame Hoch- oder Tiefpunkte im Zeit-Frequenzbereich der drei Impulsantworten zu erkennen.

*Interpretation von Abb. 5.19:*

Da die Impulsantworten sich im Zeit-Frequenzbereich unterscheiden ist eine Übertragbarkeit zwischen Silos mit unterschiedlichen Wanddicken als kritisch zu beurteilen. Bei einer Reduzierung der Wanddicke von 5 mm auf 4 mm bzw. Erhöhung der Wanddicke auf 6 mm wird die Gesamtmasse des Silos um 20 % verändert. Diese Veränderung stellt eine maßgebliche Modifikation des mechanischen Systems dar. Zumindest beim verschleißbedingten Materialabtrag ist eine Reduzierung der Gesamtmasse um 20 % unrealistisch. Daher kann zwar angenommen werden, dass die Übertragbarkeit bei unterschiedlichen Soll-Wanddicken nicht gegeben ist. Eine Aussage darüber, ob der verschleißbedingte Materialabtrag einen maßgeblichen Einfluss auf die Impulsantwort hat, kann auf Basis dieser Untersuchung nicht getroffen werden.

### Variation des Silotrichterwinkels

Die Silogeometrie kann abgesehen vom Außendurchmesser und der Wanddicke auch hinsichtlich des Trichterwinkels variieren. Der Winkel der Silotrichters wird im Folgenden zwischen  $60^\circ$  und  $57.5^\circ$  variiert (vgl. Abb. 5.20 und 5.21).

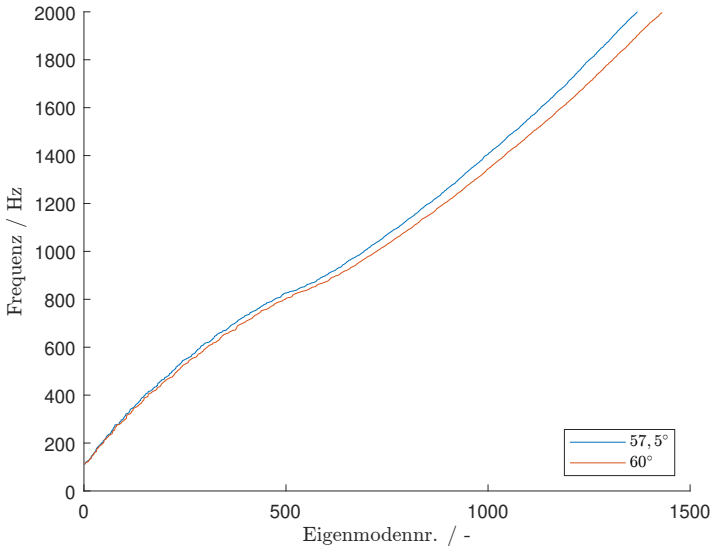


Abbildung 5.20: Eigenmoden der Silostruktur in Abhängigkeit des Trichterwinkels

*Beobachtung zu Abb. 5.20:*

Wie in Abb. 5.20 zu erkennen ist, weisen die Eigenmoden bei einem Trichterwinkel von  $57.5^\circ$  über den Frequenzbereich von 100 – 2000 Hz eine höhere Frequenz auf als bei  $60^\circ$ . Eine Überschneidung liegt in diesem Bereich nicht vor. Außerdem wird die Differenz zwischen beiden Kurven mit steigender Frequenz größer.

*Interpretation von Abb. 5.20:*

Aus einem größeren Trichterwinkel resultieren niedrigere Frequenzen der Eigenmoden. Die Variation des Trichterwinkels bei gleichzeitig konstanter Trichter- und Silohöhe führt gleichzeitig zu einem größeren Durchmesser des Silozylinders. Daher ist eine Verwandtschaft zu den Ergebnissen, die in Abb. 5.16 dargestellt wurden, zu

erwarten. Es kann die Vermutung aufgestellt werden, dass bei einer feineren Variation des Trichterwinkels ähnliche Überschneidungen der Eigenmoden-Kurven vorliegen könnten.

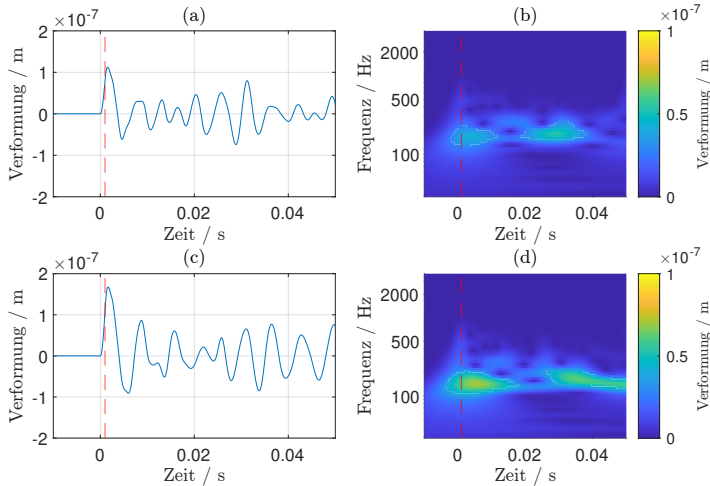


Abbildung 5.21: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) für unterschiedliche Trichterwinkel: (a-b)  $57,5^\circ$  und (c-d)  $60^\circ$

*Beobachtung zu Abb. 5.21:*

Die beiden Impulsantworten aus Abb. 5.21 unterscheiden sich sowohl im Zeitbereich als auch im Zeit-Frequenzbereich. Größtenteils können keine identischen Maxima oder Minima gefunden werden. Es ist jedoch zu erwähnen, dass bei einer groben Betrachtung ähnliche Areale im Zeit-Frequenzbereich (rechts) vertreten sind.

*Interpretation von Abb. 5.21:*

Analog zur Interpretation der Ergebnisse aus Abb. 5.21 kann geschlussfolgert werden, dass ein Sprung des Trichterwinkels von  $60^\circ$  auf  $57,5^\circ$ , wie es bei den gängigen Silovarianten der Fall ist, die Impulsantwort maßgeblich beeinflusst.

## Variation der Höhe des Silozylinders

Ein weiterer geometrischer Parameter, der sich je nach Silovariante unterscheiden kann, ist die Silozylinderhöhe. Die Höhe des Silozylinders wird im Folgenden zwischen 2690 mm und 2900 mm variiert (vgl. Abb. 5.22 und 5.23).

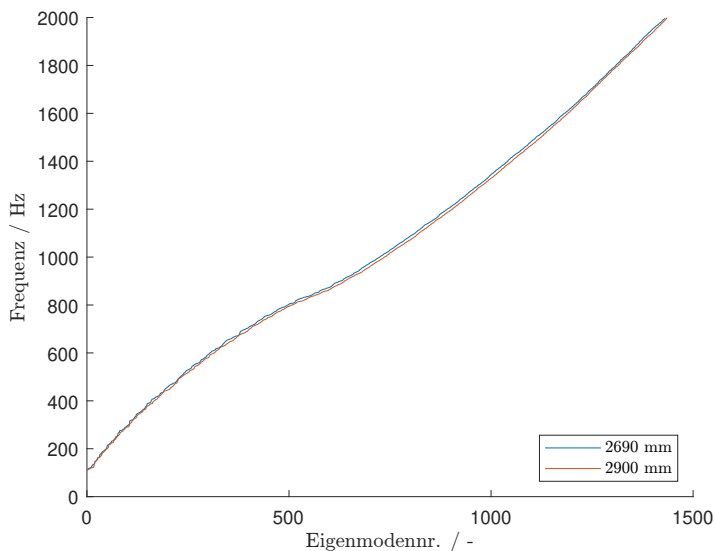


Abbildung 5.22: Eigenmoden der Silostruktur in Abhängigkeit der Silohöhe

*Beobachtung zu Abb. 5.22:*

Eine Differenz zwischen den Eigenmoden der unterschiedlichen Silogeometrien ist in Abb. 5.22 kaum vorhanden. Bei näherer Betrachtung fällt auf, dass die Eigenmoden bei einem Durchmesser von 2690 mm eine geringfügig höhere Frequenz aufweisen als bei einem Durchmesser von 2900 mm.

*Interpretation von Abb. 5.22:*

Die Ergebnisse lassen die Schlussfolgerung zu, dass die Höhe des Silozylinders einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Eigenmoden hat. Obwohl die Massenunterschiede zwischen beiden Silovarianten, ähnlich wie der Wanddickenvariation, groß ist, unterscheiden sich die Eigenmoden kaum. Dies lässt vermuten, dass die Frequenzen der Eigenmoden im Vergleich zur Masse des Silos sensitiver gegenüber geometrischen Eigenschaften sind.

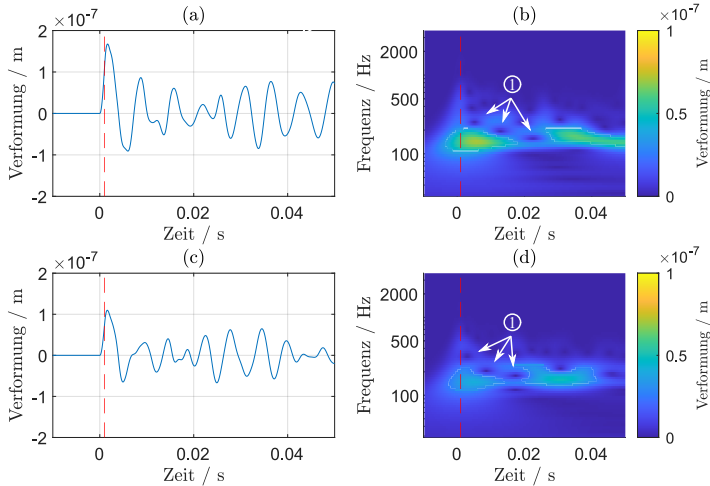


Abbildung 5.23: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) für unterschiedliche Silohöhen: (a-b) 2690 mm und (c-d) 2900 mm

*Beobachtung zu Abb. 5.23:*

Im Allgemeinen können qualitativ ähnliche Maxima und Minima zwischen der Impulsantwort bei 2690 mm Durchmesser (vgl. 5.23 a-b) und bei 2900 mm Durchmesser (vgl. 5.23 c-d) im Zeit- und Zeit-Frequenzbereich gefunden werden. Jedoch sind diese bei einer quantitativen Betrachtung verschoben. Während die drei charakteristischsten Minima in 5.23 b) bei [0,005 s, 265 Hz], [0,013 s, 200 Hz] und [0,023 s, 160 Hz] ① zu finden sind, können ähnliche Minima im Zeit-Frequenzbereich der Impulsantwort in Abb. 5.23 d) bei [0,003 s, 325 Hz], [0,009 s, 215 Hz] und [0,017 s, 185 Hz] ① gefunden werden.

*Interpretation von Abb. 5.23:*

Grundsätzlich hat die Silozylinderhöhe einen deutlichen Einfluss auf die Impulsantwort. Dabei ist der Einfluss der Silozylinderhöhe weniger kritisch als die Wanddicke (vgl. Abb. 5.19) oder des Trichterwinkels (vgl. Abb. 5.21).

## 5.3 DEM-Simulation des Schüttgutes

Während die FEM zur numerischen Untersuchung der Verformungen und Spannungszustände von makroskopischen Festkörpern verwendet werden, ermöglicht die DEM die Analyse von pulverförmigen, schüttbaren Feststoffen. Da das technische System im vorliegenden Anwendungsfall aus dem Silokörper und dem gelagerten Schüttgut besteht, wird eine Kopplung der FEM mit der DEM zur numerischen Untersuchung von weiteren Einflussgrößen vorgenommen. Im Fokus steht dabei vor allem der in Kapitel 4 identifizierte, potentielle Einfluss der Füllstandhöhe und der Schüttgutedichte.

### 5.3.1 Entwicklung des DEM-Modells

Da bei einer DEM-Simulation alle Interaktionen eines Partikels zu weiteren umliegenden Partikeln berücksichtigt werden, steigt die Systemkomplexität bzw. die Rechenbelastung vor allem mit der Gesamtanzahl an Partikeln, die im System vorliegen. Ausgehend von einem vollen Silo, wird die Gesamtanzahl an Partikeln primär durch das Innenvolumen des gewählten Standardsilos und durch das Volumen sowie die Geometrie der Partikel bestimmt.

Das Innenvolumen des Silos setzt sich aus den beiden Teilkörpern Zylinder und Kegelstumpf zusammen. Das Volumen des Zylinderelements  $V_{Zyl,max}$  mit einem Innendurchmesser von  $D_{Silo,innen}$  und einer Höhe von  $h_{Silo}$  mm berechnet sich mit

$$V_{Zyl,max} = \frac{\pi D_{Silo,innen}^2}{4} \cdot h_{Silo}. \quad (5.12)$$

Für den Kegelstumpf mit einem Innendurchmesser von  $D_{Silo,innen}$ , einem Öffnungsinwendurchmesser von  $d_{Silo,innen}$  und einem Trichterwinkel  $\Theta_{Silo}$  berechnet sich mit der Trichterhöhe  $h_{Tri}$  nach

$$h_{Tri,max} = \frac{D_{Silo,innen} - d_{Silo,innen}}{2 \tan(\Theta_{Silo})} \quad (5.13)$$

das Volumen  $V_{Tri,max}$  mit

$$V_{Tri,max} = \frac{\pi \cdot h_{Tri,max}}{6} \left( \frac{D_{Silo,innen}^2}{2} + D_{Silo,innen} \cdot d_{Silo,innen} + \frac{d_{Silo,innen}^2}{2} \right). \quad (5.14)$$

Das Schüttgut wird durch einzelne, kugelförmige Partikel mit einem Radius von

$r_p = 50$  mm modelliert. Mit der Volumenformel für eine Kugel

$$V_{\text{Partikel}} = \frac{4}{3} \pi \frac{d_{\text{Partikel}}^3}{8} \quad (5.15)$$

kann das Volumen eines einzelnen Schüttgutpartikels berechnet werden. Um aus dem Volumen eines einzelnen Partikels und dem Hohlvolumen des Silos die maximale Anzahl der Partikel zu ermitteln, muss die Packungsdichte im Schüttgut (d. h. das Verhältnis zwischen dem Raumanteil, der mit dem Werkstoff gefüllt ist, und dem Raumanteil, der mit Luft gefüllt ist) berücksichtigt werden. Die dichteste Kugelpackung beträgt 74 % [Tot77]. Werden nun die für Schüttgüter typischen Hohlräume durch bspw. Brücken im Material berücksichtigt und daher eine Packungsdichte von 60 % angenommen, so folgt hieraus, dass ein „volles Silo“, mit den aus 5.1 abgeleiteten geometrischen Größen, durch 11.000 Partikel (vereinfachende Abrundung der rechnerischen 11.771 Partikel) simuliert werden kann. Eine Füllstandvariation um 20 % kann daher bspw. durch das Hinzufügen von 2200 Partikeln simuliert werden.

Die materialabhängigen Kennwerte unterscheiden sich deutlich je nach Schüttgut. Im Folgenden seien daher beispielhaft drei häufig vorkommende Schüttgüter (Gipsputz, Mörtel und Estrich), mit den in Tab. 5.8 angenommenen Eigenschaften, beschrieben. Die angenommenen Materialeigenschaften des Silos bzw. die Eigenschaften der individuellen Silo-Schüttgut-Interaktion sind ebenfalls in der folgenden Tabelle genannt.

Zur Kontaktdetektion wird eine zellenbasierte Methode mit kubischen Zellen verwendet (vgl. Unterkap. 2.5, insbesondere Abb. 2.14), deren Kantenlänge dem zweieinhalbfachen des Partikelradiuses  $2,5 \cdot r_p$  entspricht. Zur Berechnung der zeitlichen Schrittweite wird der Ansatz nach Rayleigh (vgl. Gl. 2.20) gewählt. Die unterschiedlichen Schrittweiten für Gipsputz, Mörtel und Zementestrich kann mit den in Tab. 5.8 gegebenen Werten und dem Zusammenhang zwischen dem Elastizitätsmodul  $E$ , der Querkontraktion  $\nu$  und dem Schubmodul  $G$  bei linearer Elastizität mit Gl. 5.6 berechnet werden [MMD20]. Die mit Gl. 2.20 nach Rayleigh ermittelten zeitlichen Schrittweiten sind in Tab. 5.9 gegeben. Als Kontaktmodell wird das Hertz-Mindlin-Modell [Rip10] [Her81] [Min49] verwendet.

Tabelle 5.8: Bei der DEM-Simulation getroffenen Annahmen hinsichtlich der Materialeigenschaften

<b>Eigenschaft</b>	<b>Gipsputz</b>	<b>Mörtel</b>	<b>Zement- estrich</b>
Rohdichte der Schüttgutpartikel $\rho_{\text{Sch,Roh}}$	1000 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	1500 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	2000 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Poissonzahl $\nu_{\text{Sch}}$	0,34	0,25	0,18
Elastizitätsmodul des Schüttguts $E_{\text{Sch}}$	$4 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	$30 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	$20 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
Poissonzahl $\nu_{\text{Silo}}$	0,285	0,285	0,285
Dichte des Silowerkstoffes $\rho_{\text{Silo}}$	7850 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	7850 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	7850 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Elastizitätsmodul des Silowerkstoffes $E_{\text{Silo}}$	$210 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	$210 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	$210 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
Stoßzahl zwischen Schüttgutpartikeln $e_{\text{Sch-Sch}}$	0,3	0,3	0,3
Stoßzahl zwischen Silo und Schüttgutpartikel $e_{\text{Sch-Silo}}$	0,5	0,5	0,5
Haftreibungszahl zwischen Schüttgutpartikeln $\mu_{\text{H,Sch-Sch}}$	0,6	0,6	0,6
Haftreibungszahl zwischen Silo und Schüttgutpartikel $\mu_{\text{H,Sch-Silo}}$	0,5	0,5	0,5
Rollreibungszahl zwischen Schüttgutpartikeln $\mu_{\text{R,Sch-Sch}}$	0,006	0,006	0,006
Rollreibungszahl zwischen Silo und Schüttgutpartikel $\mu_{\text{R,Sch-Silo}}$	0,005	0,005	0,005



Tabelle 5.9: Schrittweite nach Rayleigh

Schüttgut	Schrittweite nach Rayleigh
Gipsputz	0,0001379482526500 s
Mörtel	0,0000605379879842 s
Zementestrich	0,0000842301965595 s

Die DEM-FEM-Kopplung ist bei den folgenden Untersuchungen einseitig. Das bedeutet, dass aus den DEM-Ergebnissen der Druck, den das Schüttgut auf die Silostruktur ausübt, extrahiert und als Anfangsbedingung an die FEM-Analyse übergeben wird. Das Schwingungsverhalten der Silostruktur, die anschließend durch die FEM berechnet wird, beeinflusst jedoch bei der einseitigen Kopplung nicht den Spannungszustand im Schüttgut. Die einseitige Kopplung bedeutet einen deutlich geringeren Rechenaufwand als die beidseitige Kopplung, die bei jedem Berechnungsschritt einen Informationsaustausch zwischen DEM- und FEM-Ergebnissen erfordert. Dies liegt vor allem daran, dass die DEM-Berechnung in einem initialen Schritt einmalig stattfindet und keine iterativen Berechnungsdurchläufe erforderlich sind. Es wird angenommen, dass die Schwingung der Silostruktur zu vernachlässigbaren Veränderungen des Spannungszustands im Schüttgut führt. Daher ist die einseitige Kopplung für die folgenden Untersuchungen ausreichend.

### 5.3.2 Variation des Füllstands

Bei der Untersuchung des FS-Konzeptes steht vor allem die physikalische Beziehung zwischen dem Füllstand und der Impulsantwort im Fokus. Im Unterkapitel 4.3 wurde der Einfluss des Schüttgutes auf die äußere Silostruktur analytisch beschrieben. Im Rahmen der numerischen Untersuchung werden Füllstände von 100 %, 80 %, 60 %, 40 %, 20 % und 0 % mittels DEM simuliert. Die an den Innenflächen des Silos anliegende Spannung wird extrahiert und als Anfangsbedingung für die FEM-Analysen übernommen. Im Folgenden wird die Impulsantwort für verschiedene Füllstände untersucht (vgl. Abb. 5.24). Die Anregung und die Schwingungserfassung findet an der Position 12 (vgl. Abb. 6.2) statt.

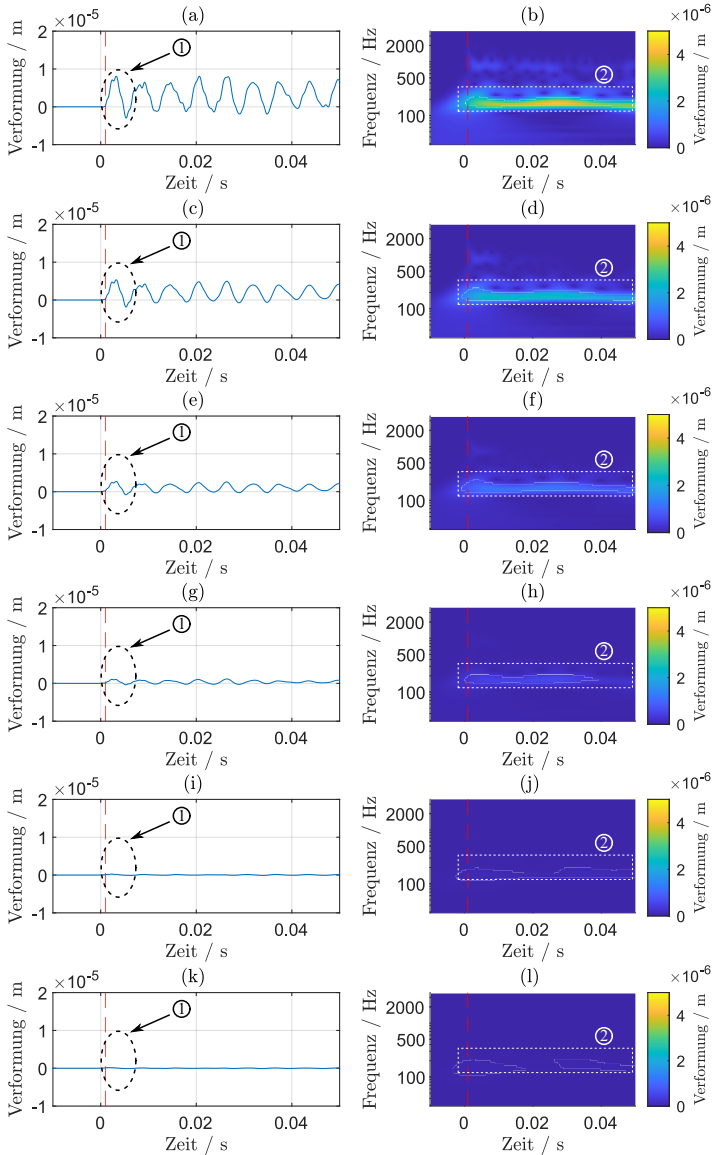


Abbildung 5.24: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) für unterschiedliche Füllmengen an Gipsputz: (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 %

*Beobachtung zu Abb. 5.24:*

Bei einer rein qualitativen Betrachtung fällt auf, dass sowohl im Zeitbereich (links) als auch im Zeit-Frequenzbereich (rechts) alle charakteristischen Merkmale (lokale Minima und Maxima) erhalten bleiben. Ein deutlicher Unterschied zwischen den Impulsantworten liegt erst bei der quantitativen Betrachtung vor. Dabei ist vor allem der Amplitudenvergleich der ersten tieffrequenten Schwingung ① im Zeitbereich und der Signalanteile zwischen 100 Hz und 350 Hz ② im Zeit-Frequenzbereich. Die Amplituden weisen eine monotone, nichtlineare Korrelation mit dem Füllstand auf. Dabei fällt die Amplitude mit geringerem Füllstand.

*Interpretation von Abb. 5.24:*

Die Ergebnisse zeigen eine deutliche Kausalität zwischen Füllstand und Impulsantwort der Silostruktur. Durch die Skalierung einer Impulsantwort (z.B. 100 %) könnte die Impulsantwort bei einem anderen Füllstand (z.B. 60 %) mit geringen Abweichungen abgebildet werden. Die Beziehung zwischen diesem Skalierungswert und dem Füllstandunterschied ist dabei nichtlinear.

*Plausibilitätsprüfung der Ergebnisse in Abb. 5.24:* Die Beobachtungen und die Interpretation der Simulationsergebnisse bei Variation des Füllstands können durch die später präsentierten, experimentellen Ergebnisse in Abb. 6.15 und A.3 - A.13 nicht bestätigt werden. Die experimentellen Ergebnisse zeigen höhere Schwingungskoeffizienten im Zeit-Frequenzbereich bei niedrigeren Füllständen, während die simulativen Ergebnisse in Abb. 5.24 eine umgekehrte Beobachtung zulassen.

In Anhang sind, analog zu Abb. 5.24, die Füllstandvariation für die Werkstoffe Mörtel (vgl. Abb. A.1) und Zementestrich (vgl. Abb. A.2) dargestellt.

### 5.3.3 Variation der Rohdichte des Schüttguts

Das Baugewerbe zeichnet sich durch eine hohe Vielfalt bei den verwendeten Schüttgütern aus. Daher ist die Übertragbarkeit der Füllstandzuordnung auf unterschiedliche Werkstoffe von zentraler wirtschaftlicher Bedeutung. Die experimentelle Untersuchung des FS-Konzeptes ist mit erheblichem, technischem, zeitlichem und wirtschaftlichem Aufwand verbunden. Eine der Gründe liegt in der großen Menge des Schüttgutes, welches zur Verfügung stehen und umgefüllt werden muss. Dieser Aufwand vervielfacht sich, wenn nicht nur ein Werkstoff untersucht werden soll, sondern die Analyse der Eignung des FS-Konzeptes für unterschiedliche Werkstoffe im Fokus steht. Eine wesentlich kostengünstigere Alternative zu experimentellen

Untersuchungen bietet hier die numerische Untersuchung. Daher wird im Folgenden bei einem Füllstand von 100 % ein Vergleich der Impulsantworten zwischen der Werkstoffen Gipsputz, Mörtel und Zementestrich gezogen (vgl. Abb. 5.25).

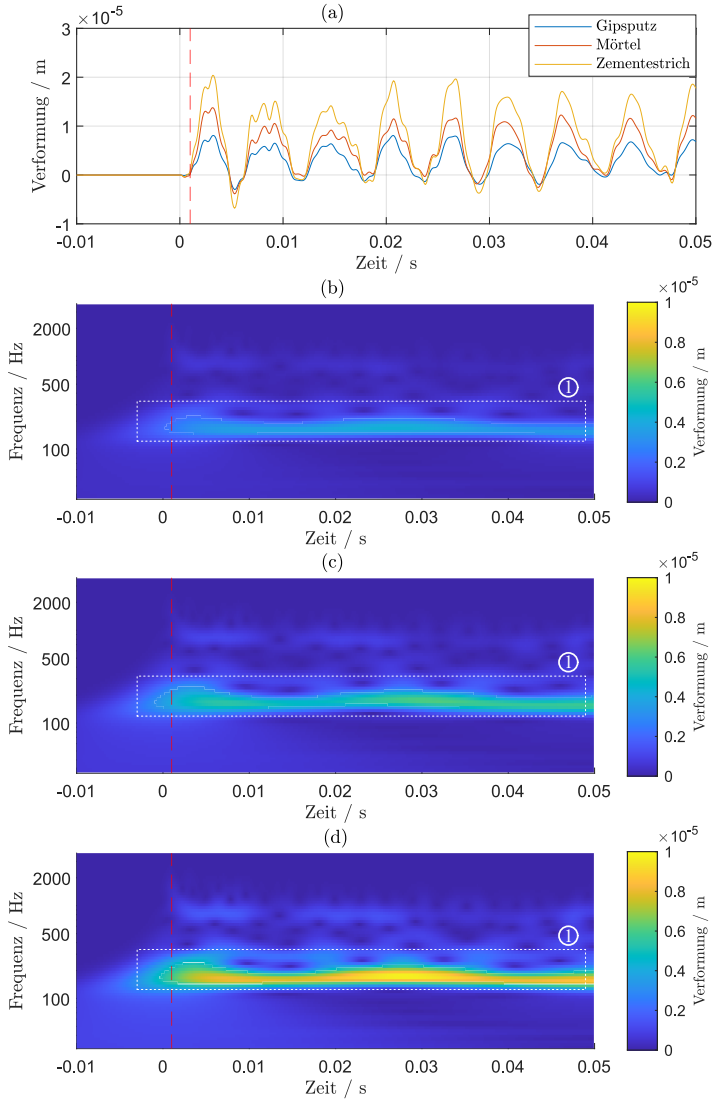


Abbildung 5.25: Vergleich der Impulsantworten zwischen der Werkstoffen Gipsputz, Mörtel und Zementestrich bei einem Füllstand von 100: % (a) Gipsputz, Mörtel und Zementestrich im Zeitbereich, (b) Gipsputz im Zeit-Frequenzbereich, (c) Mörtel im Zeit-Frequenzbereich und (d) Zementestrich im Zeit-Frequenzbereich

*Beobachtung zu Abb. 5.25:*

Bei einer rein qualitativen Betrachtung fällt auf, dass sowohl im Zeitbereich (a) als auch im Zeit-Frequenzbereich (b-d) alle charakteristischen Merkmale (lokale Minima und Maxima) erhalten bleiben. Ein deutlicher Unterschied zwischen den Impulsantworten liegt erst bei der quantitativen Betrachtung vor. Dabei ist vor allem der Amplitudenvergleich der Signalanteile zwischen 100 Hz und 350 Hz im Zeit-Frequenzbereich ① aufschlussreich. Die Amplituden weisen eine monotone, nichtlineare Korrelation mit der Dichte des jeweiligen Werkstoffs auf. Dabei fällt die Amplitude mit der Dichte.

*Interpretation von Abb. 5.25:*

Die vorliegenden Ergebnisse lassen die Annahme zu, dass die Impulsantworten von unterschiedlichen Werkstoffen durch einen dichteabhängigen Faktor normiert werden können. Ist dieser Normierungsfaktor für den spezifischen Werkstoff bekannt, so könnte die Füllstandzuordnung zwischen Impulsantwort und Füllstand, die auf Basis eines anderen Werkstoffs ermittelt wurde, herangezogen werden. Diese Übertragbarkeit der Füllstandzuordnung zwischen unterschiedlichen Werkstoffen bedeutet ein erhebliches wirtschaftliches Potential des FS-Konzeptes.

*Plausibilitätsprüfung der Ergebnisse in Abb. 5.25:*

Da im Folgenden die Variation der Schüttgutedichte nicht experimentell untersucht wird, können die Ergebnisse aus Abb. 5.25 nicht ausreichend auf Plausibilität geprüft werden. Da die Ergebnisse in Abb. 6.15 und A.3 - A.13 jedoch tendenziell eine höhere Schwingungsdämpfung bei größerem Füllgewicht zeigen, ist ebenfalls eine höhere Schwingungsdämpfung bei größerer Schüttdichte zu erwarten. Somit widersprechen die simulativen Ergebnisse aus Abb. 5.25 der Erwartung aus experimentellen Erfahrungswerten.

## 5.4 Fazit des Greybox-Ansatzes

Ziel der numerischen Untersuchungen im Rahmen des Greybox-Ansatzes war die Extraktion weniger, scheinbar kritischer Einflussgrößen aus der in Kapitel 4 identifizierten Vielzahl an potentiellen Einflussgrößen. Dabei wurden folgende Erkenntnisse gewonnen:

- Die Temperatur kann als kritische Einflussgröße ausgeschlossen werden. Die experimentelle Untersuchung der Temperatur ist von niedriger Priorität und soll aus wirtschaftlichen Gründen in dieser Arbeit vernachlässigt werden.
- Eine vollkommen beliebige Wahl der Montageposition (grobe Variation) durch den Monteur scheint eine kritische Einflussgröße zu sein. Eine experimentelle Untersuchung ist von hoher Priorität und wird im folgenden Kapitel unternommen (vgl. Unterkap. 6.3.3).
- Montagetoleranzen bei vorgegebener Sollposition des FS, die auf den Monteur zurückzuführen sind, scheinen keine kritische Einflussgröße zu sein. Da das Simulationsmodell jedoch primär qualitativen Analysen dient, ist durch die experimentelle Untersuchung in Unterkap. 6.3.3 zu bestätigen, dass eine kleine Variation der Montageposition unkritisch für das FS-Konzept darstellt.
- Eine vollkommen freie relative Anordnung von Anregungspunkt und Messstelle, wie dies bei einer mobilen Smartphone-Lösung des FS-Konzeptes der Fall wäre, hat einen erheblichen Einfluss auf die Impulsantwort. Eine experimentelle Untersuchung dieser Einflussgröße wird aufgrund des erforderlichen Aufwands und der geringen Priorität einer solchen Smartphone-Lösung nicht unternommen.
- Eine geringfügige, bspw. fertigungsbedingte Variation hinsichtlich der relativen Anordnung von Anregungspunkt und Messstelle stellt keine kritische Einflussgröße des FS-Konzeptes dar. Auf eine experimentelle Untersuchung soll aufgrund der bisher zufriedenstellenden Ergebnisse, die selbst für verhältnismäßig große Variation nur einen geringen Einfluss aufweisen, verzichtet werden.
- Die Simulationsergebnisse zeigen, dass eine technisch bedingte Variation der Anregungsenergie, ein qualitativ identisches Ergebnis liefert. Lediglich die Amplituden fallen proportional zur anregenden Kraft aus. Grund hierfür ist

die Annahme eines linear-elastischen Materialverhaltens. Da experimentelle Untersuchungen von Druckbehälterstahl Ergebnisse lieferten [Ric10], die nicht gänzlich dem theoretisch erwartetem linear-elastischen Verhalten entsprechen, wird in Unterkap. 6.3.1 eine experimentelle Untersuchung unternommen.

- Kleine Variationen des Silodurchmessers stellen keine kritische Einflussgröße des FS-Konzeptes da. Große Unterschiede im Durchmesser haben hingegen einen signifikanten Einfluss auf die Impulsantwort.
- Silovarianten mit unterschiedlichen Soll-Wanddicken weisen große Unterschiede in ihrer Impulsantwort auf. Verschleißbedingter, lokaler Materialabtrag führt zwar zu einer wesentlich kleineren Veränderung des mechanischen Systems, es kann jedoch keine Aussage darüber getroffen werden, wie sich diese Veränderung auf das FS-Konzept auswirkt.
- Eine Variation des Silotrichterwinkels bei gleichbleibender Trichterhöhe erscheint als eine kritische Einflussgröße für das FS-Konzept.
- Eine Variation der Silozylinderhöhe hat zwar einen deutlichen Einfluss auf die Impulsantwort, jedoch bleiben viele Signaleigenschaften erhalten. Der Einfluss ist verhältnismäßig kleiner als anderer geometrischer Eigenschaften wie Wanddicke und Trichterwinkel.
- Da eine experimentelle Untersuchung verschiedener Silovarianten einen enormen zeitlichen, personellen und wirtschaftlichen Aufwand mit sich zieht, werden potentielle geometrische Störgrößen in dieser Arbeit rein simulativ untersucht und bewertet. Bedingt durch die verfügbaren Ressourcen wird keine experimentelle Untersuchung unternommen.
- Der Füllstand hat einen deutlichen Einfluss auf die Impulsantwort. Die charakteristischen Merkmale, wie Maxima und Minima im Zeit-Frequenzbereich, bleiben erhalten. Stattdessen fallen lediglich die Amplitudenbeträge mit niedrigerem Füllstand.
- Bei einer Variation der Rohdichte des Schüttgutes liegt ebenfalls eine deutliche Beeinflussung der Impulsantwort vor. Dabei bleiben, ähnlich wie bei der Füllstandvariation, die charakteristischen Merkmale erhalten, während die Amplitudenbeträge der Impulsantwort mit der Rohdichte steigen.



## 6 Blackbox-Ansatz: Korrelationsanalyse experimenteller Messdaten

Die Abhängigkeit der Impulsantwort von unterschiedlichen Einflussgrößen wurde in Kapitel 4 analytisch und in Kapitel 5 numerisch untersucht. Diese Untersuchungen zeigten zwar einen kausalen Zusammenhang zwischen dem Füllstand eines mobilen Schüttgutsilos und der Impulsantwort, jedoch weicht das jeweils zugrundeliegende Modell stark von der Realität ab. Um diesen Modellierungsfehler zu umgehen, kann anstelle eines abstrahierenden Modells das reale System im Rahmen experimenteller Tests herangezogen werden. Im Fokus steht bei solchen Versuchen vor allem die Korrelationsanalyse verschiedener Einflussgrößen mit dem Messergebnis. Der Aufwand, den experimentelle Untersuchungen der füllstandabhängigen Impulsantworten mobiler Schüttgutsilos mit sich ziehen, erfordern einen hohen Einsatz von zeitlichen, personellen und wirtschaftlichen Ressourcen. Das Aufstellen eines 13 Tonnen schweren Silobehälters, das Umfüllen von 40 Tonnen Schüttgut und das Bereitstellen eines zweiten Behälters, in dem das abgefüllte Schüttgut gelagert werden kann, sind beispielhafte, notwendige Arbeiten, die den hohen Aufwand begründen. In vielen Anwendungsfällen ist daher ratsam vor den experimentellen Untersuchungen analytische (vgl. Kapitel 4) und numerische Voranalysen (vgl. Kapitel 5) durchzuführen und dabei möglichst viel Vorwissen zu generieren, um anschließend eine effiziente experimentelle Versuchsdurchführung zu ermöglichen.

Im Folgenden sollen unter wirtschaftlich vertretbaren Bedingungen experimentelle Untersuchungen unternommen werden, wobei unter verschiedenen Randbedingungen die Impulsantwort des Silo-Schüttgut-Systems aufgezeichnet wird. Anschließend werden charakteristische Eigenschaften der Messdaten in einem Vorverarbeitungsschritt extrahiert. Eine Korrelationsanalyse der vorverarbeiteten Daten gibt Auskunft darüber, inwiefern die zuvor ermittelten scheinbar kritischen Einflussgrößen wie die Anregungsenergie, die Fertigungstoleranzen des FS, die FS-Position und der Füllstand einen Einfluss auf die Impulsantwort des Systems haben. Ziel dieses Kapitels ist die Beurteilung der scheinbar kritischen Einflussgrößen hinsichtlich der technischen Umsetzbarkeit des FS-Konzeptes.

## 6.1 Testaufbau

Für die Messungen stehen 12 FS-Prototypen, im Wesentlichen bestehend aus jeweils einem Schlagwerk und einem Mikrofon, zur Verfügung. Die FS sind nummeriert mit

$$n \in [11; 12; 13; 14; 15; 16; 21; 22; 23; 24; 25; 26]. \quad (6.1)$$

Der FS erfasst die akustische Impulsantwort mit einer Abtastfrequenz von 48 kHz und wandelt den Schalldruck in ein Spannungssignal um. Spezifische technische Daten über die verwendeten Komponenten (Übertragungsverhalten/ Empfindlichkeit des Mikrofons, Analog-Digital-Umwandler, Schaltplan, etc.) sind zur Wahrung betrieblicher Geheimnisse nicht gegeben. Vielmehr werden die FS-Prototypen im Rahmen dieses Kapitels als abgeschlossene Blackbox betrachtet.

### 6.1.1 Testaufbau für Feldtests

Für realitätsgetreue Untersuchungen des FS-Konzepts im Rahmen von Feldtests stehen zwei Silos der Firma m-tec mathis technik GmbH mit einem Hohlvolumen von  $12 \text{ m}^3$  zur Verfügung (Fabrik Nr. S12/1 211190005 B und S12/1 211187060 B). Während ein Silo auf vier Wiegezellen aufgestellt ist (vgl. Abb. 6.1a), steht das andere Silos auf festem Untergrund (vgl. Abb. 6.1b). Bei dem verwendeten Schüttgut handelt es sich um eine Gipsputzmischung von insgesamt  $14.625 \text{ t}$  mit einer durchschnittlichen Schüttdichte  $\rho_{\text{Sch}}$  von ca.  $1,2 \frac{\text{t}}{\text{m}^3}$ .

Ähnlich wie in Kapitel 5 werden pro Silo jeweils sechs verschiedene FS verwendet. Dabei werden an jeder Seite jeweils drei FS auf verschiedenen Höhen angebracht (vgl. Abb. 6.2). Der unterste FS ist, ausgehend von der Grenzfläche zwischen Zylinder- und Trichterelement des Silos, auf einer Höhe von 44 cm, der mittlere FS auf 131 cm und der oberste FS auf 236 cm angebracht. Eine mit FS bestückte Seite des Silos wird (aus Gründen der Konvention mit Projektpartnern) mit einer Winkelkoordinate von  $90^\circ$  und die gegenüberliegende Seite entsprechend mit  $270^\circ$  charakterisiert. Die zwölf ausgewählten Positionen sind in Abb. 6.2 und der Tab. 6.1 beschrieben (vgl. auch 5.9). Dabei werden die Positionsnummern, analog zur Nummerierung der FS, mit 11 – 16 und 21 – 26 bezeichnet. Bei den Untersuchungen wird, bis auf wenige Ausnahmen, ein FS mit einer bestimmten Nummer auf der Position mit gleicher Nummer angebracht (FS 11 auf Position 11, FS 12 auf Position 12,...).

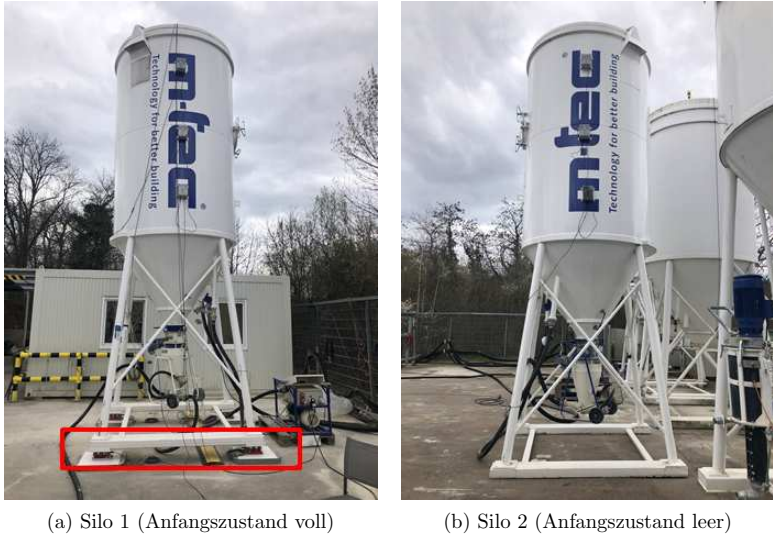


Abbildung 6.1: Testaufbau bestehend zwei Silos mit einem Hohlvolumen von  $12 \text{ m}^3$  und je sechs Füllstandsensoren

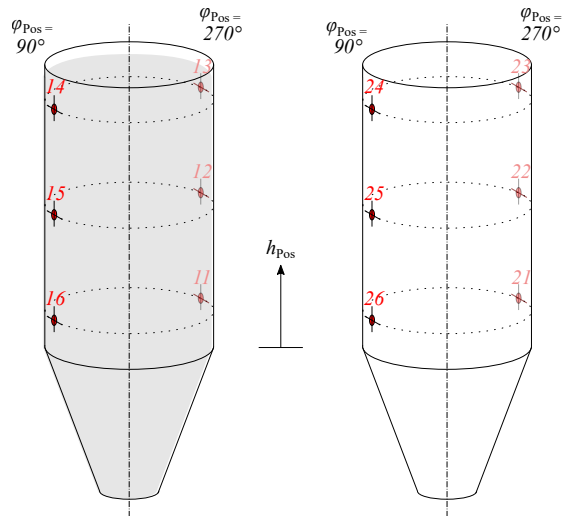


Abbildung 6.2: Positionen 11 – 16 an Silo 1 und 21 – 26 an Silo 2 im jeweiligen Silokoordinatensystem

Tabelle 6.1: Positionen 11 – 16 an Silo 1 und 21 – 26 an Silo 2 im jeweiligen Silokoordinatensystem

Positions- nummer	Silonummer	axiale Silo- Koordinate	radiale Silo- Koordinate
		$h_{\text{Pos}} / \text{m}$	$\varphi_{\text{Pos}} / ^\circ$
11	1	0.44	270
12	1	1.31	270
13	1	2.36	270
14	1	2.36	90
15	1	1.31	90
16	1	0.44	90
21	2	0.44	270
22	2	1.31	270
23	2	2.36	270
24	2	2.36	90
25	2	1.31	90
26	2	0.44	90

In Kap. 6 werden fast ausschließlich Messdaten verwendet, die aus diesem Testaufbau gewonnen wurden. Lediglich die Variation der Anregungsenergie wird in Unterkap. 6.3.1 aufgrund technischer Einschränkungen mit einem anderen Testaufbau untersucht. Dieser abweichende Testaufbau wird in Unterkap. 6.1.2 beschrieben.

### 6.1.2 Testaufbau für Laboruntersuchungen

Bei dem in Unterkap. 6.1.1 beschriebenen Aufbau liegen, abgesehen von der stark begrenzten Verfügbarkeit, gewisse technische Einschränkungen vor. Diese Einschränkungen betreffen vor allem die Variation der Anregungsenergie. Da die Variation der Anregungsenergie aufgrund technischer Beschränkungen im Rahmen der experimentellen Tests mit dem in Unterkap. 6.1.1 beschriebenen Aufbau nicht möglich war, wurde der Testaufbau von [Rip10] herangezogen. Der Testaufbau von [Rip10] diente in der Vergangenheit der Untersuchung von Belastungen auf

Einbauten im Inneren eines Schüttgutsilos und besteht aus fünf miteinander verschraubten Flanschelementen (vgl. Abb. 6.3a und 6.3b). Dieses Testsilo unterscheidet sich hinsichtlich Geometrie, Dimension und Werkstoff deutlich von einem typischen mobilen Schüttgutsilo, soll aber dennoch zu einer generellen Beurteilung der Abhängigkeit der Impulsantwort von der eingebrachten Anregungsenergie verwendet werden.

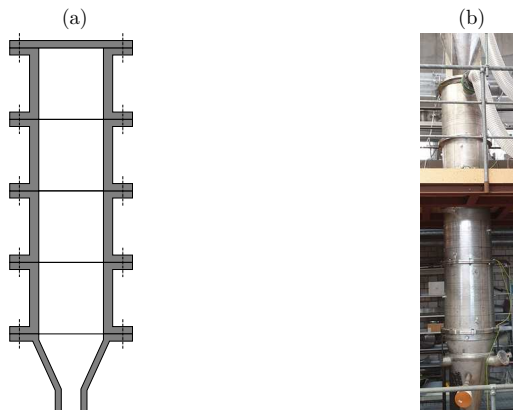


Abbildung 6.3: (a) Skizze und (b) Foto des Testaufbaus von [Rip10], der im Rahmen dieser Arbeit zur Variation der Anregungsenergie herangezogen wird

## 6.2 Vorverarbeitung der Messdaten

Rohdaten einer Messung enthalten verschiedene Informationen, wobei jede Information unterschiedlich tief in den Daten „verborgen“ ist. Während manche Informationen unmittelbar aus dem Zeitsignal abgeleitet werden können, wie z. B. Maximal- und Minimalwerte, ist für Analyse anderer Informationen, wie z. B. die Frequenz, eine Vorverarbeitung der Messdaten dienlich. Dieser Vorverarbeitungsschritt hat oft über die Extraktion bedeutsamer Eigenschaften hinaus die Unterdrückung von Störanteilen zum Ziel. In Abb. 6.4 sind beispielhaft die Rohdaten zweier Messungen von Impulsantworten bei unterschiedlichen Randbedingungen dargestellt. Zu einem ist eine Messung mit FS 11 bei einem Füllstand von 0 % und eine Messung mit FS 21 bei einem Füllstand von 50 % zu sehen. Dabei ist die geplante Abfolge bei beiden Messungen identisch: 0,03 s nachdem die Mikrofon-

messung gestartet wurde, wird der Impuls ausgelöst und es kommt infolgedessen zur Impulsantwort des Silos. Nach einer insgesamten Messdauer von 0,15 s wird die Messung beendet.

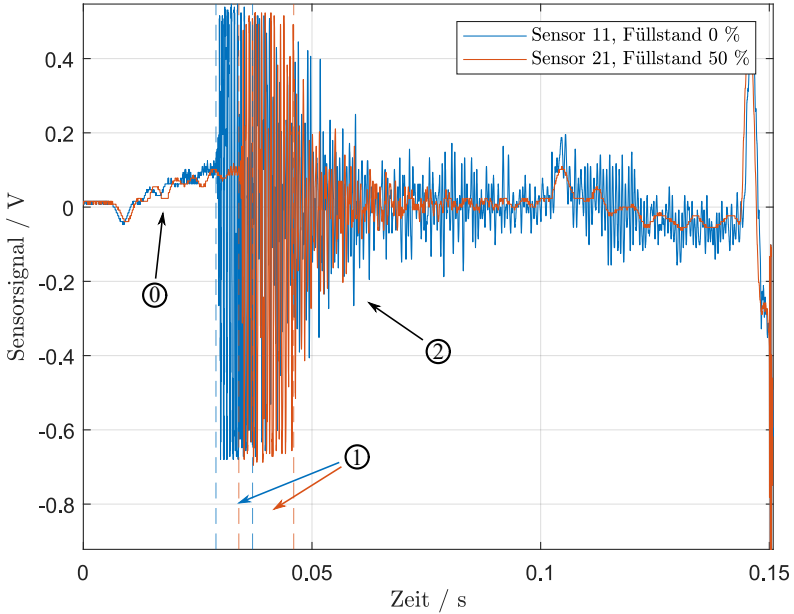


Abbildung 6.4: Beispielhafte Impulsantworten von FS 11 bei einem Füllstand von 0 % und FS 21 bei einem Füllstand von 50 %)

*Beobachtung zu Abb. 6.4:*

Die in Abb. 6.4 dargestellten Messsignale können zeitlich in drei Abschnitte unterteilt werden:

- Ruhephase (Phase 0) ①
- Phase der scheinbar stationären Schwingung (Phase 1) ① und
- Phase der gedämpften Schwingung (Phase 2) ②.

Die Ruhephase ① liegt i. d. R. bei 0 – 0,03 s. In diesem Bereich weist das Sensorsignal ein instationäres Offset, überlagert mit einem geringen Rauschverhalten, auf. Das Ende der Phase 0 ist durch einen raschen Anstieg des Signalwerts mit Beträgen über 0,4 V gekennzeichnet. Der Zeitpunkt dieses Anstiegs unterscheidet

sich zwischen den beiden Impulsantworten um fast 0,005 s. Ab diesem Anstieg liegt die Phase der scheinbar stationären Schwingung ① vor, die weniger als 0,005 s andauert. Innerhalb dieser Phase 1 kann im Zeitsignal zunächst kein Abklingen der maximalen Beträge erkannt werden. Daraufhin folgt die Phase der gedämpften Schwingung ② in der das Abklingverhalten deutlich zu erkennen ist.

Die Amplituden des Sensorsignals von FS 11 bei einem Füllstand von 0 % fallen im Allgemeinen höher aus als beim Sensorsignal von FS 21 bei einem Füllstand von 50 %. Beide abklingenden Schwingungen können bis einem Zeitpunkt von ca. 0,1 s als solche erkannt werden. Danach ist keine eindeutige, gedämpfte Schwingung zu erkennen. Stattdessen nimmt das Sensorsignal, ähnlich wie beim Offset vor der Impulsanregung, einen ungleichmäßigen, transienten Verlauf an. Der gleiche Verlauf in Phase 2 kann in beiden Sensorsignalen erkannt werden. Auffällig ist dabei, dass sich die beiden Sensorsignale in diesem dritten Zeitabschnitt von 0,1 – 0,15 s hinsichtlich ihres tieffrequenten Verhaltens ähnlich sind und kaum eine Zeitverschiebung aufweisen, obwohl die Zeitpunkte der Impulsanregung zuvor eine deutliche Zeitverschiebung aufzeigen. Das Sensorsignal von FS 11 weist bei einem Füllstand von 0 % in Phase 2 gegenüber dem Sensorsignal des FS 21 bei einem Füllstand von 50 % ein deutlich höheres Rauschen bzw. mehr Signalanteile höherer Frequenz auf. Detaillierte Aussagen über das Frequenzverhalten kann für beide Sensorsignale anhand des gemessenen Zeitverlaufs nicht getroffen werden.

#### *Interpretation von Abb. 6.4:*

Das charakteristische Verhalten, welches beide Sensorsignale in Phase 0 aufweisen, lässt sich auf elektrische Rückkopplungen mit dem Aufladungsprozess des Kondensators zurückführen. Während bei der Messung mit FS 11 die Aufladung schneller vonstattengeht, dauert dieser Vorgang bei FS 21 geringfügig länger. Die allgemein höheren Amplituden des FS 11 in Phase 2 lassen sich durch die geringe Füllmenge und die damit einhergehende, niedrigere Dämpfung der Silobewegungen begründen. Das charakteristische Verhalten, welches beide Sensorsignale in Phase 2 aufweisen, resultieren, wie das instationäre Offset in Phase 0, aus elektrischen Rückkopplungen. Der subjektiv, vom Menschen akustisch wahrgenommene Unterschied im Frequenzverhalten der beiden Impulsantworten (im „Klang“) kann anhand vom Zeitsignal nicht erkannt werden. Die Existenz der Phase 1 kann nicht durch eine tatsächlich ungedämpfte Schwingung erklärt werden. Vielmehr scheint der Amplitudenausschlag den Messbereich, der durch die prototypische Analog-Digital-Umwandlung abgedeckt wird, zu überschreiten. In diesem Bereich gehen Informationen über die physikalische Schwingung der Silowand im Sensorsignal

verloren.

Ein Vorverarbeitungsschritt, der die Unterdrückung von Störanteilen und die Extraktion von wichtigen Eigenschaften im Fokus hat, sollte die

- die Kompensation des tieffrequenten Offsets,
- die Kompensation des hochfrequenten Rauschens,
- die Kompensation der Zeitverschiebung der Impulsantwort und
- die Extraktion des Zeit-Frequenzverhaltens

ermöglichen.

Das tieffrequente Offset kann durch einem Hochpass mit einer niedrigen Grenzfrequenz (hier: 10.000 Hz) kompensiert werden. Der Rauschanteil kann wiederum durch einen Tiefpass mit einer hohen Grenzfrequenz (hier: 600 Hz) eliminiert werden.

Bei der späteren, quantitativen Auswertung wirkt die Zeitverschiebung zwischen verschiedenen Impulsantworten, die aus dem Aufladevorgang des Kondensators resultiert, störend. Daher gilt es den Zeitpunkt der Impulsanregung robust zu detektieren. Grundsätzlich kann dabei jedes Filter, welches tieffrequente Anteile reduziert geeignet sein. In dieser Arbeit wurde eine laufende Varianzfunktion mit einer Breite von  $N_{\text{Var}}$  Punkten (hier:  $N_{\text{Var}} = 10$ ) mit  $l \in [1, N_{\text{Var}}]$  herangezogen. Zu jedem Messwert  $x_k$  mit  $k \in [1, N]$  wird eine Varianz  $s_k^2$  mit

$$s_k^2 = \frac{\sum_{l=1}^{N_{\text{Var}}} (x_{k,l} - \bar{x}_k)^2}{N_{\text{Var}} - 1} \quad (6.2)$$

mit

$$x_{k,l} = x_{k - \lceil \frac{N_{\text{Var}}}{2} \rceil + l} \quad (6.3)$$

und

$$\bar{x}_k = \frac{1}{N_{\text{Var}}} \sum_{l=1}^{N_{\text{Var}}} x_{k,l} \quad (6.4)$$

gebildet.  $N$  entspricht der Anzahl aller Messwerte einer Impulsantwort. Randwertprobleme der Varianzfunktion können vernachlässigt werden, da der Impuls im Verhältnis zu einer geeigneten Filterbreite  $N_{\text{Var}}$  weit genug im mittleren Bereich des Messsignals liegt. Für vom Randwertproblem betroffene Filterwerte  $s_k = s_{k, \text{Rand}}$  mit  $k \in [1, \lceil \frac{N_{\text{Var}}}{2} \rceil] \cap [N_{\text{Var}} - \lceil \frac{N_{\text{Var}}}{2} \rceil, N_{\text{Var}}]$  kann

$$s_{k, \text{Rand}}^2 = 0 \quad (6.5)$$



angenommen werden. Wird von dieser Varianzfunktion erneut mit Gl. 6.2 die laufende Varianz gebildet, so kann durch die geeignete Definition eines Schwellwertes  $s_{\max}$  (hier:  $s_{\max} = 1 \cdot 10^{-7} \text{ V}^4$ ) der Anfang der Impulsantwort mit hoher Genauigkeit detektiert werden. Hierdurch ist eine robuste Fokussierung auf einen relativ kleinen und charakteristischen Signalausschnitt von 0,05 s möglich (vgl. Abb. 6.5).

Weiterhin ist für die visuelle Beurteilung von Messergebnissen das Zeitsignal weniger geeignet als die Darstellung im Zeit-Frequenzbereich auf Basis der kontinuierlichen Wavelet-Transformation (CWT). Abb. 6.5 zeigt beispielhaft zwei Wiederholmessungen unter gleichen Bedingungen. Die Messdaten wurden mit dem FS 12 bei einem Füllstand von 0 % aufgezeichnet. Die Ähnlichkeit beider Signale ist sowohl im Zeitbereich (vgl. Abb. 6.5 a) als auch im Zeit-Frequenzbereich (vgl. Abb. 6.5 b-c) zu erkennen.

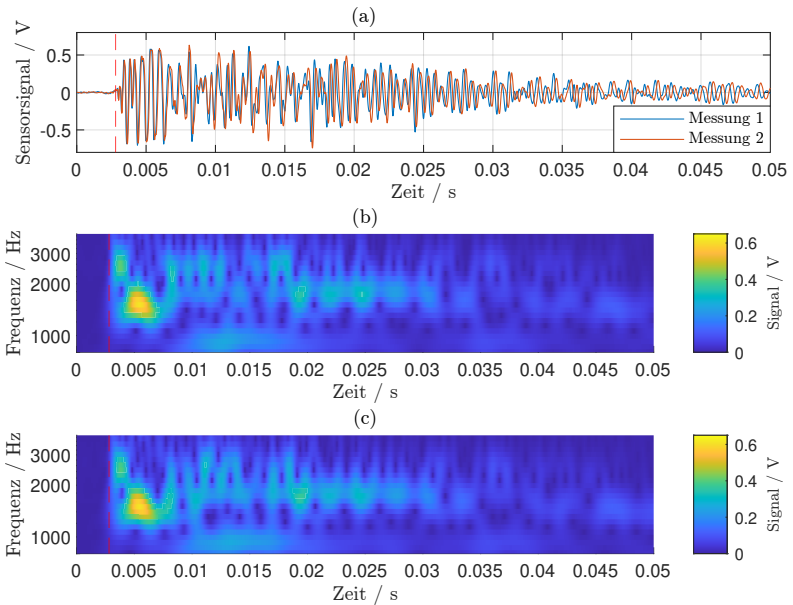


Abbildung 6.5: Wiederholmessungen mit FS 12 bei einem Füllstand von 0 % (a) im Zeitbereich und im (b-c) im Zeit-Frequenzbereich

## 6.3 Voruntersuchungen

Bevor der Einfluss des Füllstandes auf die Impulsantworten untersucht wird, soll zunächst ein Verständnis für den Einfluss durch Randbedingungen und Störeinflüsse wie die Anregungsenergie, die Fertigungstoleranzen, die Montagetoleranzen und die Sensorposition gewonnen werden.

### 6.3.1 Variation der Anregungsenergie

Ein wesentlicher Bestandteil des FS-Konzeptes ist die Impulsanregung. Die durch die Impulsanregung in ein System eingebrachte Energie kann technisch nur schwierig über mehrere Messungen hinweg konstant gehalten werden [KSA06]. In vielen Messverfahren, die auf einer Impulsanregung basieren, führt diese Einschränkung zu einer Verschlechterung der Messergebnisse. Ziel der folgenden Untersuchung ist die Beurteilung, inwiefern eine Variation der eingebrachten Anregungsenergie einen Einfluss auf die gemessene Impulsantwort hat.

Der elektromagnetische Schlagmechanismus des FS verfügt über einen Kondensator, der als Energiespeicher dient. Dieser Energiespeicher wird bis zum Erreichen einer Zielspannung (z. B. 12 V) geladen. Ist die Zielspannung erreicht, lässt ein nachgeschalteter Transistor die elektrische Leistung in eine Spule fließen. Das dabei entstehende Magnetfeld wirkt mit einer elektromagnetischen Kraft auf den mechanischen Schlagbolzen (vgl. Kap. 4). Der Schlagbolzen wird in Richtung der Silowand beschleunigt und es kommt zur Impulsanregung. Durch die Variation der Zielspannung am Kondensator kann die eingebrachte Anregungsenergie verändert werden.

Für die Analyse der Anregungsenergie wird der in Unterkap. 6.1.2 beschriebene Testaufbau für Laboruntersuchungen verwendet. Die Messeinheit wird mittig auf einer möglichst großen homogenen Fläche ohne Schweißnähte, Bohrungen oder andere lokale Versteifungen montiert. Anschließend wird die Zielspannung des zu ladenden Kondensators variiert. Unter sonst gleichen Bedingungen wird dabei die Zielspannung des Kondensator als 6 V, 8 V, 10 V und 12 V gewählt. Mit der Zielspannung wächst die zur Anregung des Silos eingebrachte kinetische Energie, wobei dieser Zusammenhang nichtlinear ist (vgl. Unterkap. 4.1). Die resultierende Impulsantwort wird mit einem separaten, hochwertigen Mikrofon gemessen und nicht mit dem kapazitiven MEMS-Mikrofon, welches im FS integriert ist.

In Abb. 6.6 ist für unterschiedliche Zielspannungen die Impulsantwort sowohl im Zeitbereich als auch im Zeit-Frequenzbereich über insgesamt 0,01 s und in einem Frequenzbereich von 1500 – 12000 Hz dargestellt. Die Impulsanregung findet kurz vor dem Zeitpunkt 0,001 s statt und ist mit einer gestrichelten roten Linie markiert.

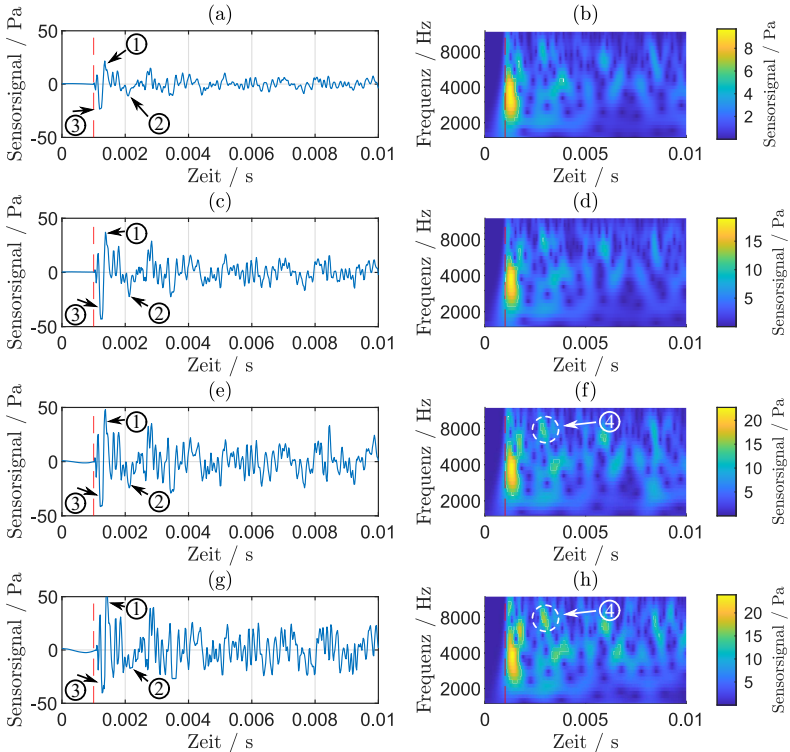


Abbildung 6.6: Impulsantwort bei Variation der Erregerkraft mit einer Zielspannung von (a-b) 6 V, von (c-d) 8 V, von (e-f) 10 V und von (g-h) 12 V, sowohl im Zeitbereich (links) als auch im Zeit-Frequenzbereich (rechts)

*Beobachtung zu Abb. 6.6:*

Im Allgemeinen weisen die Amplituden der vier Zeitsignale (links) deutliche Unterschiede auf. Bei genauerer Betrachtung fällt auf, dass jedoch die qualitativen Charakteristika (lokale Minima und Maxima) erhalten bleiben. Beispielhaft sei-

en hier das Maximum an  $0,0014\text{ s}$  ① und das Minimum bei  $0,0021\text{ s}$  ② genannt. Auffällig am Zeitsignal der Zielspannung von  $8\text{ V}$ ,  $10\text{ V}$  und  $12\text{ V}$  ist bei detaillierter Analyse ein Bereich von benachbarten Messpunkten, die allesamt einen Amplitudenwert von  $-45,45\text{ Pa}$  aufweisen (in Abb. 6.6 nicht zu erkennen). Hierzu ist zu erwähnen, dass der Amplitudenwert von  $-45,45\text{ Pa}$  dem absoluten Amplitudenminimum aller gemessenen Zeitsignale entspricht. Ein Bereich von benachbarten Minimalwerten ist an der Stelle  $0,001\text{ s}$  ③ zu finden.

Zum Vergleich der Impulsantworten im Zeit-Frequenzbereich (rechts) ist zu sagen, dass im Allgemeinen alle Signale eine hohe Ähnlichkeit hinsichtlich ihrer Minima und Maxima aufweisen. Hierzu ist bei der Darstellung jedoch die Amplitudenskala entsprechend zu wählen. Diese muss mit zunehmender Zielspannung größer gewählt werden, damit rein qualitativ eine ähnliche Darstellung der Ergebnisse gewonnen werden kann. Während das qualitative Muster im Zeit-Frequenzbereich zwischen den Impulsantworten bei  $6\text{ V}$  und  $8\text{ V}$  nahezu identisch ist, können Unterschiede zwischen  $8\text{ V}$ ,  $10\text{ V}$  und  $12\text{ V}$  z.B. bei der Amplitude des lokalen Maximums ④ gefunden werden.

#### *Interpretation von Abb. 6.6:*

Der minimale Amplitudenwert von  $-45,45\text{ Pa}$  bei mehreren direkt benachbarten Messpunkten deutet auf eine Schwingung außerhalb des Messbereichs hin. Ein solches Verhalten kann von einem „Abschneiden der Spitzen“ bei der Analog-Digital-Umwandlung resultieren. Die kleinen Unterschiede zwischen den Impulsantworten bei  $8\text{ V}$  und  $10\text{ V}$  sowie zwischen  $10\text{ V}$  und  $12\text{ V}$  können durch diesen Messfehler, der von der Analog-Digital-Umwandlung herrührt, begründet sein. Es kann also mit ausreichender Zuverlässigkeit angenommen werden, dass aufgrund der hohen qualitativen Ähnlichkeit der Impulsantworten im Zeit- sowie im Zeit-Frequenzbereich ein linear-elastisches mechanisches Verhalten des Silos bei der vorgesehenen Impulsanregung zu erwarten ist. Eine technisch bedingte Beeinflussung des FS-Konzeptes in Form einer ungewollten Variation der Anregungsenergie, die in der Literatur allgemein kritisch gesehen wird [KSA06], könnte bspw. durch eine Amplituden-Normierung in der Vorverarbeitung der Messdaten kompensiert werden. Hierzu ist jedoch sicherzustellen, dass eine Analog-Digital-Umwandlung gewählt wird, deren Messbereich für das vollständige Erfassen der vorliegenden Schwingung geeignet ist.

### 6.3.2 Untersuchung der Fertigungstoleranzen beim Prototypenbau

Wie bereits in Unterkap. 6.1.1 erwähnt, wird die gedämpfte Schwingung der Silostruktur nach einer Impulsanregung an zwölf unterschiedlichen Positionen messtechnisch erfasst. Bei den FS-Einheiten, die hierzu verwendet werden, handelt es sich um nicht kalibrierte Prototypen. Daher werden die zwölf FS-Einheiten hinsichtlich der geräteübergreifenden Robustheit der gemessenen Impulsantwort bei sonst gleichen Randbedingungen untersucht. Hierzu kommt das Silo 1 aus Unterkap. 6.1.1 mit einem Füllstand von 0 % zum Einsatz. Alle FS werden an der Position 12 (vgl. Tab. 6.1) getestet. Die Impulsantworten der FS 11 – 16 sind in Abb. 6.7 und der FS 21 – 26 in Abb. 6.8 sowohl im Zeitbereich (links) als auch im Zeit-Frequenzbereich (rechts) dargestellt. Ziel dieser Untersuchung ist die Beurteilung, inwiefern Fertigungstoleranzen der zwölf Prototypen die geräteübergreifende Robustheit der Füllstandmessung gefährden.

*Beobachtung zu Abb. 6.7 und 6.8:*

Im Allgemeinen weisen die Impulsantworten der verschiedenen FS in Abb. 6.7 und 6.8 deutliche Unterschiede sowohl im Zeitbereich (links) als auch im Zeit-Frequenzbereich (rechts) auf. Die Dauer der Phase 1 (Phase der scheinbar stationären Schwingung) variiert stark ①. Die unterschiedliche Dauer von Phase 1 führt zu entsprechenden Variationen im Abklingverhalten in Phase 2 ②. Als Beispiel seien hier die Zeitsignale von FS 22 und FS 23 genannt (vgl. Abb. 6.8 c und e). Die Unterschiede im Zeit-Frequenzbereich (rechts) sind vor allem im Bereich von  $[0,025 \text{ s}, 1600 \text{ Hz}]$  ③ eindeutig. Bei der gezielten Suche nach gemeinsamen Charakteristiken fallen insbesondere drei Muster auf, die bei allen Impulsantworten der verschiedenen FS auftreten:

- hohe Amplituden im Frequenzbereich von 1100 – 1900 Hz ④,
- hohe Amplituden im Frequenzbereich von 2200 – 3100 Hz ⑤ und
- die Existenz eines lokalen Maxima bei  $[0,0052 \text{ s}, 1550 \text{ Hz}]$  ⑥.

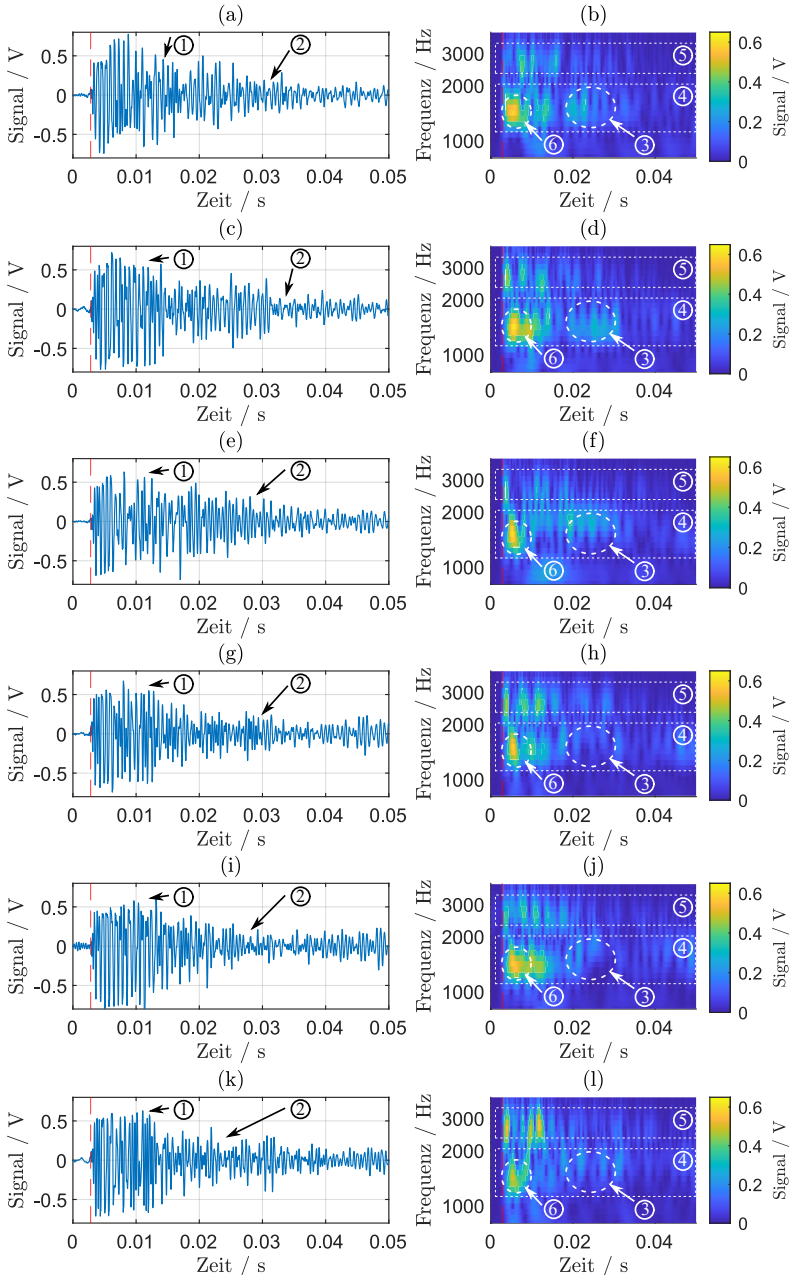


Abbildung 6.7: Impulsantwort bei gleichen Bedingungen im Zeitbereich (links) und im Zeit-Frequenzbereich (rechts) von (a-b) FS 11, (c-d) FS 12, (e-f) FS 13, (g-h) FS 14, (i-j) FS 15 und (k-l) FS 16

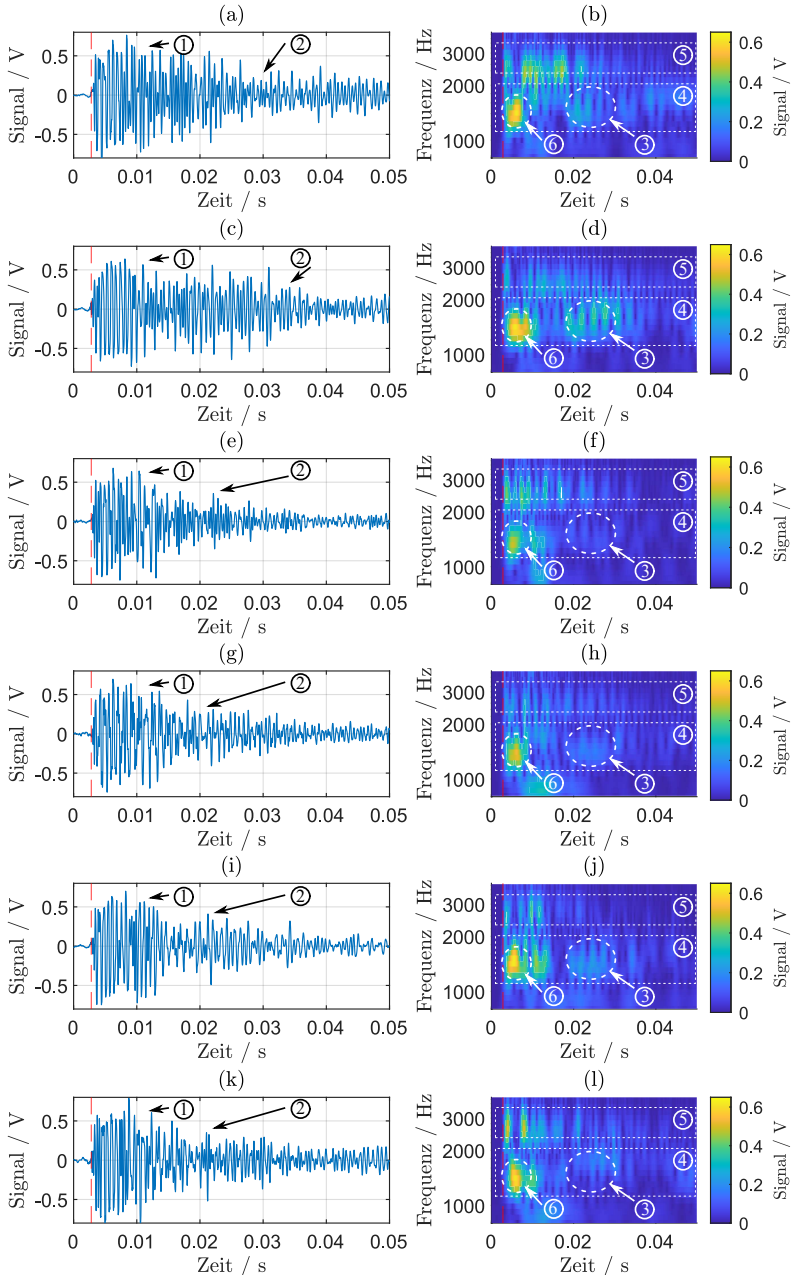


Abbildung 6.8: Impulsantwort bei gleichen Bedingungen im Zeitbereich (links) und im Zeit-Frequenzbereich (rechts) von (a-b) FS 21, (c-d) FS 22, (e-f) FS 23, (g-h) FS 24, (i-j) FS 25 und (k-l) FS 26

*Interpretation von Abb. 6.7 und 6.8:*

Obwohl physikalisch eine gedämpfte Schwingung vorliegt, zeigen die gemessenen Zeitsignale aller FS eine quasi ungedämpfte Schwingung im Zeitbereich von 0,0028–0,01 s (Phase 1) ①. Dies kann erneut als Hinweis verstanden werden, dass die physikalische Schwingung in diesem Bereich höhere Amplituden aufweist als die Digital-Analog-Umwandlung der FS-Prototypen erfassen kann. Dadurch gehen in diesem Bereich Informationen über die tatsächliche, maximale Amplitude und das Dämpfungsverhalten verloren. Sofern die Toleranzen nicht durch eine präzisere Fertigung reduziert werden können, erfordert eine robuste, sensorübergreifende Auswertung (für das gewählte Silo 1 und die gewählte Montageposition 12) eine Fokussierung auf die Amplituden im Frequenzbereich 1100 – 1900 Hz ④ sowie von 2200 – 3100 Hz ⑤. Vor allem eignet sich hierfür die Charakterisierung des Maximums bei [0,0052 s, 1550 Hz] ⑥. Werden andere Merkmale ausgewertet, so ist auf Basis dieser Untersuchung eine starke Sensorabhängigkeit anzunehmen.

### 6.3.3 Variation der Montageposition

Wie bereits in Kap. 5 erwähnt, hat der Anwender aufgrund der Magnetbefestigung großen Freiraum bei der Wahl der Montageposition des FS. Ziel der folgenden Untersuchung ist die Beurteilung, welchen Einfluss eine Variation der FS-Montageposition auf das Messsignal im Zeit- sowie Zeit-Frequenzbereich hat. Hierzu wird 20 cm unterhalb der Position 12 (vgl. Tab. 6.1) eine neue Montageposition mit der Nummer 31 für FS 12 definiert. Die Impulsantwort bei einer Anregung und Messung an der Position 31 mit FS 12 ist in Abb. 6.10 dargestellt. Diese Impulsantwort gilt als Referenzmessung für insgesamt weitere 16 Positionsvariationen.

Die Positionsvariation wird in eine grobe (vgl. Abb. 6.11) und eine feine Variation (vgl. Abb. 6.12) unterteilt. Dabei wird der FS 12 im Uhrzeigersinn an acht verschiedenen Stellen entlang eines Kreises positioniert. Die 16 Positionen, mit der Referenzposition 31 im Zentrum, sind in Abb. 6.9 dargestellt.



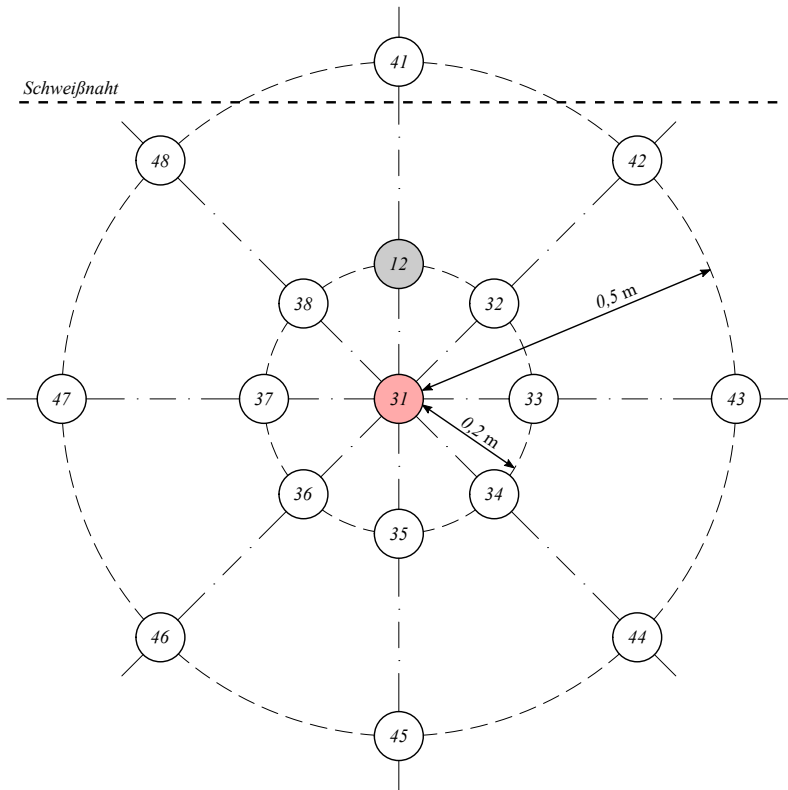


Abbildung 6.9: Montagepositionen für die Untersuchung einer feinen und einer groben Variation

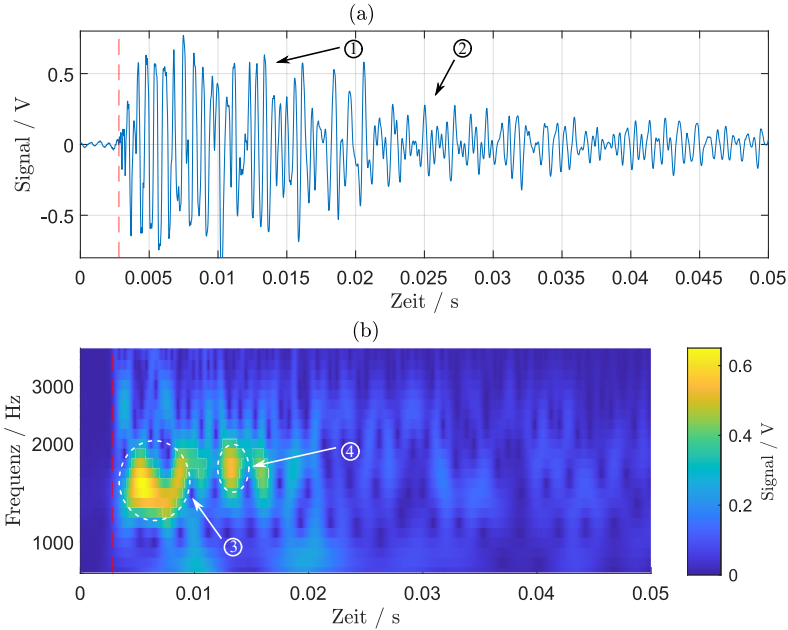


Abbildung 6.10: (a) Zeitsignal und (b) CWT der Impulsantwort von FS 12 an der Referenzposition 31

*Beobachtung zu Abb. 6.10:*

Das Zeitsignal der Impulsantwort an Position 31 ist in Abb. 6.10 a) dargestellt. Dabei ist zu erkennen, dass die Phase 1 (ungedämpfte Schwingung) bis zum Zeitpunkt 0,015 s andauert ①. Anschließend ist eine eindeutige Dämpfung zu erkennen ②. Im Zeit-Frequenzbereich (vgl. Abb. 6.10 b) fallen zwei charakteristische Maxima bei [0,006 s, 1450 Hz] ③ und [0,014 s, 1675 Hz] ④ auf.

*Interpretation von Abb. 6.10:*

Eine Positionsvariation gilt als unkritisch, wenn das resultierende Sensorsignal im Zeit-Frequenzbereich eine hohe Ähnlichkeit mit der Referenzposition (vgl. Abb. 6.10) aufweist. Hilfreich ist vor allem der Abgleich mit den beiden genannten Maxima im Zeit-Frequenzbereich ③ und ④.

## Grobe Variation

Zunächst wird eine grobe Variation der Montageposition vorgenommen. Hierzu werden entlang eines Kreises mit einem Radius von 0,5 m um die FS-Position 31 acht Stellen mit der Nummerierung 41 – 48 im Uhrzeigersinn ausgewählt (vgl. Abb. 6.9). An dieser Stelle soll darauf hingewiesen werden, dass auf der sonst gleichmäßigen, gekrümmten Siloffläche zwischen der Gehäuseposition 41 und allen anderen Positionen eine Schweißnaht verläuft (vgl. Abb. 6.9), die das mechanische Schwingungsverhalten lokal stark beeinflussen könnte.

*Beobachtung zu Abb. 6.11:*

Im Zeitsignal (vgl. Abb. 6.11 links) ist bei allen Positionen 41–48 nach der Impulsanregung ein erster Bereich mit konstanter Schwingung ① (Phase 1) und anschließend ein zweiter Bereich mit gedämpfter Schwingung ② (Phase 2) zu erkennen. Der Übergang von Phase 1 in Phase 2 liegt im Schnitt über alle Positionen bei ca. 0,015 s, kommt jedoch bei einzelnen Positionen deutlich früher (vgl. Position 45 in 6.11 i) oder später (vgl. Position 46 in 6.11 k) vor.

Im Zeit-Frequenzbereich (vgl. Abb. 6.11 rechts) sind im Allgemeinen große Unterschiede zu erkennen. Das große Maximum ③ bei [0,006 s, 1450 Hz], welches für die Referenzposition 31 charakteristisch ist, kann an den Positionen 41, 42, 46, 47 und 48 in ähnlicher Form wiedergefunden werden (vgl. Abb. 6.11 b, d, l, n und p). An den Positionen 43–45 weist das Maximum ③ deutliche Unterschiede auf (vgl. Abb. 6.11 f, h und j). Die positionsabhängigen Unterschiede werden deutlicher beim Vergleich mit dem zweiten Maximum ④ der Referenzmessung. Während an den Positionen 43 und 45 gar kein Maximum ④ existiert (vgl. Abb. 6.11 f und j), sind die Maxima der restlichen Positionen an dieser Stelle verschoben. Lediglich an Position 48 sind keine Unterschiede in ④ zu erkennen (vgl. Abb. 6.11 p). Ein markanter Unterschied der Impulsantwort an Position 41 (vgl. Abb. 6.11 a-b) gegenüber den Impulsantworten an den Positionen 42 oder 48 (vgl. Abb. 6.11 c, d, o, und p) ist nicht zu erkennen, obwohl die Schweißnaht zwischen diesen Positionen verläuft.

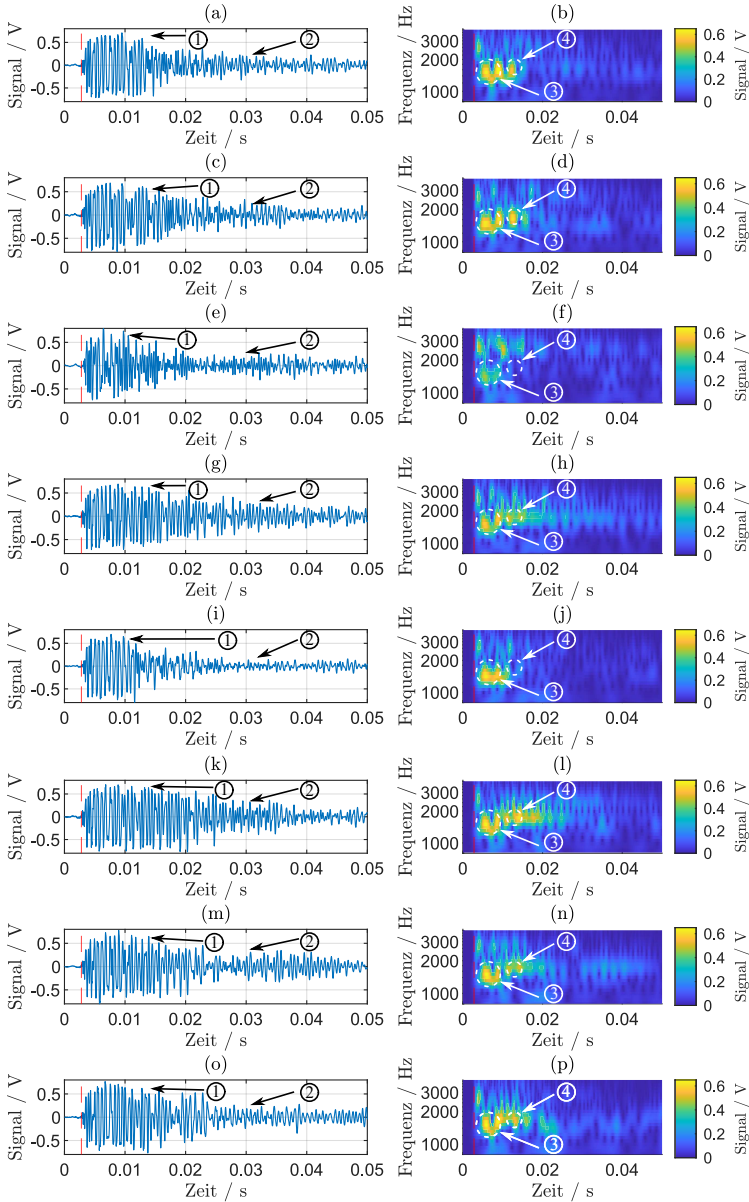


Abbildung 6.11: Zeitsignal (links) und CWT (rechts) der Impulsantwort bei grober Variation der Montageposition von FS 12 an den Positionen (a-b) 41, (c-d) 42, (e-f) 43, (g-h) 44, (i-j) 45, (k-l) 46, (m-n) 47 und (o-p) 48

*Interpretation von Abb. 6.11:*

Der Bereich konstanter Schwingungen weist darauf hin, dass die ersten Schwingungsausschläge nach der Impulsanregung den Messbereich überschreiten. Dadurch werden charakteristische Eigenschaften in Phase 1 nicht mit einer hohen Qualität abgebildet. Auf Basis dieser Ergebnisse ist aufgrund der vorliegenden großen Sensitivität gegenüber der groben Positionsvariation (vgl. Abb. 6.11) die Robustheit einer Auswertung kritisch zu sehen. Besteht der Anspruch Positionsvariationen von +/- 50 cm kompensieren zu können, so ist zunächst eine Anpassung der Hardware zu empfehlen. Dabei muss der Messbereich des FS und der Analog-Digital-Umwandlung groß genug gewählt werden, dass auch die anfänglichen Schwingungen der Impulsantwort voll erfasst werden können. Die vorhandene Schweißnaht führt nicht zu markanten Einflüssen und scheint daher für den vorliegenden Anwendungsfall vernachlässigbar.

## Feine Variation

Im Rahmen der feinen Positionsvariation werden entlang eines Kreises, mit Position 31 im Mittelpunkt und einem Radius von 0,2 m, acht Stellen mit der Nummerierung 12 und 32 – 38 im Uhrzeigersinn ausgewählt (vgl. Abb. 6.9). Während eine Montagetolanz von  $\pm 50$  cm als unrealistisch beurteilt wird, entspricht der Radius von 20 cm der maximalen, realistischen Montagetoleranz des FS bei einer markierten Sollposition. Die Messergebnisse der feinen Positionsvariation sind in Abb. 6.12 dargestellt.

*Beobachtung zu Abb. 6.12:*

Im Allgemeinen fällt die hohe Ähnlichkeit der Messergebnisse an allen Positionen (vgl. Abb. 6.12) sowohl im Zeitbereich (links) als auch im Zeit-Frequenzbereich (rechts) auf. Im Zeitsignal ist bei allen Positionen 12 und 32 – 38 nach der Impulsanregung erneut ein erster Bereich mit konstanter Schwingung ① und anschließend ein zweiter Bereich mit gedämpfter Schwingung zu erkennen ②. Der Übergang von Phase 1 zu Phase 2 liegt hier im Gegensatz zur groben Variation bei allen Positionen bei ca. 0,015 s. Die nachfolgende Dämpfung ist bei allen Zeitsignalen der feinen Positionsvariation ähnlich.

Das Zeit-Frequenzbereich weist eine deutliche Ähnlichkeit hinsichtlich der charakteristischen Maxima aller Impulsantworten auf. Vordergründig ist dabei das Maximum an ③ zu nennen, welches sowohl bezüglich seiner Lokalität als auch seiner Amplitude durch alle feinen Positionsvariationen hinweg konstant ist. Das Maximum ④ weist hingegen für viele Positionen einen Unterschied zur Referenzposition auf. Ebenso sind im Zeitraum 0,02 – 0,05 s deutliche Unterschiede in den Amplituden des Zeit-Frequenzbereichs zu erkennen (z. B. zwischen Position 33 in Abb. 6.12 f und Position 36 in Abb. 6.12 l).

*Interpretation von Abb. 6.12:*

Die hohe Robustheit der Impulsantworten gegenüber einer feinen Positionsvariation lässt darauf schließen, dass Montagetoleranzen von  $\pm 20$  cm durch eine Auswertung, die vor allem die Charakterisierung des globalen Maximums im Fokus hat, zuverlässig kompensiert werden können. Ebenso wäre z. B. eine integrale Auswertung des Zeitsignals in den ersten 0,01 s nach Anregung denkbar, wenn eine Hardware eingesetzt wird, die einen geeigneten Messbereich vorweist.

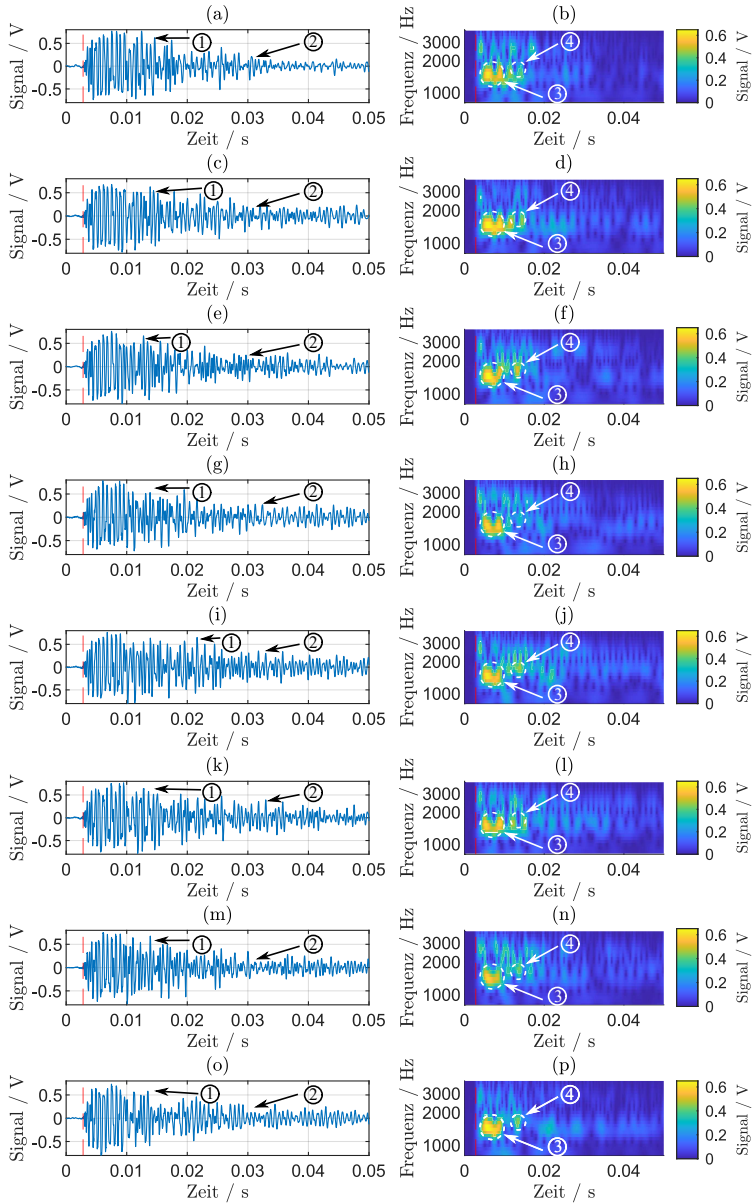


Abbildung 6.12: Zeitsignal (links) und CWT (rechts) der Impulsantwort von FS 12 an den Positionen (a-b) 12, (c-d) 32, (e-f) 33, (g-h) 34, (i-j) 35, (k-l) 36, (m-n) 37 und (o-p) 38

### 6.3.4 Untersuchung des inhomogenen Abstrahlverhaltens

In Unterkap. 5.2.4 haben die Simulationsergebnisse gezeigt, dass das Abstrahlverhalten der modellierten Silostruktur inhomogen und daher von der exakten Lage der untersuchten Fläche abhängig ist. Aufgrund der inhomogenen Versteifungen durch Streben, Schweißnähte und Einbauten ist auch das Abstrahlverhalten der realen Silostruktur positionsabhängig. Dies haben bereits die Ergebnisse des vorherigen Unterkapitels gezeigt. Ziel des vorliegenden Unterkapitels ist die Beurteilung, inwiefern sich die Impulsantworten bei einer vollkommen freien Auswahl der Montageposition des FS unterscheiden könnten. Daher werden die Impulsantworten der verschiedenen FS an den in Abb. 6.2 und Tab. 6.1 beschriebenen Positionen bei gleichem Füllstand (0 %) diskutiert. In Abb. 6.13 sind die Impulsantworten von Silo 1 gemessen mit den FS 11 – 16 und in Abb. 6.14 die Impulsantworten von Silo 2 gemessen mit den FS 21 – 26 im Zeitbereich und im Zeit-Frequenzbereich dargestellt.

*Beobachtung zu Abb. 6.13 und 6.14:*

Im Allgemeinen sind erhebliche Unterschiede sowohl im Zeitbereich als auch im Zeit-Frequenzbereich der Impulsantworten zu erkennen. Der Übergang von Phase 1 ① in Phase 2 ② des Zeitsignals variiert erheblich.

Um die Robustheit der Impulsantwort im Zeit-Frequenzbereich (rechts) gegenüber einer vollkommen freien Wahl der Montageposition zu bewerten, eignet sich vor allem der Vergleich des Maximums an  $[0,005 \text{ s}, 1450 \text{ Hz}]$  ③ und der Beträge aller CWT-Koeffizienten im Frequenzbereich von 2200 – 3100 Hz ④. Alle Impulsantworten unterscheiden sich deutlich voneinander. Es können keine zwei Montagepositionen gefunden werden, deren Merkmale ③ und ④ identisch sind.

*Interpretation von Abb. 6.13 und 6.14:*

Die deutlichen Unterschiede im Zeit- und Zeit-Frequenzbereich bei ①-④ deuten auf den ersten Blick auf eine hohe Sensitivität der Impulsantworten gegenüber einer vollkommen freien Wahl der Montageposition. Es sei jedoch hervorgehoben, dass die eindeutige Interpretation der Ergebnisse aus Abb. 6.13 und 6.14 einer gewissen Sorgfalt bedarf. Das liegt daran, dass die Ergebnisse nicht nur durch die Montageposition beeinflusst werden, sondern ebenso von den Fertigungstoleranzen der Prototypen (vgl. Abb. 6.7 und 6.8). Charakteristische Merkmale, die lediglich durch die vollkommen freie Wahl der Montageposition erklärt werden können, sind z. B. die Amplituden der FS 13 und 22 im Zeit-Frequenzbereich bei  $[0,025 \text{ s}, 1500$



Hz] ①-⑤). Während diese Amplituden bei Abb. 6.7 f und 6.8 d bei ca. 0,4 V liegen, sind diese bei Abb. 6.13 f und 6.14 d stark gedämpft ( $< 0,2$  V).

Das Vorwissen über die Existenz lokaler Versteifungen am realen Silo (Schweißnähte, Füllrohr im Siloinneren, Kopplungselemente für den Silotransport, etc.) in Kombination mit den Simulationsergebnissen aus Unterkapitel 5.2.4 und den Messergebnissen in diesem Unterkapitel rechtfertigen die Annahme eines deutlichen, inhomogenes Abstrahlverhaltens der Silostruktur. Ob dieses inhomogene Abstrahlverhalten der baugleichen Silos identisch ist, kann aufgrund der hohen Fertigungstoleranzen der FS-Prototypen nicht durch den Vergleich von Abb. 6.13 mit Abb. 6.14 beurteilt werden.

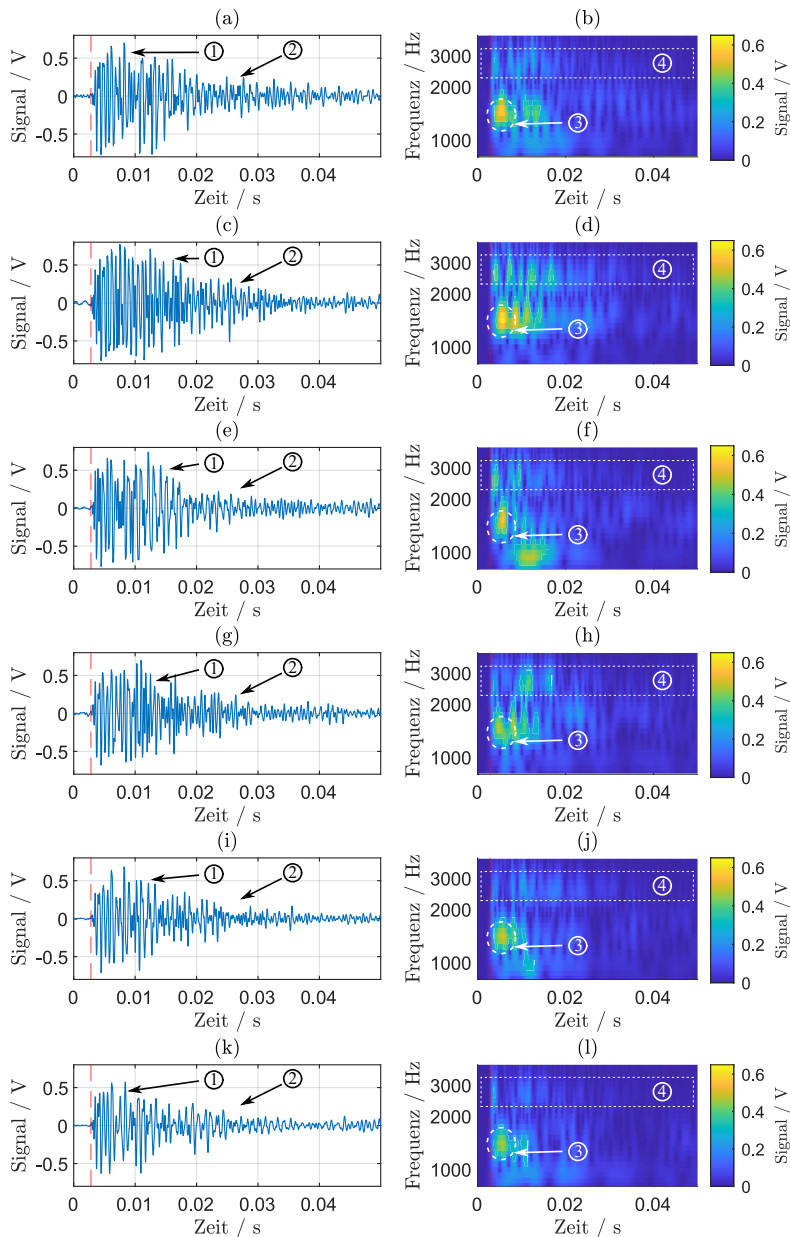


Abbildung 6.13: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und im Zeit-Frequenzbereich (rechts) bei einem Füllstand von 0 % mit (a-b) FS 11, (c-d) FS 12, (e-f) FS 13, (g-h) FS 14, (i-j) FS 15 und (k-l) FS 16

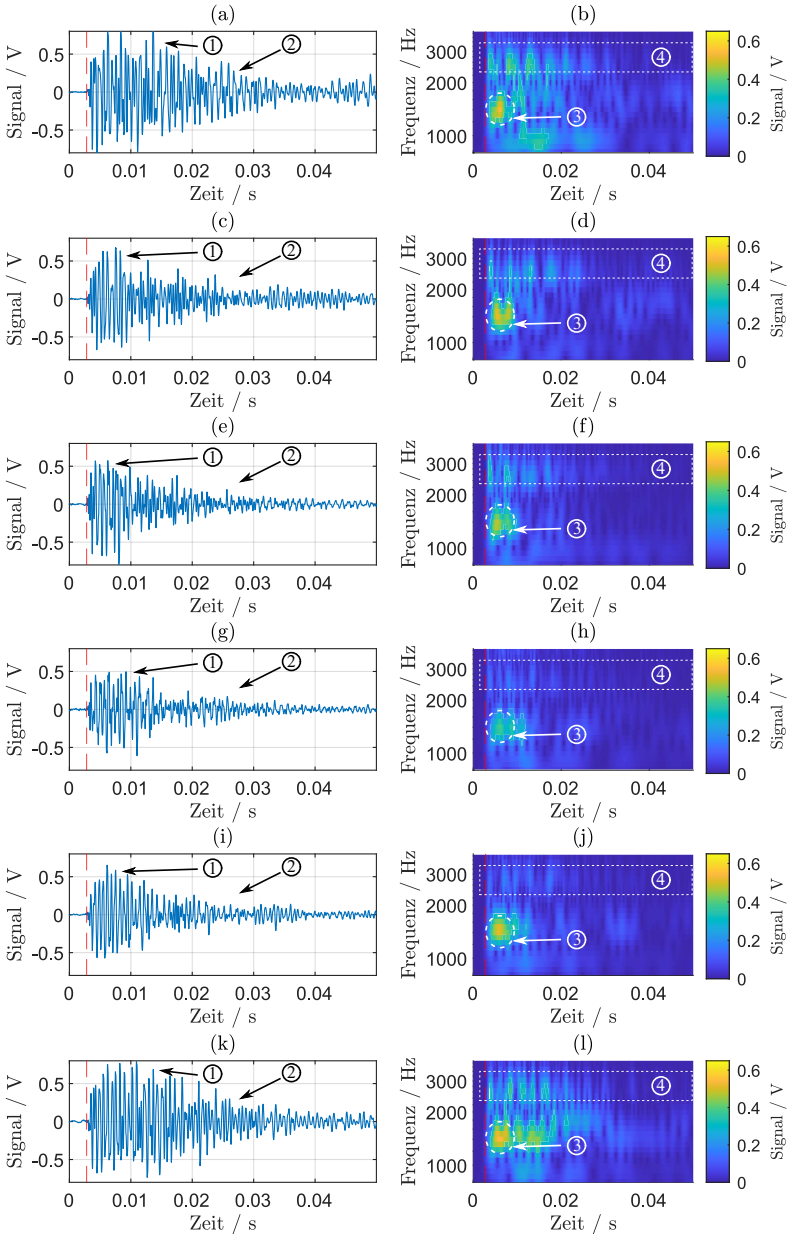


Abbildung 6.14: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und im Zeit-Frequenzbereich (rechts) bei einem Füllstand von 0 % mit (a-b) FS 21, (c-d) FS 22, (e-f) FS 23, (g-h) FS 24, (i-j) FS 25 und (k-l) FS 26

## 6.4 Variation des Füllstands

Im Folgenden wird der Füllstand der beiden Silos verändert, indem das Schüttgut des im Anfangszustand vollen Silos (Silo 1) in das im Anfangszustand leere Silo (Silo 2) gepumpt wird. Hierzu wird das verdichtete Schüttgut im Trichter durch druckbehaftete Luftzufuhr gelockert („fluidisiert“) und anschließend über die Trichteröffnung durch einen Schlauch abgesaugt. Dieser Schüttgut-Luft-Strom wird in das Befüllrohr von Silo 2 geführt, wo das Schüttgut von oben ins Silolinnere fällt. Während des Umfüllvorgangs, d. h. während die Förderpumpe in Betrieb ist, führen alle FS an Silo 1 und Silo 2 nacheinander Messungen durch. Diese Messungen werden als sogenannte „dynamische Messungen“ bezeichnet. Der Umfüllvorgang wird über ein Wiegesystem aus vier Wägezellen, auf denen Silo 1 positioniert ist (vgl. Abb. 6.1a), überwacht. In 5 %-Schritten wird der Umfüllvorgang gestoppt, um bei ausgeschalteter Förderpumpe sogenannte „statische Messungen“ durchzuführen. Bei statischen Messungen sollen vor allem Störeinflüsse im Messsignal durch bewegte Feststoffpartikel und durch den Antrieb der Förderpumpe induzierte Schwingungen eliminiert werden.

Ziel dieser Untersuchungen ist die Erkenntnis darüber, inwiefern sich eine Füllstandvariation auf das Zeitverhalten und das Zeit-Frequenzverhalten der Impulsantwort auswirkt. Dabei sollen nach Möglichkeit füllstandabhängige Muster detektiert werden, die gleichzeitig robust gegenüber einer Sensor- und Silovariation sind. Derartige sensor- und siloübergreifende, füllstandabhängige Muster sind anschließend durch geeignete Kennwerte zu quantifizieren. Anschließend ist die Korrelation dieser Kennwerte mit dem Füllstand zu prüfen.

### 6.4.1 Füllstandabhängige Impulsantworten

Im Folgenden wird eine Übersichtsdarstellung für jedes gleichnamige FS-Position-Paar präsentiert. Hierbei werden die Impulsantworten im Zeitbereich und im Zeit-Frequenzbereich bei Füllständen von 100 %, 80 %, 60 %, 40 %, 20 % und 0 % visualisiert. Beispielhaft wird in 6.15 die Füllstandvariation für FS 11 an Position 11 vorgestellt. Im Anhang ist in Abb. A.3 - A.13 die Füllstandvariation für alle weiteren FS dargestellt. Ziel der visuellen Analyse von Impulsantworten unter Variation des Füllstandes ist die Ermittlung von Mustern im Zeitbereich sowie im Frequenzbereich, die eine potentielle Abhängigkeit vom Füllstand aufzeigen.

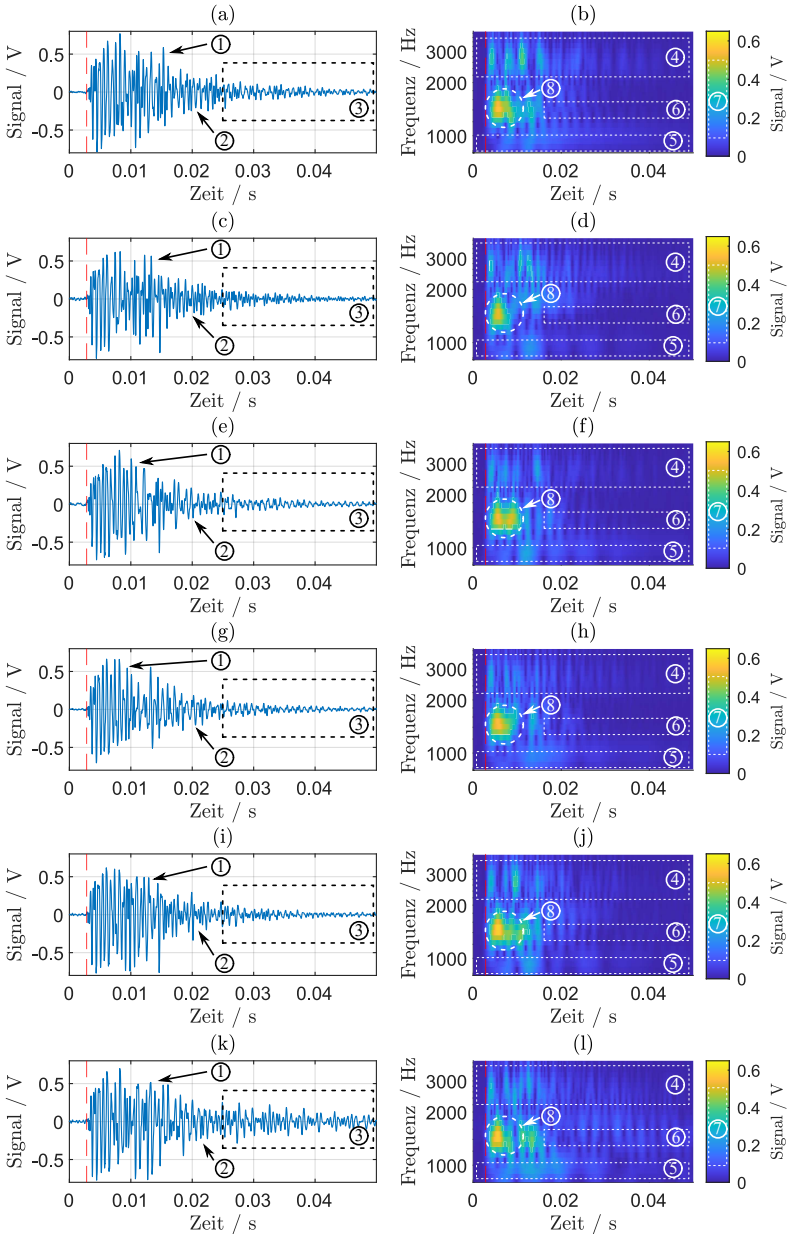


Abbildung 6.15: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 11 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 %

*Beobachtung zu Abb. 6.15:*

In Phase 1 des Zeitsignals, also im Bereich der scheinbar stationären Schwingung, kann im Allgemeinen keine eindeutig füllstandabhängige Amplitude erkannt werden ①. Im Bereich der gedämpften Schwingung (Phase 2) unterscheidet sich die Dämpfung zwischen den Füllständen ②. Als Beispiel seien die Amplituden der von FS 11 erfassten Impulsantwort bei 100 % Füllstand (vgl. Abb. 6.15 a) zwischen 0,025 – 0,05 s genannt, die größer sind als die Amplituden bei einem Füllstand von 40 % (vgl. Abb. 6.15 g) ③. Die Amplituden im selben Bereich sind bei einem Füllstand von 0 % (vgl. Abb. 6.15 k) wiederum größer als bei 40 %.

Im Zeit-Frequenzbereich können ebenfalls verschiedene Merkmale gefunden werden, die potentiell mit dem Füllstand korrelieren. Beispielsweise zeigen viele FS im hochfrequenten Bereich ( $> 2000$  Hz) größere Amplituden bei höheren Füllständen ④. Ebenso steigen die Amplituden im niederfrequenten Bereich ( $< 1000$  Hz) mit dem Füllstand ⑤. Außerdem weisen die Amplituden bei 1450 Hz ab 0,015 s eine hohe Füllstandabhängigkeit auf ⑥. Im Allgemeinen erscheint die Fläche bzw. die Anzahl an CWT-Koeffizienten, mit einer Amplitude zwischen 0,1 – 0,5 V bei einem niedrigen Füllstand zu steigen ⑦. Das Maximum an  $[0,006 \text{ s}, 1450 \text{ Hz}]$  variiert hinsichtlich seiner Amplitude und lokalen Breite bei verschiedenen FS ⑧.

*Interpretation von Abb. 6.15:*

Im Bereich der gedämpften Schwingung deuten die unterschiedlichen Amplituden bei unterschiedlichen Füllständen auf eine potentielle, nicht-monotone Korrelation zwischen der Schwingungsdämpfung und des Füllstandes hin. Weiterhin könnten die Amplituden oberhalb von 2000 Hz ④ über die gesamte dargestellte Zeit, die Amplituden unterhalb von 1000 Hz ⑤ über die gesamte dargestellte Zeit und die Amplituden bei 1450 ab 0,015 s ⑥ unabhängig voneinander auf eine potentielle Korrelation mit dem Füllstand geprüft werden. Außerdem könnte eine Korrelation zwischen der Fläche oder Anzahl an CWT-Amplituden zwischen 0,1 – 0,5 V ⑦ im gesamten Zeit-Frequenzbereich vorliegen. Die Variation des Maximums bei  $[0,006 \text{ s}, 1450 \text{ Hz}]$  könnte bei den FS 21 – 26 auf das Abstrahlverhalten des Silo 2 zurückgeführt werden (vgl. Abb. 6.14). Da dieses Muster aber auch in Impulsantworten von Silo 1 zu sehen ist (vgl. Abb. 6.13), soll das Maximum bei  $[0,006 \text{ s}, 1450 \text{ Hz}]$  ⑧ hinsichtlich der Amplitude und der lokalen Breite im Zeit-Frequenzbereich untersucht werden.

## 6.4.2 Manuelle Definition potentieller Füllstandkennwerte

Im Allgemeinen verdichten Kenngrößen mithilfe einer bestimmten mathematischen Funktion eine große Menge an Daten auf einen kleinen Satz von repräsentativen Kennwerten oder bestenfalls auf einen einzigen Kennwert. Von essentieller Bedeutung ist dabei, dass die wesentlichen Informationen, die in den Rohdaten vorhanden sind, erhalten bleiben. Die Hypothese dieser Arbeit (vgl. Kap. 3) besagt, dass die Information „aktueller Füllstand des Schüttgutsilos“ in der Impulsantwort des Körpers enthalten ist. Diese These kann auf Grundlage der Füllstandabhängigkeit experimentell gewonnener Messdaten bestätigt werden (vgl. Abb. 6.15 und A.3-A.13).

Ziel des vorliegenden Unterkapitels ist es, die zuvor identifizierten, füllstandabhängigen Eigenschaften im Zeitbereich und im Zeit-Frequenzbereich mithilfe einer kleinen Menge an Kennwerten zu beschreiben. Im Fokus steht dabei die Definition der Kennwerte, die die Füllstandin Formationen aus dem vorverarbeiteten Signalauschnitt mit einer Dauer von 0,05 s extrahieren sollen.

Es werden drei scheinbar füllstandabhängigen Eigenschaften des Zeitsignal durch sechs geeignete Kennwerte quantifiziert:

**Eigenschaft 1:** Das Zeitsignal scheint im Allgemeinen bei einem kleinen Füllstand eine höhere Signalleistung aufzuweisen.

*Beispiele:* FS 11, 13, 16, 21, 22, 24, 25 und 26 (vgl. Abb. 6.15, A.4, A.7, A.8, A.9, A.11, A.12 und A.13)

*Definition:* Die Signalenergie ist bspw. in [PS98] als der Effektivwert eines periodischen Signals definiert. In Anlehnung an diese Definition wird hier die Energie des transienten Signal mithilfe des Kennwerts  $K_1$  mit der Berechnungsvorschrift

$$K_1 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n^2 \quad (6.6)$$

charakterisiert, wobei  $x_n$  einem Messwert zum Zeitpunkt  $t_n$  und  $N$  der Anzahl an Messwerten entspricht.

**Eigenschaft 2:** Die Amplitudenausschläge mit Spitzenwerten von über 0,4 V scheinen mit dem Füllstand zu variieren.

*Beispiele:* FS 14, 15, 21, 22, 23, 26 (vgl. Abb. A.5, A.6, A.8, A.9, A.10 und A.13)

*Definition:* Zur Charakterisierung der Amplitudenausschläge mit Spitzenwerten von über 0,4 V wird die Funktion  $x_{a,n}$  mit

$$x_{a,n} = \begin{cases} |x_n| & : |x_n| \geq 0,4 \text{ V} \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases} \quad (6.7)$$

herangezogen. Der Kennwert  $K_2$  berechnet sich über die Summe aller  $x_{a,n}$  mit

$$K_2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_{a,n}. \quad (6.8)$$

Darüber hinaus soll die Anzahl an Messwerten für die gilt

$$|x_n| > 0,4 \text{ V} \quad (6.9)$$

durch den Kennwert  $K_3$  mit

$$K_3 = |A = x(n) : |x_n| > 0,4 \text{ V}| \quad (6.10)$$

erfasst werden. Ebenso wird mit dem Kennwert  $K_4$  die Differenz zwischen dem maximalen positiven und negativen Ausschlag mit

$$K_4 = \max(\underline{x}) - \min(\underline{x}) \quad (6.11)$$

ermittelt.  $\underline{x}$  entspricht dabei dem Vektor, der alle Messwerte  $x_n$  enthält.

**Eigenschaft 3:** Die Amplitudenausschläge des Zeitsignal weisen gegen Ende der gedämpften Schwingung eine deutliche Abhängigkeit vom Füllstand auf. Bei einem Füllstand von 0 % sind die Amplitudenausschläge wesentlich größer als bei einem Füllstand von 100 %.

*Beispiele:* FS 11-16 und 21-26 (vgl. Abb. 6.15 und A.3-A.13)

*Definition:* Zur Charakterisierung der Amplitudenausschläge der gedämpften Schwingung wird zum einen die Differenz zwischen maximal positivem und maximal negativem Ausschlag nach 0,045 s einer Hilfsfunktion  $x_{b,n}$  mit

$$x_{b,n} = \begin{cases} x_n & : t_n \geq 0,045 \text{ s} \\ 0 & : \text{sonst,} \end{cases} \quad (6.12)$$



wobei  $t_n$  dem diskreten Zeitwert zu  $x_n$  entspricht, mit dem Kennwert  $K_5$

$$K_5 = \max(x_{b,n}) - \min(x_{b,n}) \quad (6.13)$$

verwendet. Zum anderen wird die Summe aller quadrierten Amplituden mit

$$K_6 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_{b,n}^2 \quad (6.14)$$

berechnet.

Außerdem werden sechs Eigenschaften aus dem Zeit-Frequenzbereich durch je einen Kennwert quantifiziert:

**Eigenschaft 4:** Der Betrag der CWT-Koeffizienten  $|w_{n,l}|$  oberhalb einer Frequenz von 2000 Hz weist im Allgemeinen eine Füllstandabhängigkeit auf, wobei weder eine monoton fallende oder steigende Tendenz festzustellen ist.

*Beispiele:* FS 12, 13, 14, 15, 16, 21, 25, 26 (vgl. Abb. A.3-A.8, A.12 und A.13)

*Definition:* Als Kennwert  $K_7$  wird die Summe über alle Koeffizientenbeträge  $|w_{n,l}|$  definiert, die einer höheren Frequenz  $f_l$  als 2000 Hz entsprechen, mit

$$K_7 = \frac{1}{N \cdot L} \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L |w_{n,l}| : \forall f_l > 2000 \text{ Hz.} \quad (6.15)$$

$L$  entspricht dabei der Anzahl an Diskretisierungsstufen, mit denen der Frequenzbereich bei der CWT diskret aufgelöst werden.  $l$  ist der dazugehörige Index der Frequenzen.

**Eigenschaft 5:** Der Betrag der CWT-Koeffizienten  $|w_{n,l}|$  unterhalb einer Frequenz von 1000 Hz weist im Allgemeinen eine Füllstandabhängigkeit auf. Dabei kann eine steigende Tendenz bei niedrigerem Füllstand erkannt werden.

*Beispiele:* FS 11, 13 und 21 (vgl. Abb. 6.15, A.4 und A.8)

*Definition:* Als Kennwert  $K_8$  wird die Summe über alle Koeffizientenbeträge  $|w_{n,l}|$  definiert, die einer niedrigeren Frequenz als 1000 Hz entsprechen:

$$K_8 = \frac{1}{N \cdot L} \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L |w_{n,l}| : \forall f_l < 1000 \text{ Hz.} \quad (6.16)$$

**Eigenschaft 6:** Der Betrag der CWT-Koeffizienten  $|w_{n,l}|$  weist in Phase 2 (Bereich der gedämpften Schwingung), d. h. ab 0,035 s, in einem Frequenzbereich von 1400 – 1500 Hz eine Füllstandabhängigkeit auf.

*Beispiele:* FS 11, 12, 21, 22, 24, 25 und 26 (vgl. Abb. 6.15, A.3, A.8, A.9, A.11, A.12 und A.13)

*Definition:* Als Kennwert  $K_9$  wird die Summe über alle CWT-Koeffizientenbeträge  $|w_{n,l}|$  ab 0,035 s definiert, die einer Frequenz zwischen 1400 – 1500 Hz entsprechen:

$$K_9 = \frac{1}{N \cdot L} \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L |w_{n,l}| : \forall 1400 \text{ Hz} < f_l < 1500 \text{ Hz} \cap t(n) > 0,035 \text{ s} \quad (6.17)$$

**Eigenschaft 7:** Die Anzahl der CWT-Koeffizienten, deren Betrag  $|w_{n,l}|$  größer als 0,2 V ist, weist eventuell eine Füllstandabhängigkeit auf.

*Beispiele:* FS 11, 21, 22, 25 und 26 (vgl. Abb. 6.15, A.8, A.9, A.12 und A.13)

*Definition:*

$$K_{10} = \frac{1}{N \cdot L} \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L |w_{n,l}| : \forall 0,2 \text{ V} < |w_{n,l}| < 0,8 \text{ V} \quad (6.18)$$

**Eigenschaft 8:** Das Maximum an der Stelle [0,006 s, 1450 Hz] weist hinsichtlich seiner Amplitude und Breite eine Füllstandabhängigkeit auf.

*Beispiele:* FS 12, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26 (vgl. Abb. A.3, A.5, A.6, A.7, A.8, A.9, A.10, A.11, A.12 und A.13)

*Definition:* Hierzu wird mit dem Kennwert  $K_{11}$  das unmittelbare Umfeld um das Maximum, also alle Koeffizienten  $|w_{n,l}|$  im Zeitbereich von 0,005 – 0,007 s und Frequenzbereich von 1400 – 1500 Hz mit der mathematischen Vorschrift

$$K_{11} = \frac{1}{N \cdot L} \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L |w_{n,l}| : \forall 1400 \text{ Hz} < f_l < 1500 \text{ Hz} \quad (6.19)$$

$$\cap 0,005 \text{ s} < t_n < 0,007 \text{ s}$$

ausgewertet. Mit dem Kennwert  $K_{12}$  wird zusätzlich ein etwas größerer Bereich um das genannte Maximum ausgewertet. Hierbei werden alle Koeffizienten mit

Beträgen größer 0,5 V im Zeitbereich von 0,003 – 0,007 s und Frequenzbereich von 1100 – 2000 Hz mit der mathematischen Vorschrift

$$K_{12} = \frac{1}{N \cdot L} \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L |w_{n,l}| : \forall 1100 \text{ Hz} < f_l < 2000 \text{ Hz} \quad (6.20)$$

$$\cap 0,003 \text{ s} < t_n < 0,007 \text{ s}$$

$$\cap |w_{n,l}| > 0,5 \text{ V}$$

berücksichtigt.

Die Auswertung mithilfe der genannten Kennwerte ist exemplarisch für die Impulsantworten des FS 11 in Abb. 6.16 und in 6.17 dargestellt. Dabei werden alle Kennwerte  $K_1$  bis  $K_{12}$  über Füllstände von 0 bis 100 % aufgetragen. In Abb. 6.16 sind die Verläufe der Kennwerte, die das Zeitsignal charakterisieren, und in Abb. 6.17 die Verläufe der Kennwerte, die das Signal im Zeit-Frequenzbereich charakterisiert, dargestellt. In der folgenden Analyse findet eine rein qualitative Analyse der Kennwertverläufe statt, da im Fokus der Untersuchung nicht der nomineller Betrag des Kennwerts, sondern das Maß an Korrelation des Kennwerts mit dem Füllstand steht.

Im Anhang sind die Kennwertverläufe für alle anderen FS abgebildet (vgl. Abb. A.14-A.35).

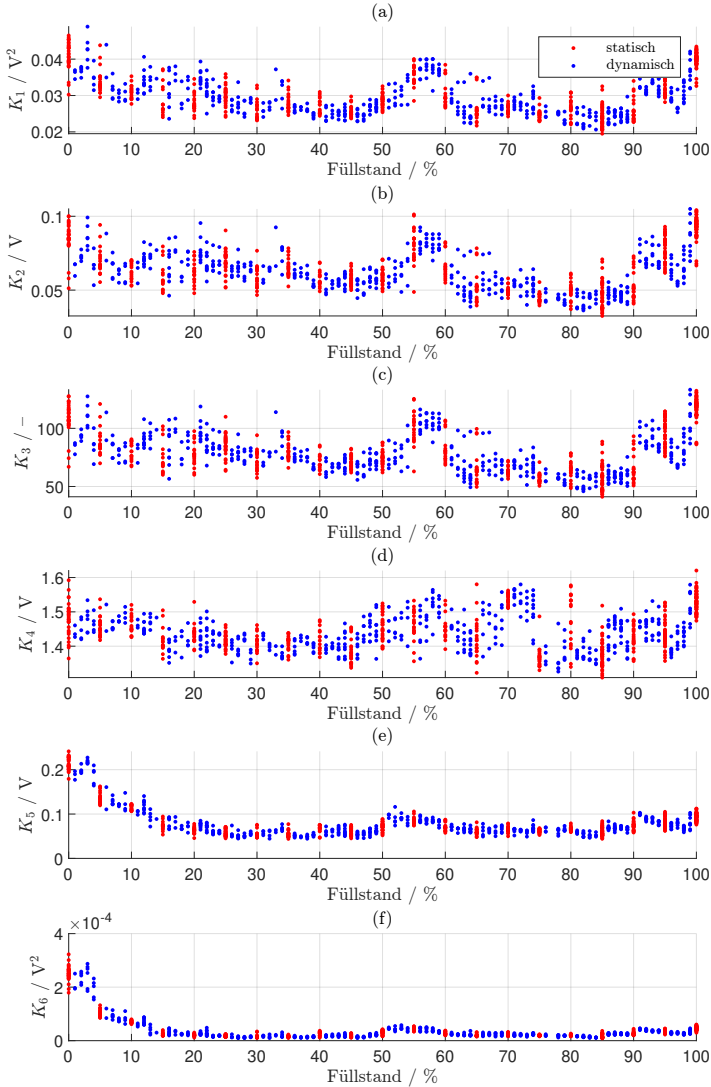


Abbildung 6.16: Füllstandabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 11 berechnet wurden

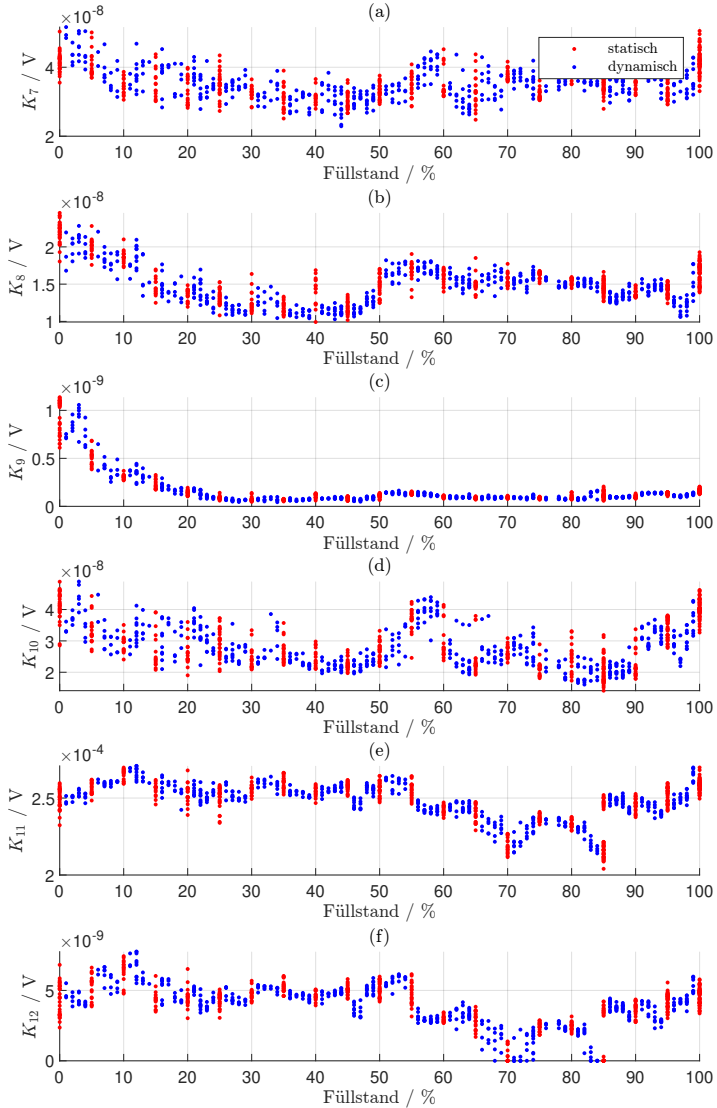


Abbildung 6.17: Füllstandabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_7$ , (b)  $K_8$ , (c)  $K_9$ , (d)  $K_{10}$ , (e)  $K_{11}$  und (f)  $K_{12}$ , die aus der CWT von FS 11 berechnet wurden

*Beobachtung zu Abb. 6.16 und 6.17:*

Im Allgemeinen weisen alle Kennwertsverläufe einen charakteristischen, kausalen Verlauf mit deutlicher Abhängigkeit vom Füllstand auf. Keines der Kennwertsverläufe zeigt ein vollkommen chaotisches Verhalten auf. Die Kennwertverläufe von  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ ,  $K_4$ ,  $K_7$ ,  $K_8$  und  $K_{10}$  (vgl. Abb. 6.16 a-d sowie Abb. 6.17 a, b und d) weisen dabei eine deutlich höhere Streuung auf als die Kennwerte  $K_5$ ,  $K_6$ ,  $K_9$ ,  $K_{11}$  und  $K_{12}$  (vgl. Abb. 6.16 e-f sowie Abb. 6.17 c und e-f). Die Verläufe der Kennwerte  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ ,  $K_4$ ,  $K_7$ ,  $K_8$  und  $K_{10}$  sind einander ähnlich. Diese sieben Kennwerte weisen bei einem Entleerungsvorgang von einem Füllstand von 100 % auf 95 % einen deutlichen Fall auf. Danach ist bis zu einem Füllstand von 90 % ein Anstieg zu erkennen, wobei die Streuung der Kennwerte hoch ist. Im Bereich von 90 bis 65 % verhalten sich die Kennwerte  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  und  $K_8$  (vgl. Abb. 6.16 a-c sowie Abb. 6.17 b) konstant und weisen daher keine Korrelation mit dem Füllstand auf.  $K_4$ ,  $K_7$  und  $K_{10}$  (vgl. Abb. 6.16 d sowie Abb. 6.17 a und d) streuen im gleichen Bereich stark und zeigen daher ebenfalls keine Korrelation. Im Bereich von 65 % bis 55 % steigen die genannten sieben Kennwerte stark an und fallen anschließend bis zu einem Füllstand von 45 %. Anschließend ist ein unterschiedlich gestreuter Anstieg des Kennwertes bis zu einem Füllstand von 0 % zu erkennen. Die Streuung der Kennwerte  $K_{11}$  und  $K_{12}$  (vgl. Abb. 6.17 e-f) ist über den gesamten Füllstandsbereich von 100 % bis 0 % vergleichsweise klein. Der Verlauf der beiden Kennwerte weist jedoch eine hohe Dynamik auf, die nur umständlich beschrieben werden kann. Auf eine derartige detaillierte und komplizierte Beschreibung soll an dieser Stelle verzichtet werden. Eine besonders kleine Streuung weisen die Kennwerte  $K_5$ ,  $K_6$  und  $K_9$  (vgl. Abb. 6.16 e-f sowie Abb. 6.17 c) auf. Diese drei Kennwerte verhalten sich ebenfalls einander ähnlich. In einem Füllstandsbereich von 100 % bis 35 % stagnieren diese Kennwerte. Eine Ausnahme bildet ein kleiner Anstieg der Werte bei 60 % bis 50 %. Von 35 % ist bis zum absoluten Leerlaufen des Silos ein exponentieller Anstieg des Kennwertes zu erkennen.

*Interpretation von Abb. 6.16 und 6.17:*

Die Kennwerte  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ ,  $K_4$ ,  $K_7$ ,  $K_8$  und  $K_{10}$  sind aufgrund der mangelnden Robustheit und der stark ausgeprägten Uneindeutigkeit des Kennwertes hinsichtlich des Füllstandes nicht als Füllstandskennwert geeignet.  $K_{11}$  und  $K_{12}$  weisen zwar eine relativ geringe Streuung auf, jedoch erfordert die hohe Dynamik der Kennwertverläufe weitere experimentelle Untersuchungen mit feinerer Füllstandvariation, um den genauen füllstandabhängigen Verlauf abbilden zu können. Erst wenn diese beiden hochdynamischen Kennwertverläufe untersucht wurden, kann die Eignung

von  $K_{11}$  und  $K_{12}$  als Füllstandkennwerte beurteilt werden. Die Kennwerte  $K_5$ ,  $K_6$  und  $K_9$  eignen sich für eine Füllstandüberwachung im Bereich zwischen 0 – 35 %. Da dieser Füllstandbereich, unter Berücksichtigung der Folgen durch das Leerlaufen eines Silo, als besonders kritisch gilt, sind die Kennwerte  $K_5$ ,  $K_6$  und  $K_9$  geeignet um bei der technischen Umsetzung des FS-Konzeptes herangezogen zu werden. Im Allgemeinen kann geschlussfolgert werden, dass die Auswertung der gedämpften Schwingung des Zeitsignals, also ab dem Zeitpunkt 0,035 s, oder die Auswertung der Frequenzen um 1450 Hz der gedämpften Schwingung, ebenfalls ab 0,035 s, zur Ermittlung des Füllstandes geeignet ist. Zusammenfassend ist zu sagen, dass alle zwölf Kennwerte je nach Füllstandbereich eine unterschiedliche Aussagekraft aufweisen. Keines der definierten Kennwerte weist eine eindeutige Korrelation mit dem Füllstand über den gesamten Bereich von 0 – 100 % auf.

## 6.5 SVM-basierte Korrelationsanalyse der Füllstandkennwerte

Zuvor wurden zwölf verschiedene, potentielle Füllstandkennwerte definiert. Alle Kennwerte weisen mehr oder weniger einen kausalen Zusammenhang mit dem Füllstand auf. Die Aussagekraft der Kennwerte variiert nicht nur je nach Kennwert und Sensor, sondern auch über verschiedene Abschnitte des Füllstandbereichs. Keines der definierten Kennwerte lässt eine robuste und eindeutige Zuordnung der Impulsantwort über den gesamten Bereich von 0-100 % zu. Jedoch kann die kombinierte Auswertung aller zwölf Kennwerte die über den gesamten Füllstandbereich variierende Aussagekraft unterschiedlicher Kennwerte so verknüpfen, dass die globale Aussagekraft dem Anspruch an das FS-Konzept genügen kann. Ziel ist dabei, die Detektion eines Musters in den Verläufen der zwölf definierten Füllstandkennwerte, welches für jeden FS eine Füllstandermittlung über den gesamten Füllstandbereich erlaubt.

Bei der Suche nach einem solchen Muster in den Füllstandkennwerten können verschiedene Methoden verwendet werden. Aufgrund der vorangegangenen Verdichtung der Mikrofondaten auf zwölf einzelne Kennwerte, erscheint die Anwendung von Methoden des Maschinellen Lernens vielversprechend und zeiteffizient. Im Folgenden wird eine Korrelationsanalyse der zwölf Füllstandkennwerte, zusam-

mengefasst als  $\underline{K}$  mit

$$\underline{K} = \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \\ K_5 \\ K_6 \\ K_7 \\ K_8 \\ K_9 \\ K_{10} \\ K_{11} \\ K_{12} \end{pmatrix}, \quad (6.21)$$

einer Impulsantwort mit dem Füllstand auf Basis einer Support Vector Machine (SVM) mit gaußscher Kernelfunktion (vgl. Unterkap. 2.6) durchgeführt. Dabei stehen (aus den experimentellen Tests mit Füllstandvariation in Unterkapitel 6.4) für die meisten FS zwischen 600 bis 1000 Messdatensätze mit Impulsantworten bei Füllständen zwischen 0 % bis 100 % zur Verfügung. Wesentlich weniger Daten liegen aufgrund technischer Störungen von FS 16 und 26 vor.  $N_{\text{Train}} = 80$  % der Daten werden als sogenannte Trainingsdaten verwendet, um das SVM Modell einzupassen. Die restlichen  $N_{\text{Test}} = 20$  % der Daten werden als sogenannte Testdaten für Validierungszwecke verwendet.

### 6.5.1 Füllstandzuordnung für einzelne Füllstandsensoren

Im Folgenden werden für alle FS eigene SVM Modelle trainiert. Diese Modelle sind unabhängig voneinander und sollen lediglich eine Füllstandabschätzung für einen einzelnen, spezifischen FS ermöglichen. Ziel dieser Untersuchung ist zu prüfen, ob ein füllstandabhängiges, sensorspezifisches Muster in den zwölf Füllstandkennwerten detektiert und zur Auswertung der Impulsantworten verwendet werden kann.

In Abb. 6.18 und 6.19 ist die Performance der zwölf sensorabhängigen SVM Modelle dargestellt. Dabei sind für die Testdaten sowohl die ideale Zuordnung aufgetragen (blau gestrichelt) als auch die geschätzten Füllstände auf Basis der zwölf Füllstandkennwerte in  $\underline{K}$ . Die Testdaten werden in dynamische Messungen (schwarz gepunktet), die während des Umfüllvorgangs durchgeführt worden sind, und statische Messungen (rot gekreuzt), wobei die die Förderpumpe ausgeschaltet war,



unterteilt. Darüber hinaus wird der Modellfehler einer trainierten SVM in Form des quadratischen Mittelwertfehlers (RMSE) quantifiziert (vgl. Tab. 6.2).

*Beobachtung zu Abb. 6.18 und 6.19:*

Alle Ergebnisse in Abb. 6.18 und 6.19 weisen eine deutliche Korrelation zwischen dem vom trainierten SVM-Modell geschätzten Füllstand und dem tatsächlichen Füllstand auf. Besonders hervorzuheben sind dabei die Modelle für FS 24 und 25 die mit RMSE-Werten von ca. 5 % (vgl. Tab. 6.2) eine hohe Qualität aufweisen. Ebenso hervorzuheben ist die niedere Qualität der trainierten SVM-Modelle für FS 11 und 13. Die Ergebnisse dieser Modelle weisen eine Vielzahl von Ausreißern mit Abweichungen von über 30 % auf. Die restlichen Modelle weisen im Füllstandbereich von 10 – 90 % geringe Abweichungen auf. Die größten Fehleinschätzungen finden in den beiden Endbereichen 0 – 10 % und 90 – 100 % statt.

*Interpretation von Abb. 6.18 und 6.19:*

Im Allgemeinen ist die Zuordnung der Füllstandkennwerte  $K$  für einzelne, unabhängige FS erfolgreich. Die Modelle 11, 13 und 23 sind aufgrund der hohen Fehler und der potentiell damit einhergehenden Risiken für die Schüttgutlogistik als kritisch zu beurteilen. Alle übrigen Modelle weisen starke Korrelationen zwischen geschätztem und tatsächlichem Füllstand auf und sind somit als erfolgreich zu beurteilen. Größere Abweichungen liegen zwar in den Randbereichen vor, können jedoch durch das Vorwissen, welches in diesen Bereichen vorliegt, kompensiert werden. Beispielsweise kann unmittelbar nach einer vollständigen Befüllung ein geschätzter Wert als Ausreißer erkannt werden, wenn dieser weit unter 100 % liegt. Ebenso kann bei einem Füllstandbereich von 0 – 10 % ein Ausreißer erkannt werden, wenn dieser plötzlich weit über den zuvor ermittelten Füllstandwerten liegt. Durch Mehrfachmessungen kann eine statistische Robustheit in den Randbereichen erzielt werden. Werte unterhalb von 0 % oder oberhalb von 100 % führen zwar zu einem höheren Modellfehler in 6.2, können jedoch durch einen nachgeschalteten, logikbasierten Algorithmus kompensiert werden.

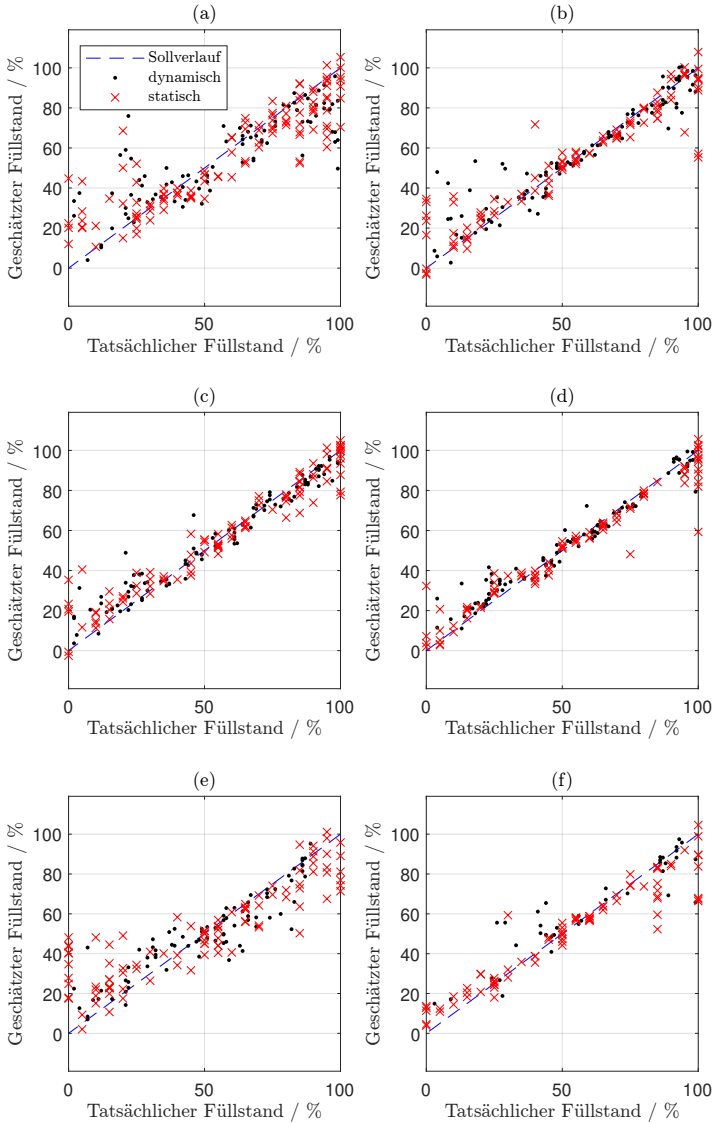


Abbildung 6.18: Performance von angelegten SVM Modellen zur Füllstandermittlung mit (a) FS 11, (b) FS 14, (c) FS 12, (d) FS 15, (e) FS 13 und (f) FS 16

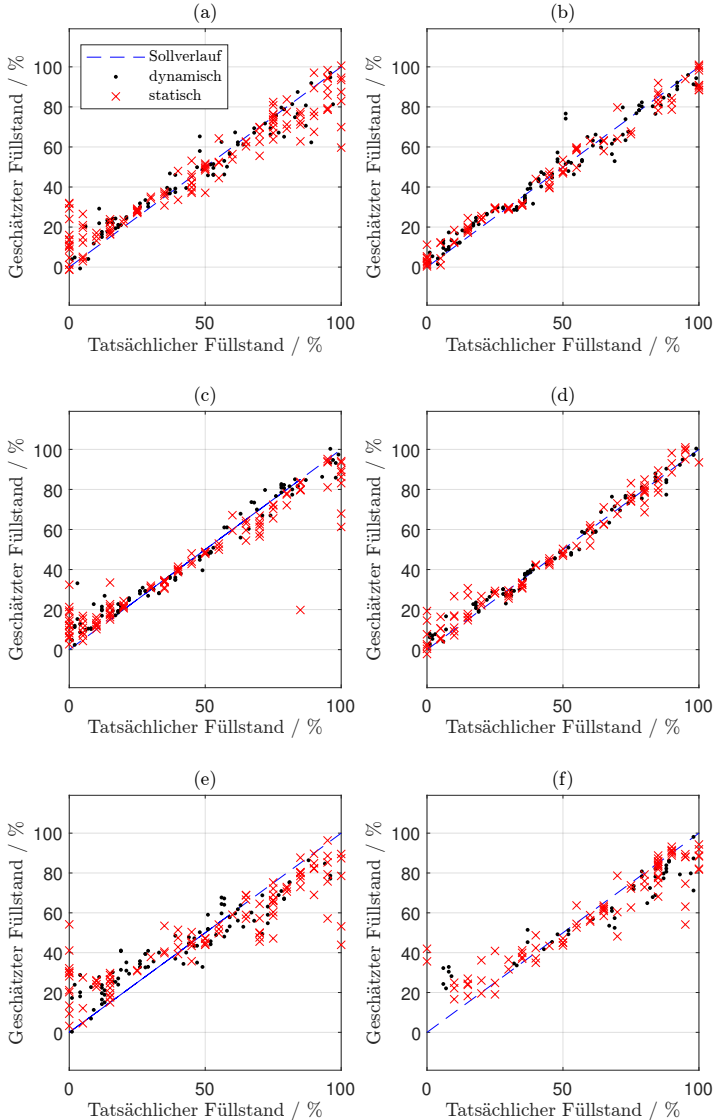


Abbildung 6.19: Performance von angelegten SVM Modellen zur Füllstandermittlung mit (a) FS 21, (b) FS 24, (c) FS 22, (d) FS 25, (e) FS 23 und (f) FS 26

Tabelle 6.2: Modellfehler (RMSE) bei der Schätzung des Füllstandes auf Basis der Impulsantwort eines einzelnen Sensors

SVM-Modell	Modellfehler (RMSE) / %
FS 11	15.1516
FS 12	8.1712
FS 13	13.9948
FS 14	10.6537
FS 15	7.2605
FS 16	10.7614
FS 21	9.4052
FS 22	9.1799
FS 23	13.8804
FS 24	5.4246
FS 25	4.5529
FS 26	11.5240

## 6.5.2 Modellverifikation

Die Ergebnisse in Unterkap. 6.5.1 erscheinen auf den ersten Blick vielversprechend. Bei der Anwendung von Methoden des Maschinellen Lernens (ML) sind solche ersten, positive Ergebnisse jedoch stets kritisch zu betrachten. Gerade bei Anwendungsfällen mit komplexen Ansätzen des Maschinellen Lernens, wie z. B. das Deep Learning, besteht die Gefahr, dass ein „falsches“ Muster gelernt wird, wenn diese Modelle anhand von wenigen Messdatensätzen, wobei jeder Messdatensatz aus einer großen Menge sogenannten Merkmalen (Datenpunkten) besteht, trainiert werden soll. Die prominentesten Beispiele für ein falsches Lernverhalten ist die Über- oder Unteranpassung an die Trainingsdaten. Das Erkennen eines fehlerhaften Lernverhaltens erfordert zunehmende Expertise desto komplexer die verwendete ML-Methode ist. Von essentieller Bedeutung ist das ausgewogene Verhältnis von Modellkomplexität (bzw. der Anzahl von zu trainierenden Modellparametern), Anzahl an Datensätzen und Anzahl an Merkmalen pro Datensatz. Die SVM gilt als verhältnismäßig einfaches Modell (vgl. Unterkap. 2.6), zu dessen größten Stärken die Robustheit gegen eine Überanpassung zählt [Ert16]. Durch die Verdichtung

der Rohdaten zu zwölf Kennwerten, die auf vom Menschen erkannten Mustern basieren und ein charakteristisches, füllstandabhängiges Verhalten aufweisen, konnte die Anzahl an Merkmalen stark reduziert werden. Die Kombination von 600–1000 Datensätzen pro FS mit je 12 Merkmalen und 20–50 Messungen pro Füllstand stellt für das Anlernen eines SVM-Modells ein günstiges Verhältnis dar.

Eine Unteranpassung kann vermieden werden, wenn die Konvergenzkriterien des Lernprozesses ausreichend hoch gewählt werden. Eine Überanpassung kann erkannt werden, wenn das Modell zwar bei den Trainingsdaten eine Konvergenz aufweist, bei unbekanntem Daten jedoch einen wesentlich höheren Fehler aufzeigt. Werden alle vorliegenden Datensätze zum Trainieren des Modells verwendet, so besteht die Gefahr, dass keine Möglichkeit besteht, die Überanpassung zu erkennen. Daher wurden die Daten eingangs in 80 % Trainingsdaten und 20 % Testdaten unterteilt. In Abb. 6.18 und 6.19 konnten nur bei den SVM-Modellen von FS 11 und 13 Anzeichen einer Überanpassung gefunden werden. Eine weitere Möglichkeit zu prüfen, ob ein Algorithmus des Maschinellen Lernens ein konvergentes Lernverhalten aufweist und stets das „richtige“ Muster lernt, ist ein Vergleich von mehreren Lernprozessen. Für jeden Lernprozess wird ein individueller Trainings- und Testdatensatz erstellt. Nach dem Trainingsprozess wird geprüft, ob die Modelle bei unterschiedlichen Trainingsdaten zu ähnlichen Ergebnissen bei der Auswertung der unterschiedlichen Testdaten führen. Außerdem kann ein Koeffizientenvergleich, der gelernten Gewichte durchgeführt werden. Zwar ist eine direkte Interpretation des Koeffizientenvergleichs nur eingeschränkt möglich, jedoch deutet eine Ähnlichkeit der gelernten Gewichte, die mit unterschiedlichen Trainingsdaten trainiert wurden, darauf hin, dass stets das gleiche Muster gelernt wurde.

Im Folgenden wird das Modell zur Füllstandabschätzung der Impulsantworten von FS 12 insgesamt dreimal trainiert. Bei jedem der drei Durchläufe wird der vorliegende Datensatz auf unterschiedliche Weise in Trainingsdaten und Testdaten unterteilt. Die drei Durchläufe werden hinsichtlich ihrer Qualität bei der Füllstandschätzung visuell (vgl. Abb. 6.20) und quantitativ (vgl. Tab. 6.3) beurteilt. Außerdem werden in 6.21 die Koeffizienten der gelernten Gewichte verglichen.

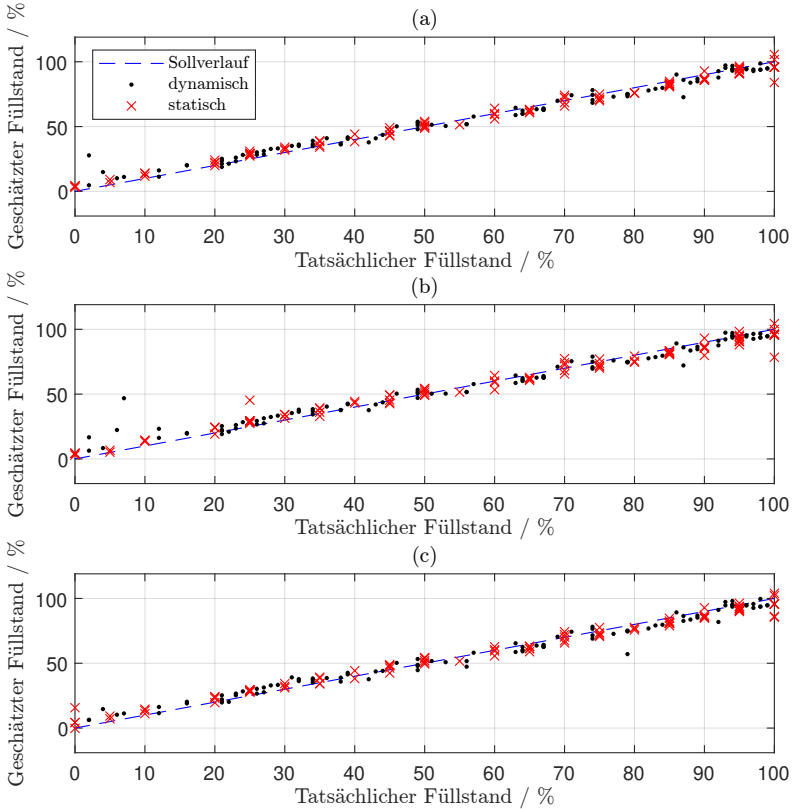


Abbildung 6.20: Performancevergleich unterschiedlicher Trainingsdurchläufe eines SVM-Modells auf Basis des gleichen Datensatzes (a) Durchlauf 1, (b) Durchlauf 2 und (c) Durchlauf 3

Tabelle 6.3: Modellfehler (RMSE) unterschiedlicher Trainingsdurchläufe eines SVM-Modells auf Basis des gleichen Datensatzes

SVM-Modell	Modellfehler (RMSE) / %
Durchlauf 1	4.1466
Durchlauf 2	7.3038
Durchlauf 3	5.3553

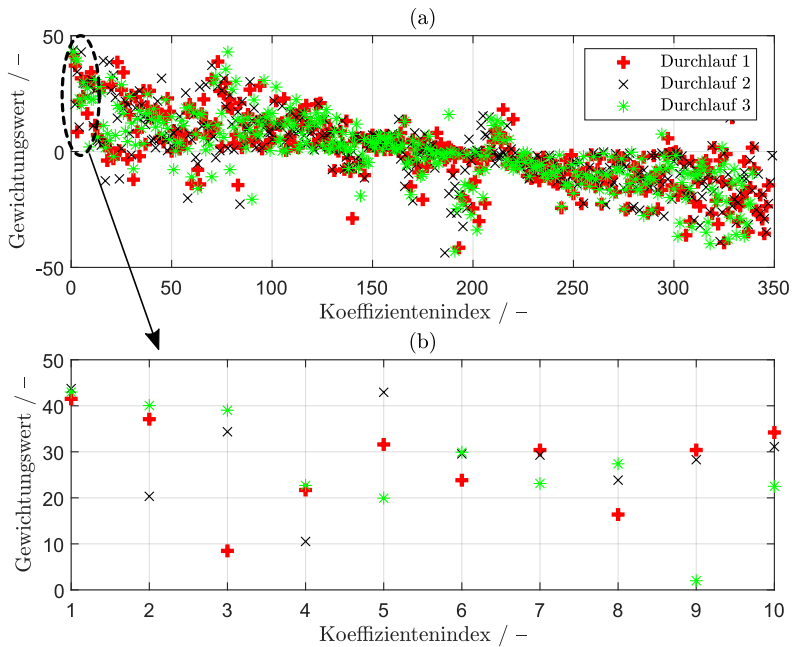


Abbildung 6.21: Vergleich der gelernten Gewichte bei drei unterschiedlichen Trainingsdurchläufen eines SVM-Modells auf Basis des gleichen Datensatzes in (a) grober Ansicht und (b) Detailansicht

*Beobachtung zu Abb. 6.21:*

Die geschätzten Füllstände der Testdaten (vgl. Abb. 6.20) stimmen bei allen drei Durchläufe zu einem hohen Maß mit den tatsächlichen Füllständen überein. Dies bestätigen auch die niedrigen Werte der quadratischen Mittelwertabweichung (vgl. 6.3). Sowohl beim groben Vergleich aller Koeffizienten (vgl. Abb. 6.20 a) als auch beim detaillierten Vergleich der ersten zehn Koeffizienten (vgl. Abb. 6.20 b) ist eine hohe Ähnlichkeit der drei Durchläufe festzustellen. Die Werte der Koeffizienten fallen ähnlich aus. Ganze Gruppen von benachbarten Koeffizienten, die sich deutlich von einem anderen Durchlauf unterscheiden, sind nicht zu erkennen.

*Interpretation von Abb. 6.21:*

Aufgrund der ähnlichen Performance zwischen dem geschätzten und dem tatsächlichen Füllstand (vgl. Abb. 6.20), ähnlich niedrigen Modellfehlern (vgl. Tab. 6.21) und ähnlichen Koeffizienten des angelerten Modells kann mit ausreichender Zuverlässigkeit angenommen werden, dass das SVM-Modell das gewünschte, füllstandabhängige Muster in den Daten erlernt hat. Dies entspricht den Erwartungen, aufgrund der positiven Randbedingungen:

- Modell des Maschinellen Lernens mit geringer Komplexität (bzw. geringer Anzahl an Modellparametern),
- geringe Anzahl an Merkmalen (zwölf),
- charakteristisches, mit dem bloßen Auge zu erkennendes Muster in den Merkmalen und
- hohe Anzahl an Trainingsdaten (relativ zur Anzahl an Merkmalen und zur Komplexität des zu extrahierenden Musters).

### 6.5.3 Füllstandzuordnung für einzelne Silos

In Unterkap. 6.5.1 konnte gezeigt werden, dass die Füllstandabschätzung auf Basis eines SVM-Modells in Kombination mit zwölf Füllstandkennwerten für einzelne unabhängige FS größtenteils erfolgreich ist. Dabei ist jedoch ungeklärt, inwieweit das angelernete Modell bei einer sensorübergreifenden Füllstandabschätzung geeignet ist. Daher werden im Folgenden Messdaten von unterschiedlichen FS gemischt. Anschließend werden zufällig gewählte 80 % dieser gemischten Daten zum Trainieren eines gauß-kernel-basierten SVM-Modells verwendet. Es wird die Performance dieses Modells bei der Auswertung unbekannter, von verschiedenen FS stammender Daten bewertet. Da bisher noch ungeklärt ist, inwieweit die Fertigungstoleranzen von baugleichen Silos die Messdaten bzw. die Füllstandkennwerte beeinflussen, werden beide Silo mit den dazugehörigen Sensorgruppen zunächst unabhängig voneinander betrachtet. Ziel der folgenden Untersuchung ist es, zu klären, ob ein sensorübergreifendes, füllstandabhängiges Muster in den Füllstandkennwerten vorliegt, welches vom SVM-Modell identifiziert und ausgewertet werden kann.



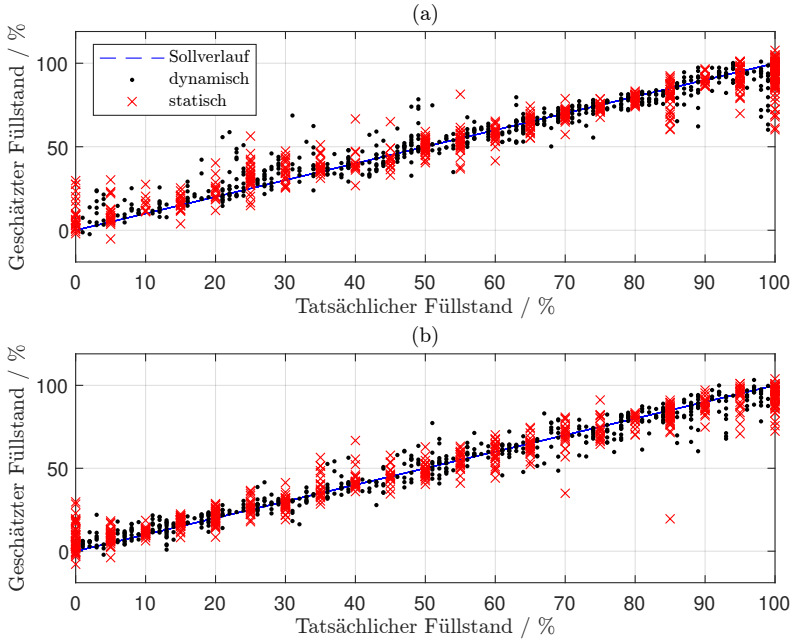


Abbildung 6.22: Füllstandzuordnung für einzelne, unabhängige Silos durch ein SVM-Modell auf Basis von Trainings- und Testdaten von (a) Silo 1 oder (b) Silo 2

Tabelle 6.4: Modellfehler (RMSE) bei der Schätzung des Füllstandes für einzelne Silos

SVM-Modell	Modellfehler (RMSE) / %
Silo 1	8.7961
Silo 2	7.0163

*Beobachtung zu Abb. 6.22:*

In Abb. 6.22 ist sowohl für Silo 1 (vgl. Abb. 6.22 a) als auch für Silo 2 (vgl. Abb. 6.22 b) eine starke Korrelation zwischen dem geschätzten und dem tatsächlichen Füllstand zu erkennen. Wie in Abb. 6.18 und 6.19 ist in Abb. 6.22 eine hohe

Fehlerrate in den Randbereichen 0 – 10 % und 90 – 100 % zu erkennen. Ebenso ist eine hohe Fehlerrate im Bereich von ca. 25 % bei der sensorübergreifenden Füllstandermittlung mit Silo 1 auffällig. Das hohe Maß an Korrelation zwischen geschätztem und tatsächlichem Füllstand wird durch die niedrigen Modellfehlerwerte für beide Silos in Tab. 6.4 unterstützt.

*Interpretation von Abb. 6.22:*

Im Allgemeinen kann aufgrund der starken Korrelation von einer hohen Qualität der trainierten SVM-Modelle für Silo 1 und 2 gesprochen werden. Es existiert ein sensorübergreifendes, füllstandabhängiges Muster in den Füllstandkennwerten, welches vom SVM-Modell identifiziert und ausgewertet wird.

### 6.5.4 Übertragbarkeit zwischen baugleichen, bekannten Silos

Baugleiche Schüttgutsilos weisen Fertigungstoleranzen auf, die im besten Falle vom vorgeschlagenen FS-Konzept kompensiert werden können. Abgesehen von den Fertigungstoleranzen, ist der Spannungszustand im Schüttgut selbst eine weitere, veränderliche Störgröße. Während des Füllvorgangs entstehen inhomogene Spannungszustände in Kombination mit sogenannten Brücken im Material mit darunterliegenden Hohlräumen (vgl. Unterkap. 2.3). Während des Entleerungsprozesses können diese Brücken einstürzen und sich gleichzeitig neue Brücken ausbilden. Nach der Befüllung eines Silos gilt das Schüttgut als fluidisiert mit Luft. Während eines längeren Stillstandes kommt es daher zu Verdichtungsvorgängen im Schüttgut. Die Fertigungstoleranzen und die Variation im Spannungszustand bei sonst gleichem Füllstand können daher einen wesentlichen Einfluss auf die Impulsantwort haben. Da die Messdaten von Silo 1 (Anfangszustand: volles Silo) durch den gesättigten Verdichtungszustand des Schüttguts geprägt sind und die Messdaten von Silo 2 (Anfangszustand: leeres Silo) während des Befüllvorgangs mit fluidisiertem Schüttgut herrühren, ist zu erwarten, dass dieser potentielle Einfluss durch Variationen im Spannungszustand deutlich in den Messdaten enthalten ist.

Die Fragestellung der folgenden Untersuchung ist, ob ein silounabhängiges (d. h. unabhängig von Fertigungstoleranzen und Variationen hinsichtlich des inhomogenen Spannungszustands) und gleichzeitig füllstandabhängiges Muster in den Füllstandkennwerten vorliegt. Hierzu wird ein gemeinsames SVM-Modell mit 80 % aller Datensätze angelernt und anschließend getrennt mit siloabhängigen Testdaten geprüft (vgl. Abb. 6.23 und Tab. 6.5).

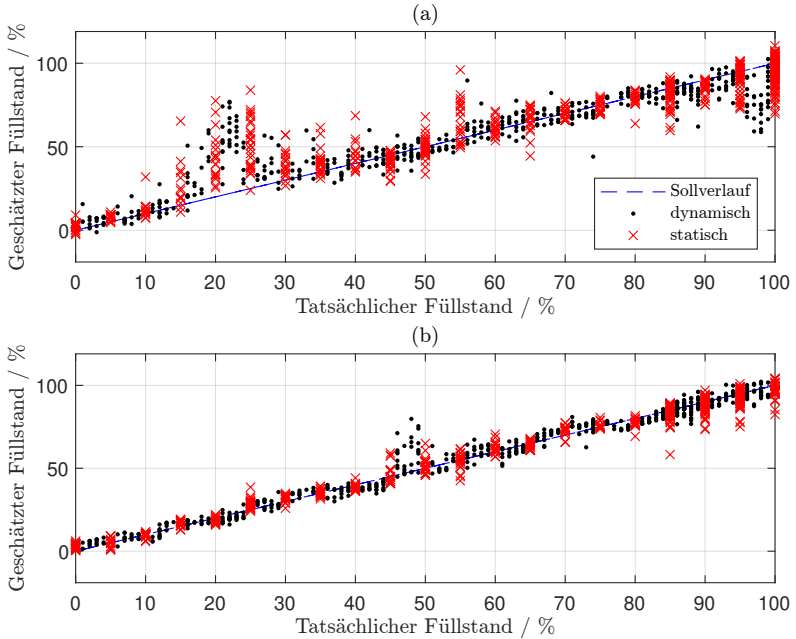


Abbildung 6.23: Performance der Füllstandzuordnung durch ein SVM-Modell auf Basis von gemischten Trainingsdaten, die sowohl von Silo 1 und Silo 2 stammen, und Testdaten, die lediglich von (a) Silo 1 oder (b) Silo 2 stammen

Tabelle 6.5: Modellfehler (RMSE) bei der Füllstandzuordnung durch ein SVM-Modell in Abhängigkeit davon, von welchem Silo die Trainingsdaten stammen

Testdaten von	Modellfehler (RMSE) / %
Silo 1	12.2701
Silo 2	4.6269
Silo 1 und 2	9.2563

*Beobachtung zu Abb. 6.23:*

In Abb. 6.23 ist sowohl für die Testdaten von Silo 1 (vgl. Abb. 6.23 a) als auch Silo 2 (vgl. Abb. 6.23 b) eine starke Korrelation zwischen dem geschätzten und dem tatsächlichen Füllstand zu erkennen. Eine bisher typisch hohe Fehlerrate in den Randbereichen ist bei beiden Testdatensätzen nur bei 90 – 100 % zu erkennen, nicht jedoch bei 0 – 10 %. Ebenso ist eine hohe Fehlerrate im Bereich von ca. 25 % bei Testdaten von Silo 1 auffällig (vgl. Abb. 6.23 a). Bei den Testdaten von Silo 2 (vgl. Abb. 6.23 b) weist das gleiche SVM-Modell hingegen auffallend hohe Abweichungen im Bereich zwischen 45 – 50 % auf. Im Allgemeinen ist die Schätzung durch das gemeinsame SVM-Modell für Testdaten von Silo 2 wesentlich besser als für Testdaten von Silo 1. Zu betonen ist jedoch, dass beide Untersuchungen eine starke Korrelation mit den Zielwerten aufweisen. Das hohe Maß an Korrelation zwischen geschätztem und tatsächlichem Füllstand wird durch die niedrigen Modellfehlerwerte für beide Testdatensätze in Tab. 6.5 unterstützt. Ebenso zeigt Tab. 6.5 die vielfach bessere Performance bei der Auswertung von Füllstandkennwerten, die von Silo 2 stammen.

*Interpretation von Abb. 6.23:*

Die hohe Fehlerrate im Bereich von 20 % bei Testdaten von Silo 1 deutet auf eine erhöhte Siloabhängigkeit der Füllstandkennwerte eben in diesem Bereich, der ungefähr einem Füllstand im Übergangsbereich vom Zylinderelement und Trichterelement entspricht, hin. Auf die Unstetigkeit des Horizontalspannungsverlaufs am Zylinder-Trichter-Übergang im Entleerungszustand (vgl. Abb. 4.9) weist Schulze [Sch14] ausdrücklich hin. Es ist naheliegend, dass der Sprung in der Horizontalspannung, den das Schüttgut von innen auf die Silowand ausübt, zu einer chaotischen Veränderung der Impulsantwort führt, wenn der Füllstand den Zylinder-Trichter-Übergang passiert. Grundsätzlich existiert jedoch ein siloübergreifendes (d. h. unabhängig von Fertigungstoleranzen und Variationen hinsichtlich des inhomogenen Spannungszustands), füllstandabhängiges Muster in den Füllstandkennwerten, welches vom SVM-Modell identifiziert und ausgewertet wird.

### 6.5.5 Übertragbarkeit zwischen baugleichen, unbekanntem Silos

Bei Abb. 6.22 konnte das SVM-Modell sowohl für Silo 1 als auch Silo 2 ein füllstandabhängiges Muster identifizieren und auswerten. Ebenso konnte bei Abb. 6.23 das SVM-Modell ein gemeinsames, füllstandabhängiges Muster für Silo 1 und

2 identifizieren und auswerten. Es ist jedoch ungeklärt, ob es sich hierbei um dasselbe Muster handelt. Ziel der folgenden Untersuchung, ist zu ermitteln, ob das Muster, welches das SVM-Modell beim Anlernen durch Trainingsdaten von einem Silo identifiziert, auch zur Auswertung von Testdaten eines anderen Silos geeignet sein kann.

Hierzu werden zwei unterschiedliche SVM-Modelle angeleert. Das erste Modell wird anhand von Trainingsdaten von Silo 2 trainiert, jedoch anschließend zur Auswertung von Testdaten von Silo 1 eingesetzt. Analog wird das zweite SVM-Modell anhand von Trainingsdaten von Silo 1 trainiert und zur Auswertung von Testdaten von Silo 2 verwendet. Die Ergebnisse der Testdatenauswertung sind in Abb. 6.24 und Tab. 6.6

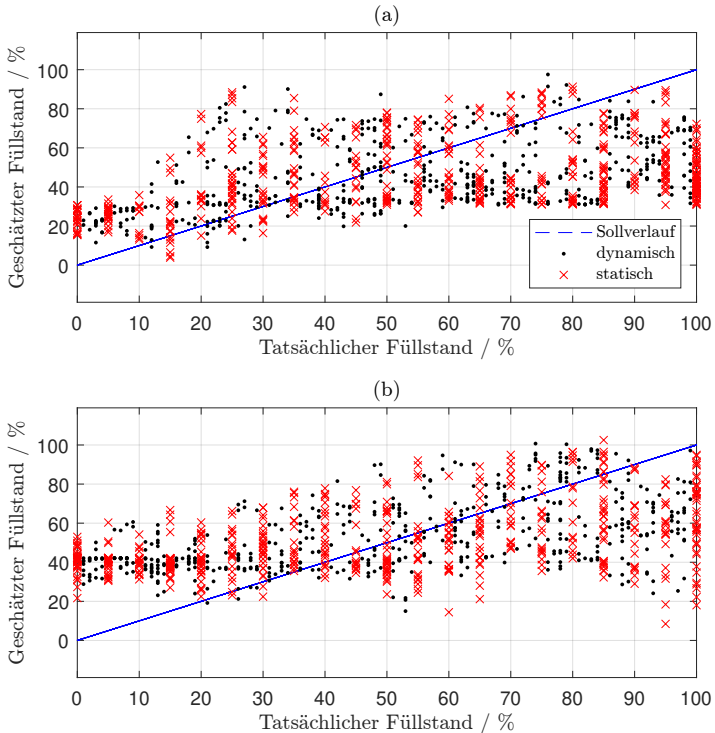


Abbildung 6.24: Performance der Füllstandzuordnung durch ein SVM-Modell mit (a) Trainingsdaten von Silo 2 und Testdaten von Silo 1 oder (b) Trainingsdaten von Silo 1 und Testdaten von Silo 2

Tabelle 6.6: Modellfehler (RMSE) bei der Füllstandzuordnung durch ein SVM-Modell mit Test- und Trainingsdaten, die jeweils von unterschiedlichen Silos stammen

SVM-Modell	Modellfehler (RMSE) / %
Training mit Daten von Silo 2, Test mit Daten von Silo 1	29.6592
Training mit Daten von Silo 1, Test mit Daten von Silo 2	27.6309

*Beobachtung zu Abb. 6.24:*

In Abb. 6.24 ist sowohl bei der Auswertung von Testdaten von Silo 1 auf Basis von Trainingsdaten von Silo 2 (vgl. Abb. 6.24 a) als auch bei der Auswertung von Testdaten von Silo 1 auf Basis von Trainingsdaten von Silo 2 (vgl. Abb. 6.24 b) keine Korrelation zwischen dem geschätzten und dem tatsächlichen Füllstand zu erkennen. Über einen großen Bereich weisen die geschätzten Füllstände eine hohe Streuung auf, wobei im füllstandabhängigen Medianwert ein Trend mit positiver Steigung zu erkennen ist. Ein wesentlicher Unterschied zwischen der Auswertung von statischen und dynamischen Messungen liegt nicht vor. Die schwach ausgeprägte Korrelation zwischen geschätztem und tatsächlichem Füllstand wird durch die hohen Modellfehlerwerte für beide Modelle in Tab. 6.4 hervorgehoben.

*Interpretation von Abb. 6.24:*

Während Abb. 6.22 aufzeigt, dass für jedes einzelne Silo ein FS-übergreifendes, füllstandabhängiges Muster existiert, zeigt Abb. 6.23, dass auch ein FS- und siloübergreifendes, füllstandabhängiges Muster in den Füllstandkennwerten vorliegt. Die geringe Korrelation in Abb. 6.24 deutet darauf hin, dass diesen beiden Mustern nicht identisch sind. Das siloübergreifende, füllstandabhängige Muster scheint aus „tieferen“ Eigenschaften als das siloabhängige Muster zu bestehen. Daher ist bei der technischen Umsetzung des Sensorprinzips die Datenaquise mit mehreren baugleichen Silos mit Unterschieden hinsichtlich Fertigungstoleranz und Spannungszustand des Schüttguts erforderlich. Über den Umfang der Silovariationen kann zu diesem Zeitpunkt keine eindeutige Aussage getroffen werden. Da jedoch im Rahmen dieser Arbeit die Spannungszustände in Silo 1 (Entleerung) und Silo 2 (Befüllung) große Unterschiede aufwiesen (vgl. Unterkap. 2.3) und dennoch

in Abb. 6.23 gute Ergebnisse erzielt werden konnten, wird der Aufwand für die weiteren experimentellen Untersuchungen aus wirtschaftlicher Perspektive als vertretbar eingeschätzt.

### 6.5.6 Einfluss der Füllstanddiskretisierung

Der experimentelle Aufwand bei Füllstandvariationen von Schüttgutsilos ist mit erheblichem, technischem, zeitlichem und personellem Aufwand verbunden. Während der technische und zeitliche Aufwand nach einmaliger Einrichtung skalierbar ist, bleibt der personelle Aufwand für die Datenaquise stark mit der manuellen Bedienung und Überwachung der Förderanlage verknüpft. Um einen Kompromiss zwischen dem Aufwand für die Datenaquise und der erzielbaren Qualität mit den gewonnenen Daten bewerten zu können, ist der Einfluss der Füllstanddiskretisierung von Interesse. Ziel der folgenden Untersuchung ist daher die Qualität des SVM-Modells in Abhängigkeit verschiedener Füllstanddiskretisierungen zu ermitteln. Hierzu wird die Füllstanddiskretisierung der Daten mit Schrittweiten von 5 %, 10 % und 15 % gewählt und damit je einem sensor- und siloübergreifenden SVM-Modell wie in Abb. 6.23 angelehrt. Zum Test werden alle übrigen Daten i. d. R. bei Füllständen mit einer Schrittweite von 1 % verwendet. Die Ergebnisse (vgl. Abb. 6.25 und Tab. 6.25) können mit den Ergebnissen des SVM-Modells in Abb. 6.23 und Tab. 6.5 verglichen werden.

*Beobachtung zu Abb. 6.25:*

In Abb. 6.25 ist bei der Füllstanddiskretisierung der Trainingsdaten mit Schrittweiten von 5 %, 10 % und 15 % eine deutliche Korrelation zwischen dem geschätzten und dem tatsächlichen Füllstand zu erkennen. Die Streuung der geschätzten Füllstände steigt dabei mit der Schrittweite. Ein wesentlicher Unterschied zwischen der Auswertung von statischen und dynamischen Messungen liegt nicht vor. Die mit größerer Schrittweite schlechter werdende Korrelation zwischen geschätztem und tatsächlichem Füllstand wird durch den Verlauf der Modellfehlerwerte in Tab. 6.4 verdeutlicht. Eine Sättigung in der Qualität der Auswertung abhängig von der Füllstanddiskretisierung zeichnet sich zwischen den Schrittweiten von 1 % und 5 % nur geringfügig ab (vgl. Tab. 6.4).

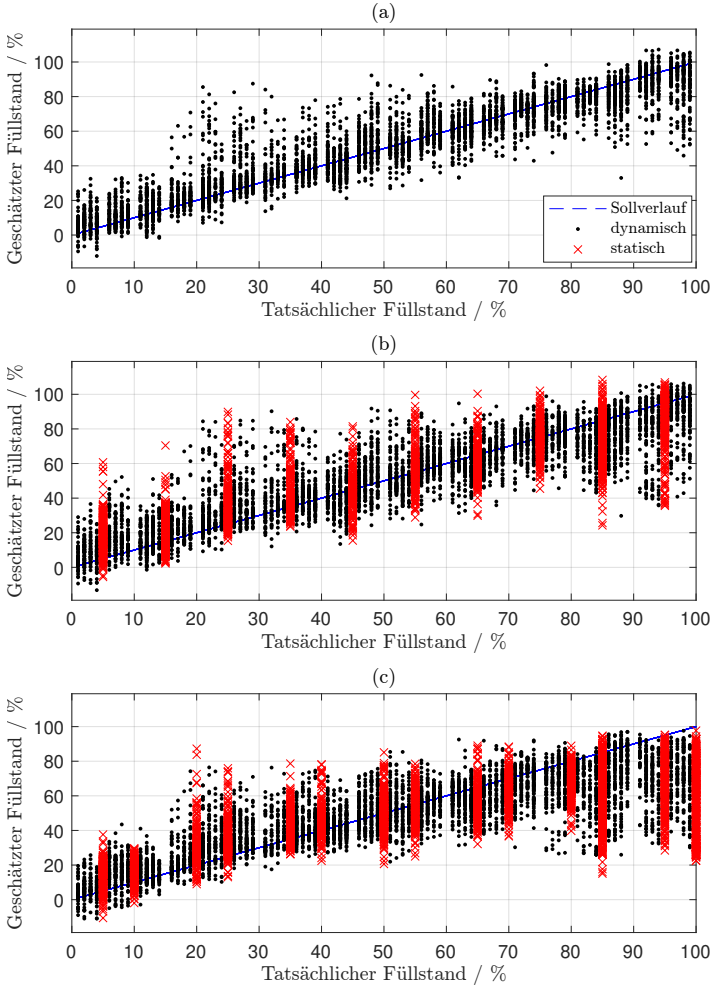


Abbildung 6.25: Performance der Füllstandzuordnung durch ein SVM-Modell, welches mit Füllstandschrittweiten der Trainingsdaten von (a) 5 %, (b) 10 % oder (c) 15 % trainiert wurde



*Interpretation von Abb. 6.25:*

Eine Sättigung der Modellqualität wird erst bei Schrittweiten von unter 1 % erwartet. Daher wird für die zukünftige Aquise von Daten eine kleinere Schrittweite als 1 % empfohlen. Da bisher jedoch kein signifikanter Unterschied zwischen statischen und dynamischen Messungen in der Auswertequalität festzustellen ist, wird aus Gründen der Wirtschaftlichkeit die durchgängige Verwendung von dynamischen Messungen empfohlen. Dies erfordert lediglich einen personellen Eingriff zu Beginn und zu Ende des Förderprozesses der in der Regel 5-10 Stunden andauert. Somit kann der Gesamtaufwand auf ein wirtschaftlich vertretbares Maß reduziert werden.

Tabelle 6.7: Modellfehler (RMSE) bei der Schätzung des Füllstandes für unterschiedliche Füllstandsschrittweiten

<b>Füllstand-diskretisierung</b>	<b>Modellfehler (RMSE) / %</b>
1	9.2563
5	10.4290
10	14.1529
15	19.7503

## 6.6 Fazit des Blackbox-Ansatzes

Ziel dieses Kapitels war die Beurteilung der scheinbar kritischen Einflussgrößen hinsichtlich der technischen Umsetzbarkeit des FS-Konzeptes. Aus den Ergebnissen des Blackbox-Ansatzes, die auf experimentellen Tests basieren, können folgende Erkenntnisse abgeleitet werden:

- Der Zeitpunkt der Impulsanregung kann im Zeitsignal durch eine doppelte Varianzfunktion robust detektiert werden.
- Durch die kontinuierliche Wavelet-Transformation (CWT) wird die visuelle Analyse der Impulsantwort erleichtert.
- Eine Variation der Anregungsenergie, wie sie bei Impulsanregungen häufig auftritt, hat keinen qualitativen Einfluss auf die Impulsantwort. Das Zeitsignal kann wahrscheinlich mit einem Vorfaktor normiert werden, um den Einfluss der Anregungsenergie zu eliminieren.
- Die Füllstandsensor(FS)-Prototypen weisen erhebliche Fertigungstoleranzen und damit unterschiedliche Übertragungsverhalten auf.
- Eine grobe Variation der FS-Position ( $\pm 50$  cm) hat einen erheblichen Einfluss auf die Impulsantwort und ist als kritische Störgröße des FS-Konzeptes zu werten.
- Bei einer kleinen Variation der FS-Position ( $\pm 20$  cm) bleiben die charakteristischen Eigenschaften (Maxima und Minima) erhalten. Daraus lässt sich ableiten, dass Montagetoleranzen bei einer markierten Sollposition kompensiert werden können und stellen keine kritische Störgröße dar.
- Global gesehen weist die Silostruktur eine erhebliche Inhomogenität im Abstrahlverhalten auf. Daher ist eine vollkommen freie Wahl der Montageposition als eine erhebliche Störgröße zu werten.
- Eine Variation des Füllstandes hat einen nachweislichen Einfluss auf die Impulsantwort des Schüttgutsilos.
- Es wurden zwölf Füllstandkennwerte definiert, die im Allgemeinen eine deutliche Korrelation zum Füllstand aufweisen. Die Aussagekraft jedes einzelnen Kennwertes variiert über den Füllstandbereich von 0 – 100 %.

- Durch die Informationsverdichtung mittels der zwölf Füllstandkennwerte kann ein Support Vector Machine (SVM)-Modell effizient und erfolgreich trainiert werden. Anzeichen einer Über- oder Unteranpassung liegen nicht vor.
- Die angelernten SVM-Modelle sind in der Regel fähig, den Füllstand stufenlos zu bestimmen. Die beobachteten Fehlerraten liegen größtenteils innerhalb der Toleranzgrenze von  $\pm 10\%$ .
- Die Performance des angelernten SVM-Modells ist dabei abhängig vom gewählten FS und seiner Position.
- Es existiert ein gemeinsames Muster in den Füllstandkennwerten für verschiedene Sensoren und verschiedene Silos.
- Es gibt Anzeichen für ein chaotisches Verhalten der Impulsantwort bei Füllstandsvariationen im Bereich des Trichterübergangs.
- Das angelernte SVM-Modell konnte die Impulsantworten eines unbekanntes Silos nicht dem entsprechenden Füllstand zuordnen.
- Die Füllstandzuordnung weist an keiner Stelle erhebliche Unterschiede zwischen der Auswertung der statischen Messdaten und der dynamischen Messdaten auf.
- Bei der weiteren Datenaquise werden Füllstandschrittweiten von unter  $1\%$  empfohlen.



# 7 Fazit

## 7.1 Zusammenfassung der Arbeit

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein nichtinvasives Sensorkonzept zur Füllstandüberwachung von mobilen Schüttgutsilos präsentiert. Das Messverfahren basiert auf der mechanischen Impulsanregung des Silomantels. Die Auswertung der resultierenden Impulsantwort lässt einen Rückschluss auf den Füllstand zu. Dieses Sensorkonzept hebt sich von herkömmlichen Füllstandmesssystemen durch die Montage an der äußeren Silowand mittels Magnetfüßen ab, während marktübliche Systeme im Siloinneren angebracht und daher stark abrasiven Wechselwirkungen mit dem unter Druck befüllten Schüttgut ausgesetzt sind. Die technische Umsetzbarkeit wurde durch die Kombination von drei unterschiedlichen Analyseansätzen geprüft.

In Kapitel 4 wurden in einer ersten Voranalyse alle Teilsysteme des Füllstandsensor-Konzeptes, wie das elektromagnetische Schlagwerk, das kapazitive MEMS-Mikrofon, das im Silo gelagerte Schüttgut, der Luftschall und der Körperschall im Silofestkörper zumindest ansatzweise analytisch modelliert. Anhand dieser Modelle konnten „potentielle Einflussgrößen“ identifiziert werden.

Im darauffolgenden Kapitel 5 wurden in einer zweiten Voranalyse die „potentiellen Einflussgrößen“ untersucht. Hierzu wurde ein FEM-Modell bzw. ein Modell mit einseitiger FEM-DEM-Kopplung entwickelt, welches die Möglichkeit schafft, die „potentiellen Einflussgrößen“ unter den anwendungsspezifischen Randbedingungen zu analysieren. Es konnte gezeigt werden, dass bestimmte „potentiellen Einflussgrößen“, wie z. B. die Umgebungstemperatur oder der vom Menschen verursachte Montagefehler (bei vorgegebener Soll-Montageposition), vernachlässigbar sind, während andere als „scheinbar kritische Einflussgrößen“ bewertet wurden.

In Kapitel 6 wurden, im Rahmen von experimentellen Tests, die „scheinbar kritischen Einflussgrößen“ gezielt variiert und deren Einfluss auf die Impulsantwort des Silos untersucht. Alle Ergebnisse bestätigten, die auf Basis von Simulationsergebnissen bewerteten „scheinbar kritischen Einflussgrößen“ als „tatsächlich dominante Einflussgrößen“. Primär sind dabei vor allem die Fertigungstoleranzen des Sensors und die Wahl der Montageposition (ohne Vorgabe einer Soll-Montageposition) zu nennen. Außerdem wurde gezeigt, dass die Impulsantwort

ten eine Füllstandabhängigkeit aufweisen. Anschließend konnten zwölf potentielle Füllstandkennwerte definiert werden, die eine bereichsabhängige Korrelation mit dem Füllstand aufweisen. Mithilfe einer Support Vector Machine konnte in den Verläufen dieser zwölf Füllstandkennwerte robuste Muster identifiziert und ausgewertet werden, welche eine Füllstandschatzung mit Fehlerraten (RSME) von unter 10 % ermöglichen. Diese Muster weisen eine füllstands- und siloübergreifende Gültigkeit auf, sofern eine ausreichende Datenbasis vorlag.

Die Übertragbarkeit der Füllstandermittlung auf baugleiche, unbekannte Silos ist (mit einer größeren Messdatenbasis wie sie im Rahmen dieser Arbeit gewonnen wurde) zu prüfen. Die Übertragbarkeit der Füllstandermittlung auf unterschiedliche, unbekannte Silovarianten wird als äußerst kritisch betrachtet. Die Untersuchungen haben außerdem gezeigt, dass die Fertigungstoleranzen und die unzureichende Analog-Digital-Umwandlung der vorliegenden Prototypen zwingend anzupassen sind.

Zusammenfassend wird das nichtinvasive Sensorkonzept zur Füllstandüberwachung von mobilen Schüttgutsilos als technisch umsetzbar bewertet. Der hierzu erforderliche Entwicklungsaufwand steht in einem wirtschaftlich günstigen Verhältnis zum entsprechenden Marktpotential. Die in 1.1 definierten Anforderungen können mit dem Sensorkonzept erfüllt werden.

## 7.2 Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit konnte die grundsätzliche Machbarkeit des Füllstandsensor-Konzeptes nachgewiesen werden. Bis zur Marktreife des Sensorkonzeptes sind jedoch weitere Verbesserungen zur robusten Füllstandermittlung erforderlich. Diese Verbesserung kann durch eine Filterung der geschätzten Füllstandwerte unter Berücksichtigung von Randbedingungen und durch weitere Datenaquise erreicht werden. Zunächst wird der Einsatz einer Logik bei der SVM-basierten Auswertung empfohlen, die den geschätzten Füllstandwert mittels einer Plausibilitätsprüfung filtert. Die dabei zu prüfenden Randbedingungen sind z. B.:

- Geschätzte Füllstände unter 0 % können auf 0 % gefiltert werden, geschätzte Füllstände über 100 % können auf 100 % gefiltert werden.
- Anhand vom maximalen Materialfluss bei Entnahme und Befüllung, für die vorliegende Geometrie und den vorliegenden Schüttguteigenschaften, kann der von der SVM geschätzte Füllstand, unter Berücksichtigung der vorangegangenen, ermittelten Füllstände, ebenfalls gefiltert werden.

Außerdem ist die weitere Datenaquise von zentraler Bedeutung für zukünftige Arbeiten. Hierzu müssen experimentelle Füllstandvariationen mit

- unterschiedlichen Silovarianten,
- Schüttgütern unterschiedlicher Dichte,
- verschiedenen Anbaugeräten und
- unterschiedlichen Untergründen

vorgenommen werden.





# A Anhang

In Abb. A.1 ist die simulative Füllstandsvariation für Mörtel und in Abb. A.2 für Zementestrich dargestellt.

In Abb. A.3-A.13 sind die Impulsantworten bei experimentelle Füllstandsvariation mit FS 12 – 26 dargestellt.

In Abb. A.14-A.35 sind die Füllstandskennwertverläufe für die Impulsantworten mit FS 12 – 26 dargestellt.

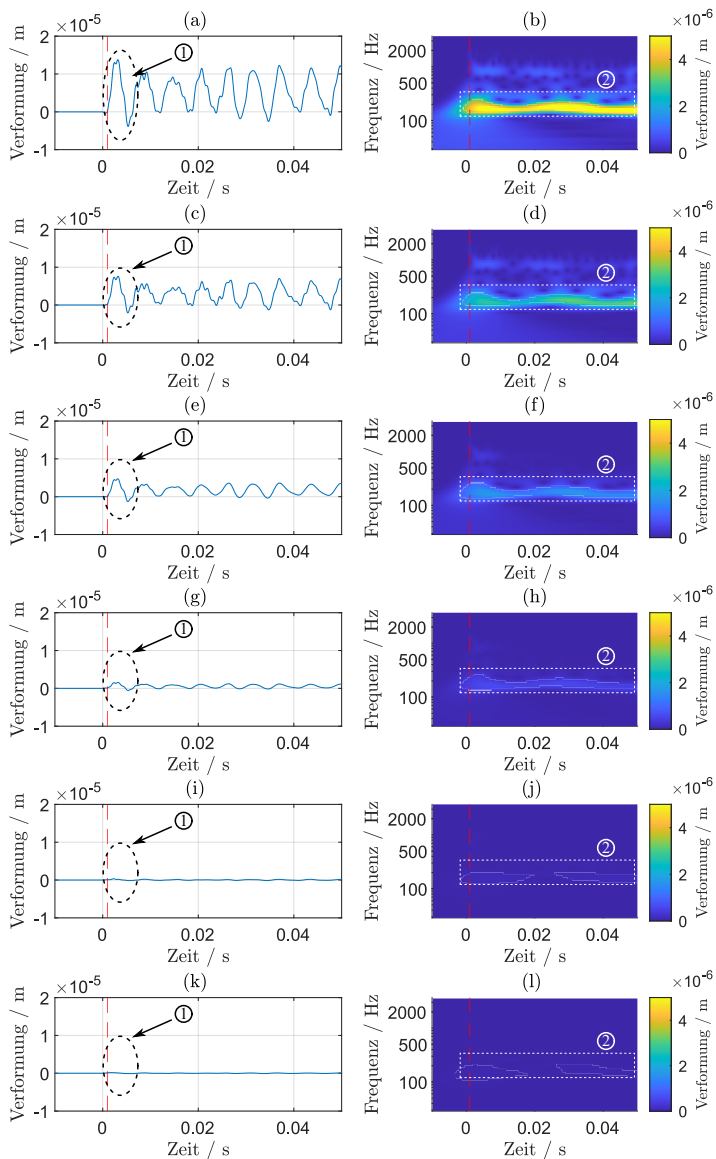


Abbildung A.1: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) für unterschiedliche Füllmengen an Mörtel: (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 %

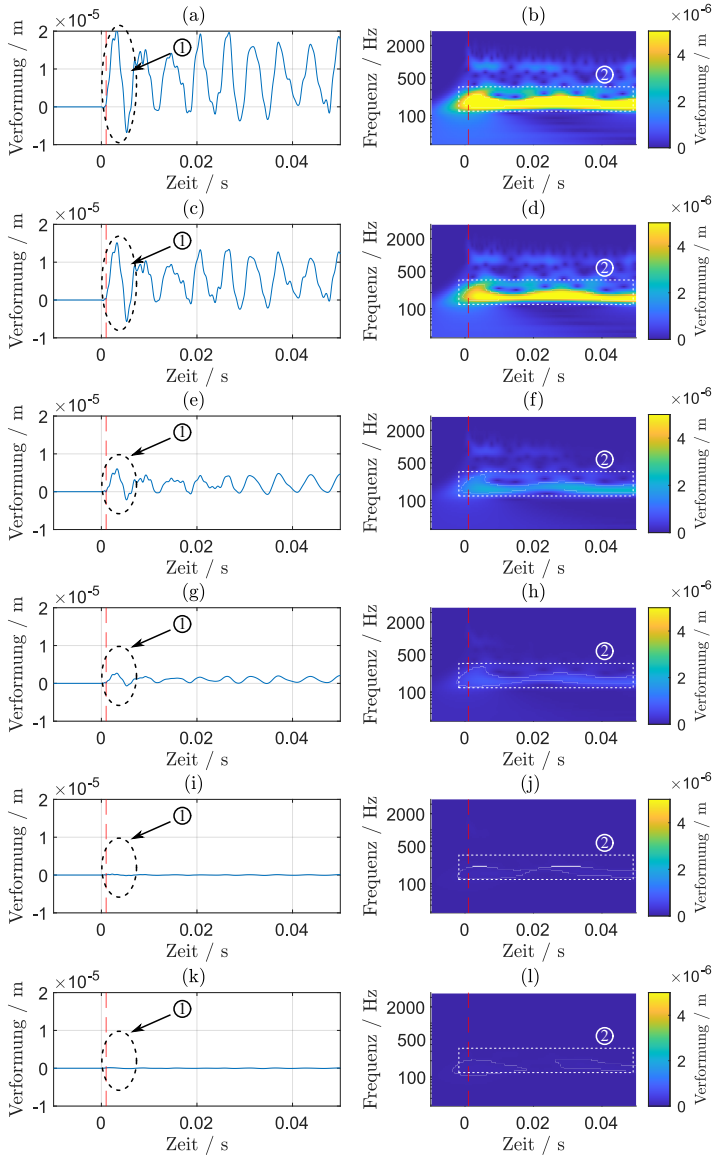


Abbildung A.2: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) für unterschiedliche Füllmengen an Zementestrich: (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 %

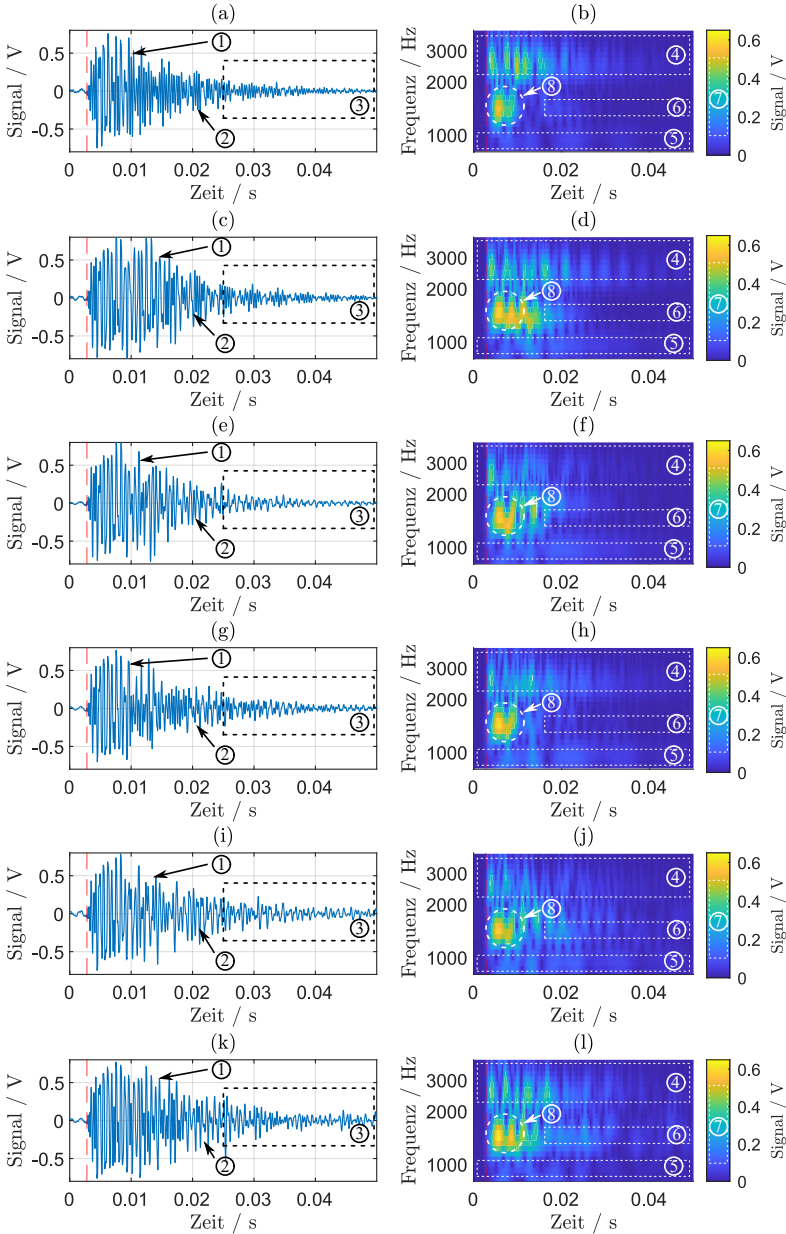


Abbildung A.3: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 12 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 %

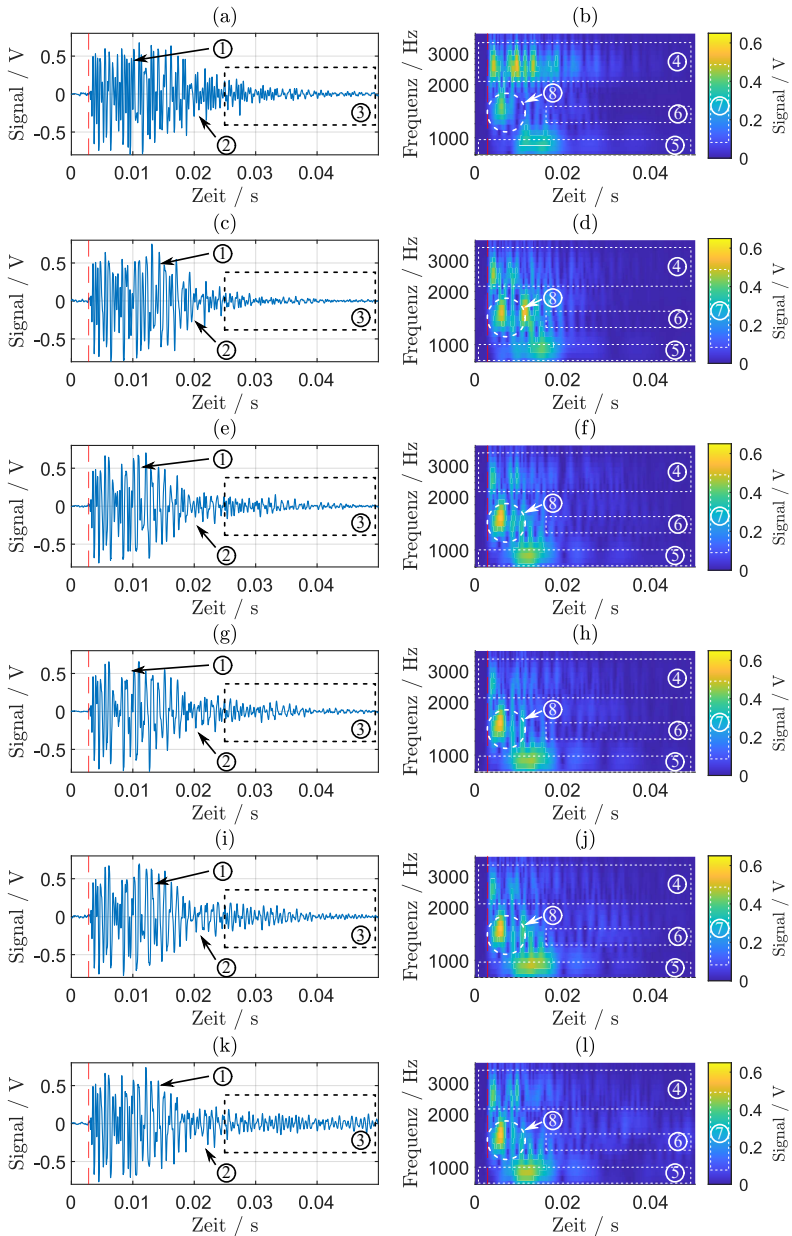


Abbildung A.4: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 13 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 %

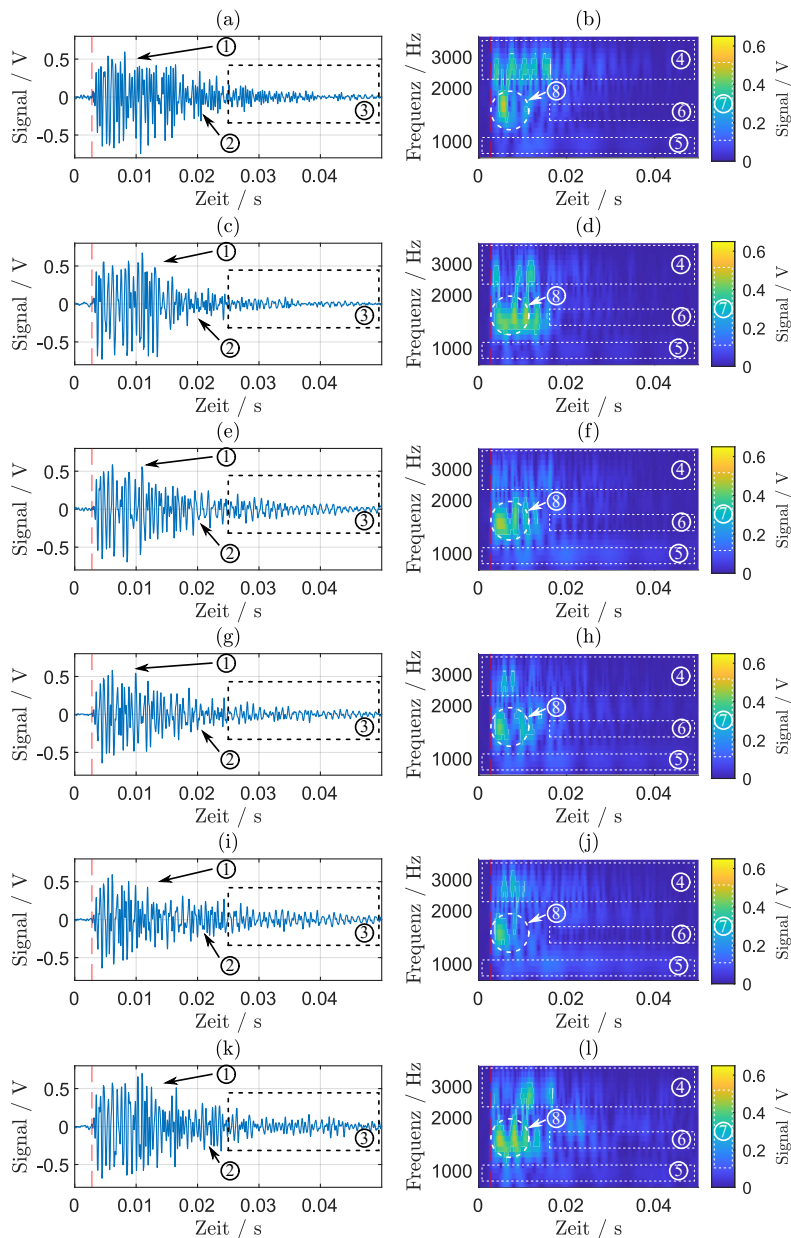


Abbildung A.5: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 14 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 %

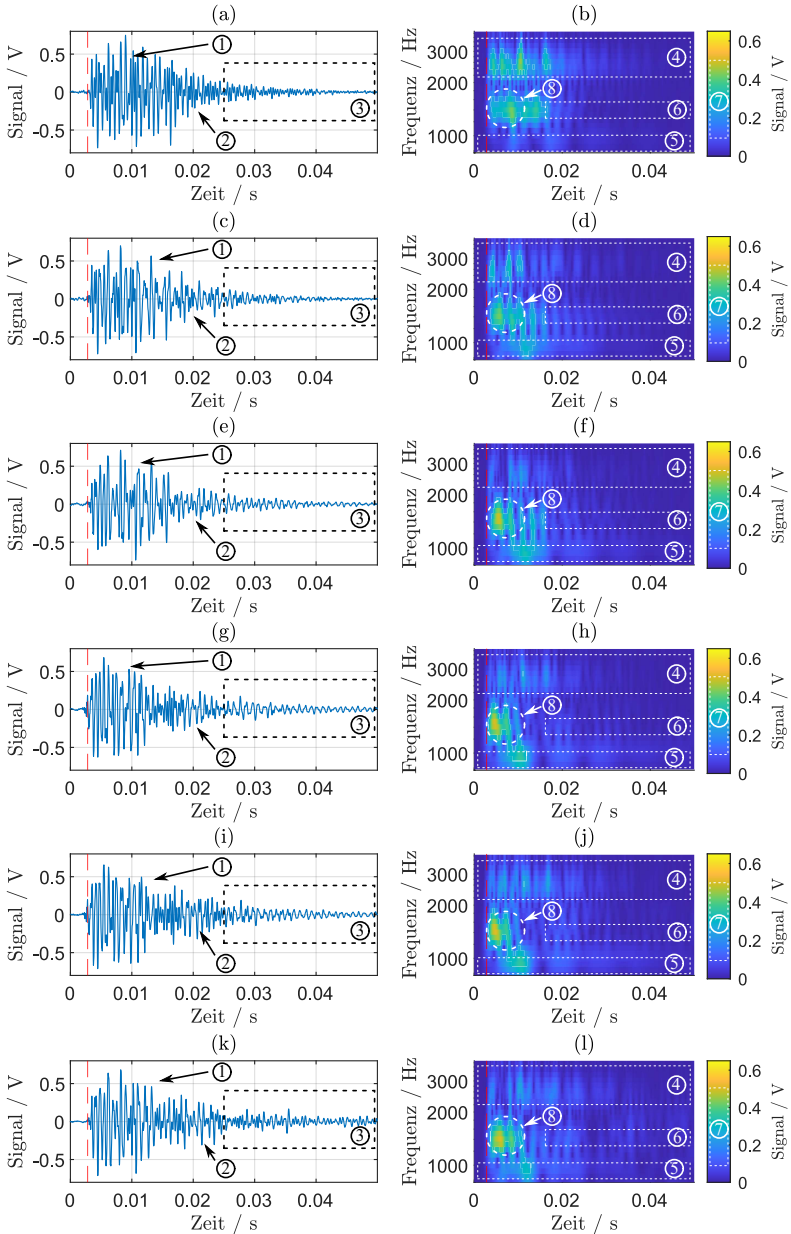


Abbildung A.6: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 15 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 %

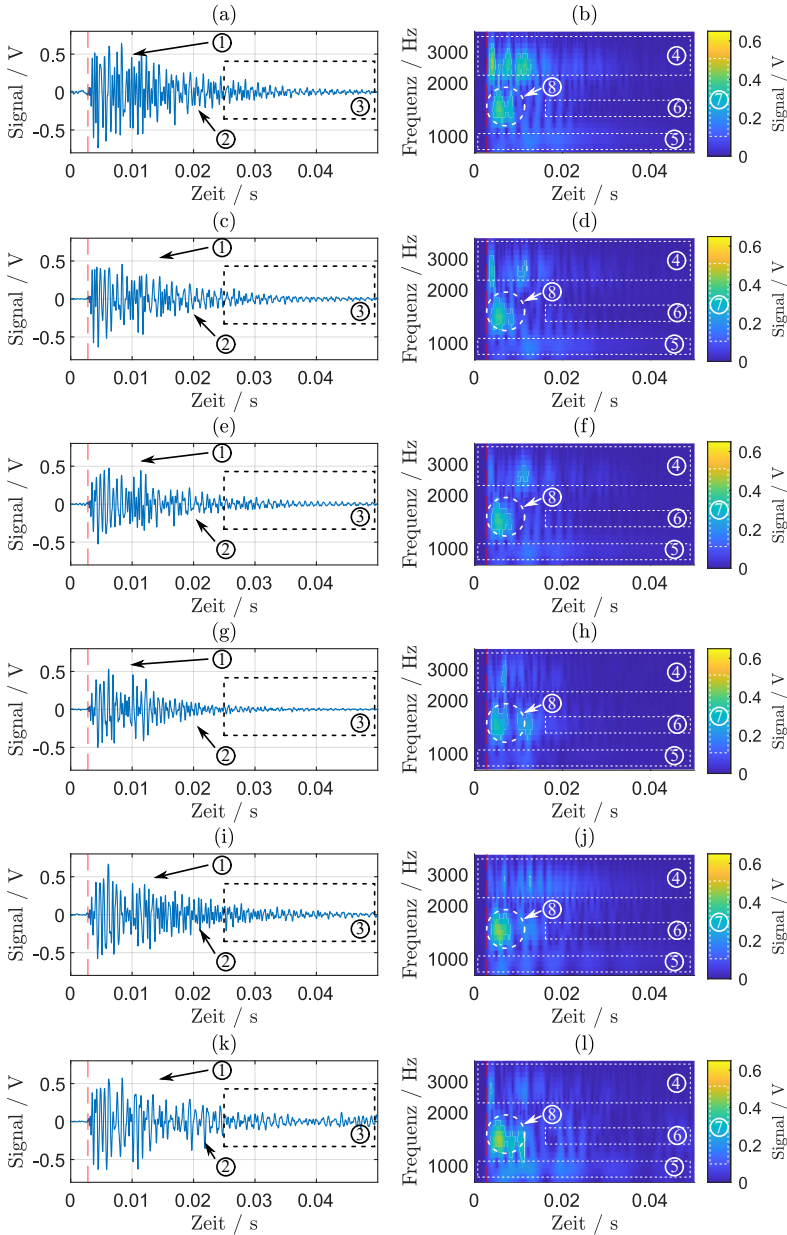


Abbildung A.7: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 16 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 %



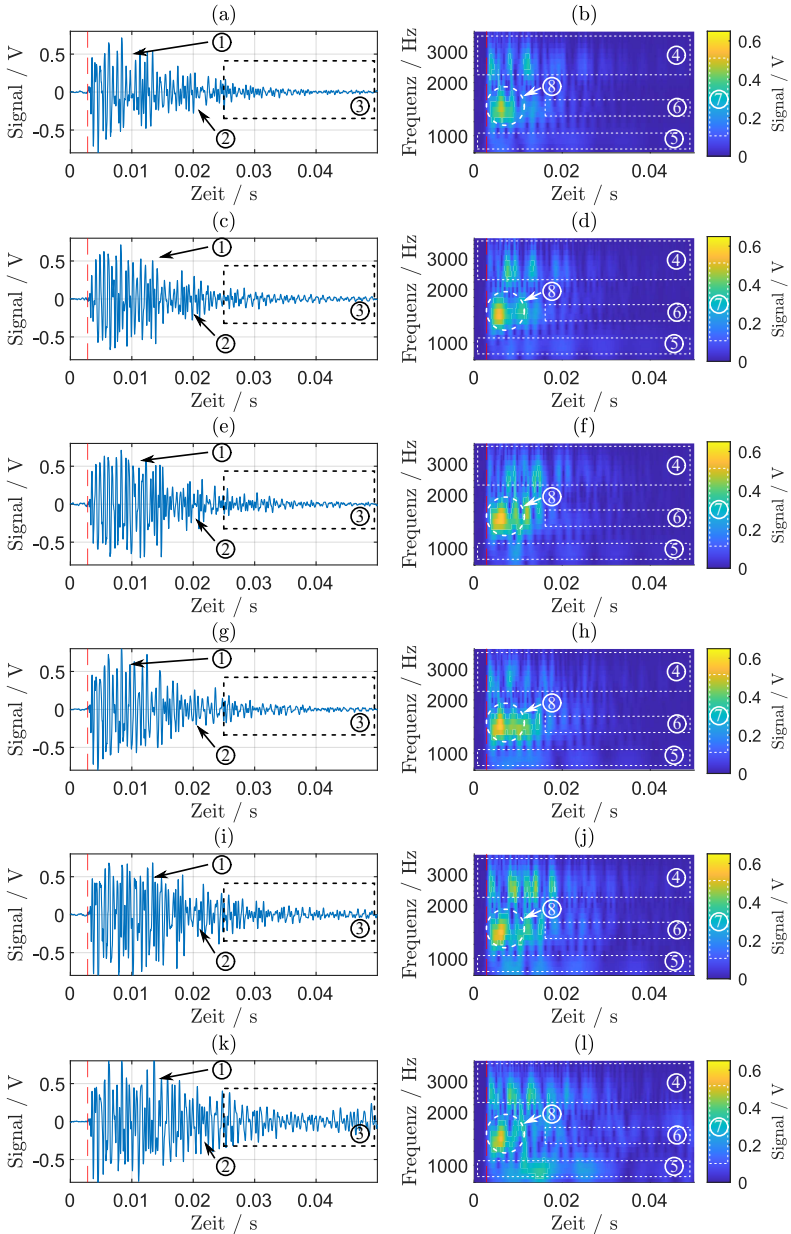


Abbildung A.8: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 21 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 %

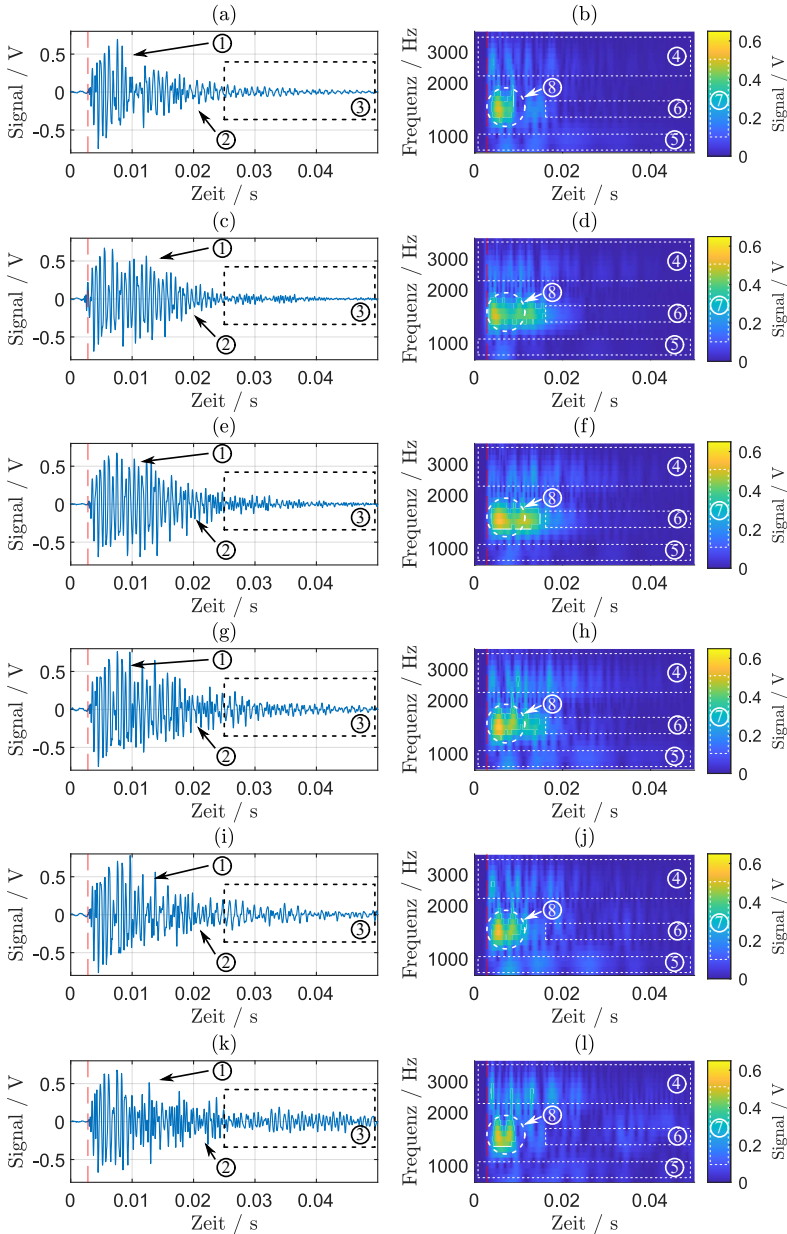


Abbildung A.9: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 22 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 %

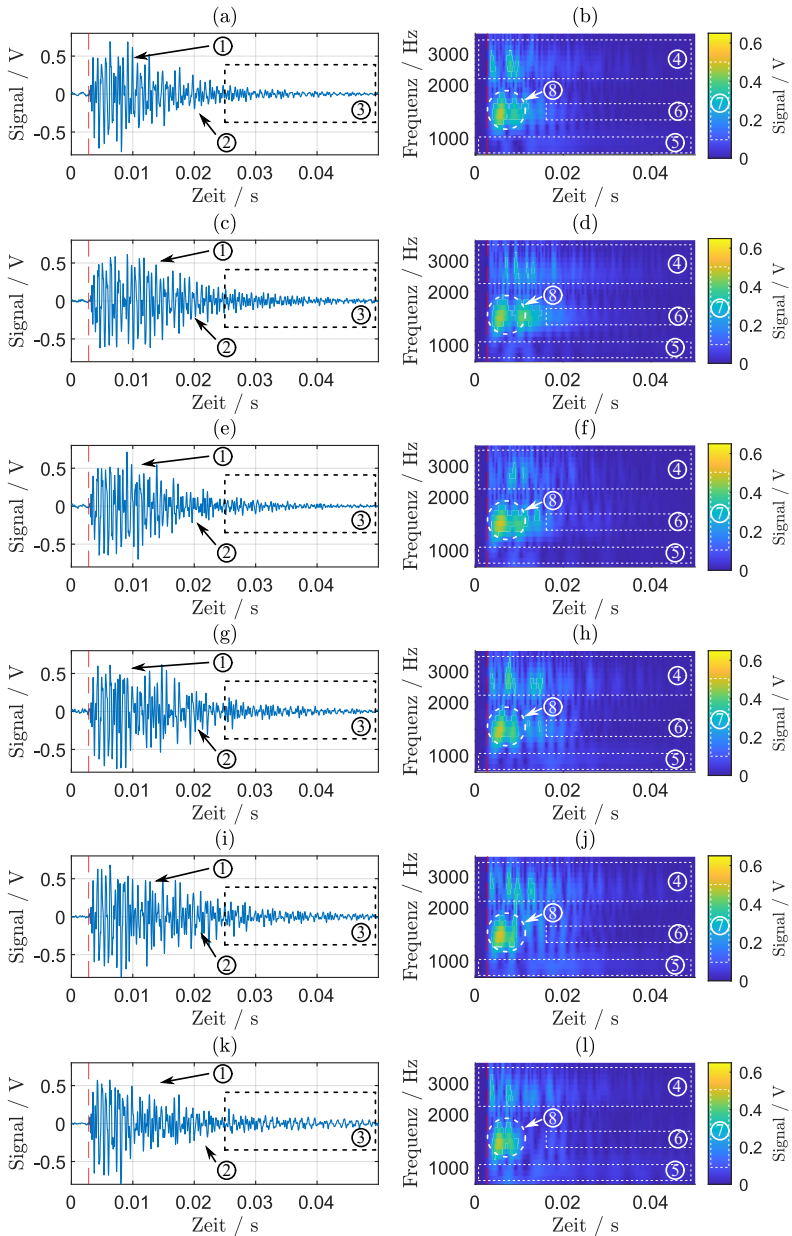


Abbildung A.10: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 23 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 %

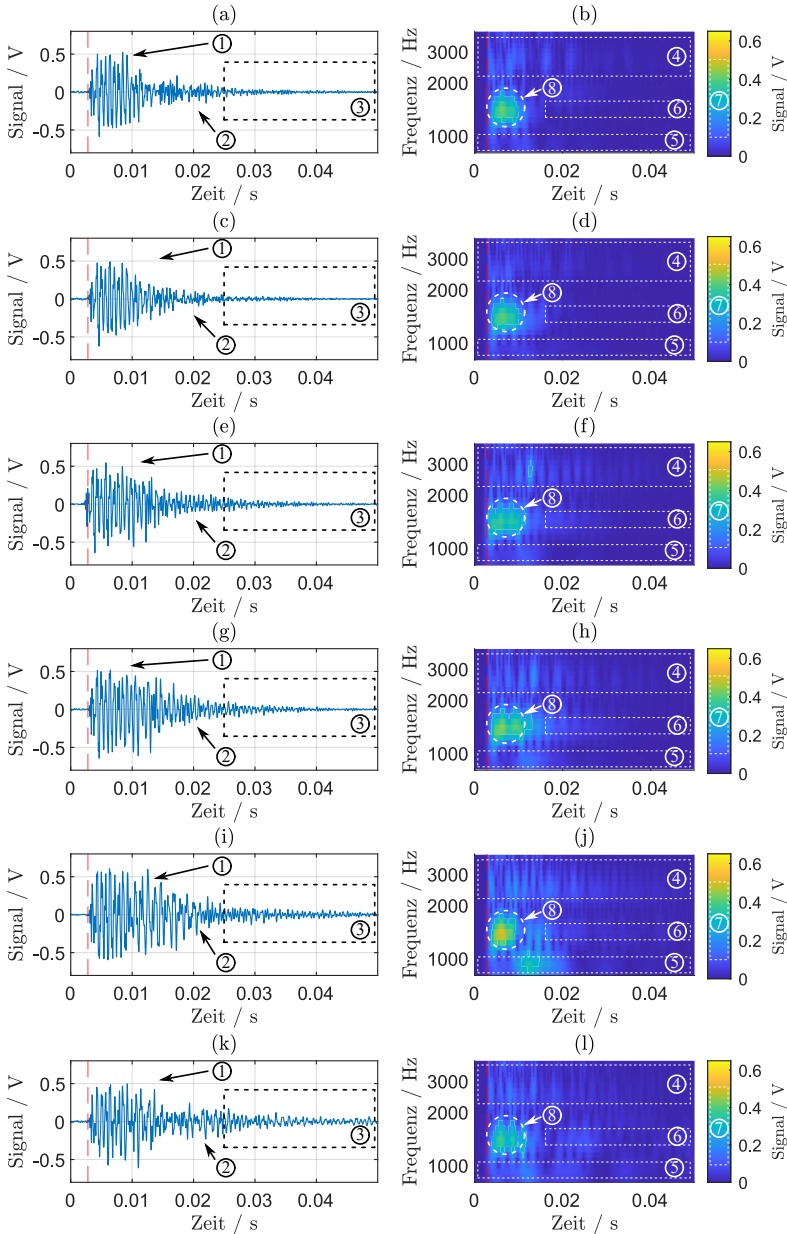


Abbildung A.11: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 24 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 %

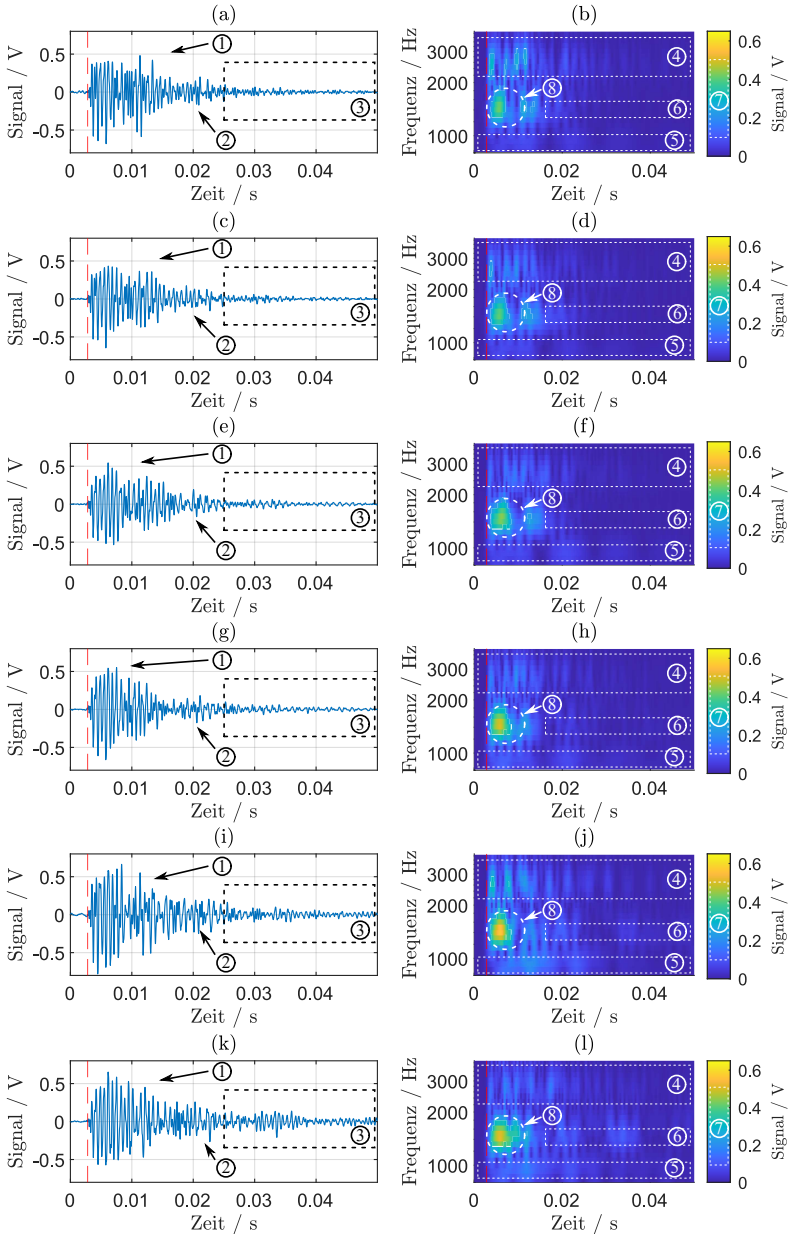


Abbildung A.12: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 25 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 %

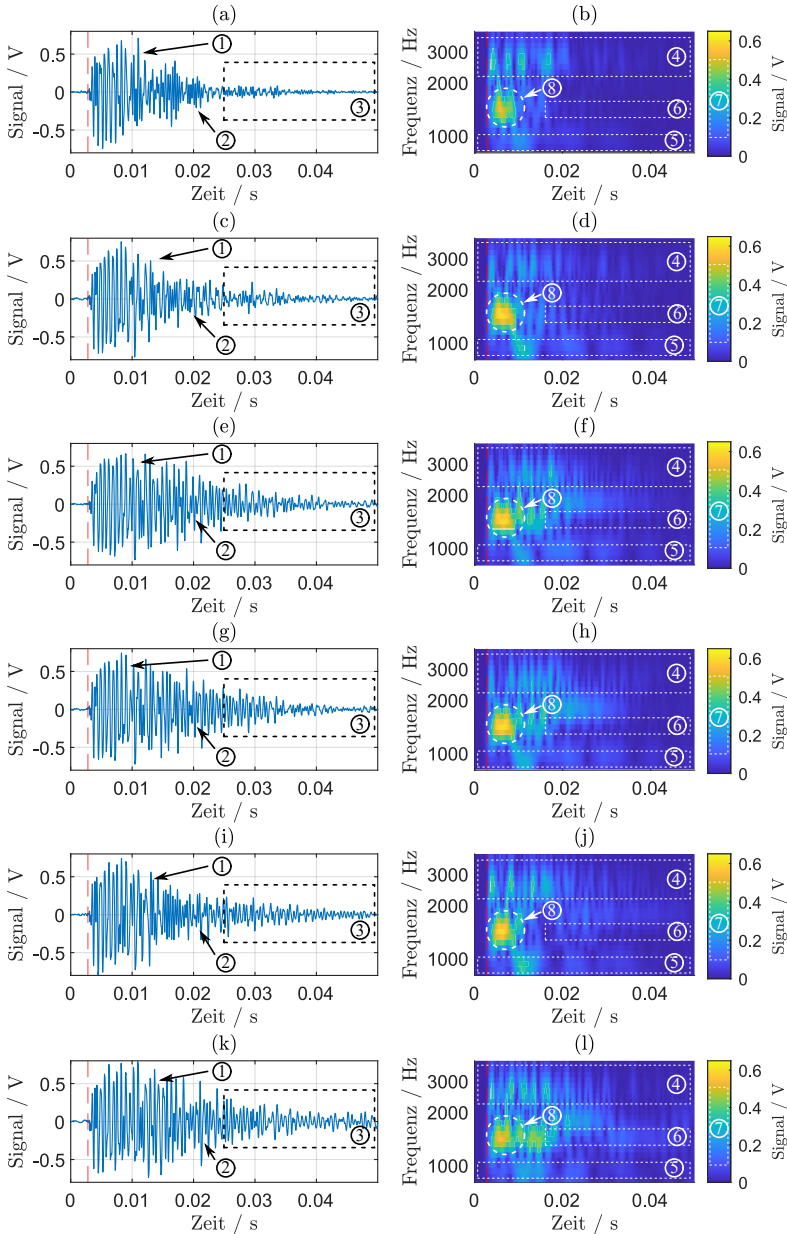


Abbildung A.13: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 26 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 %

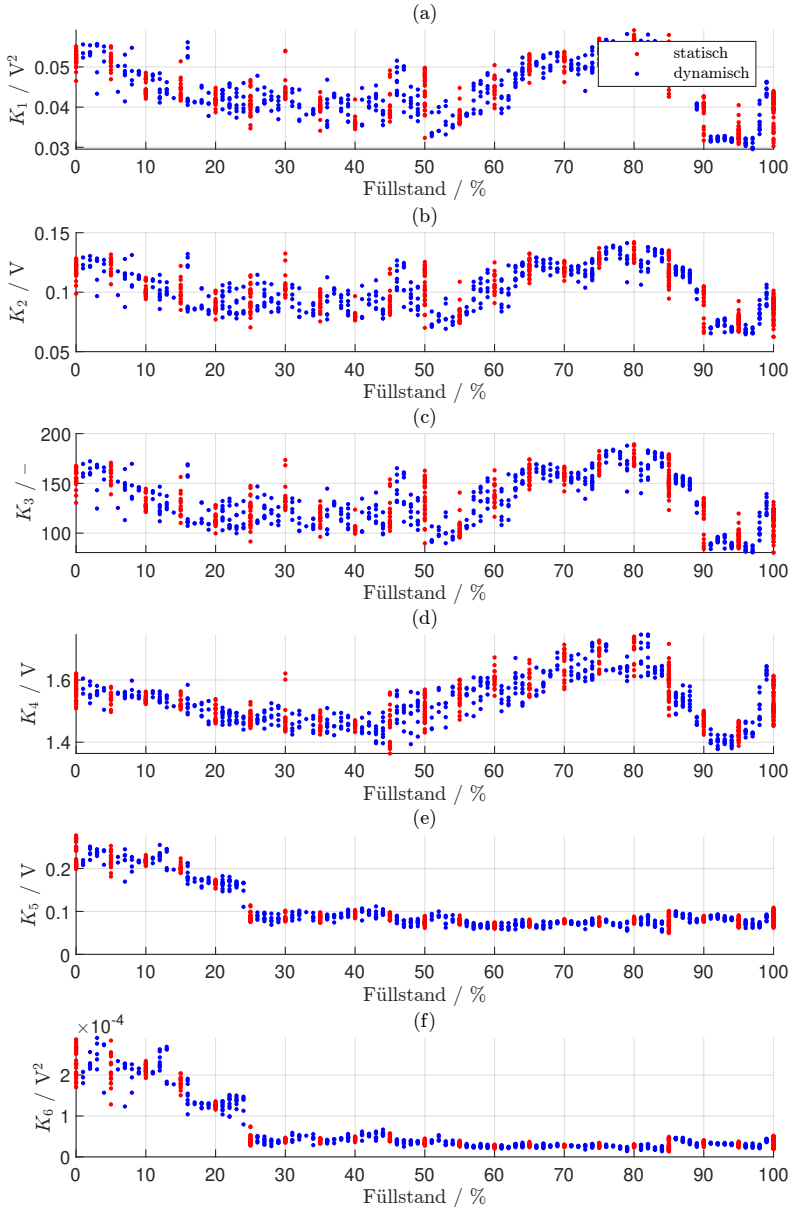


Abbildung A.14: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 12 berechnet wurden

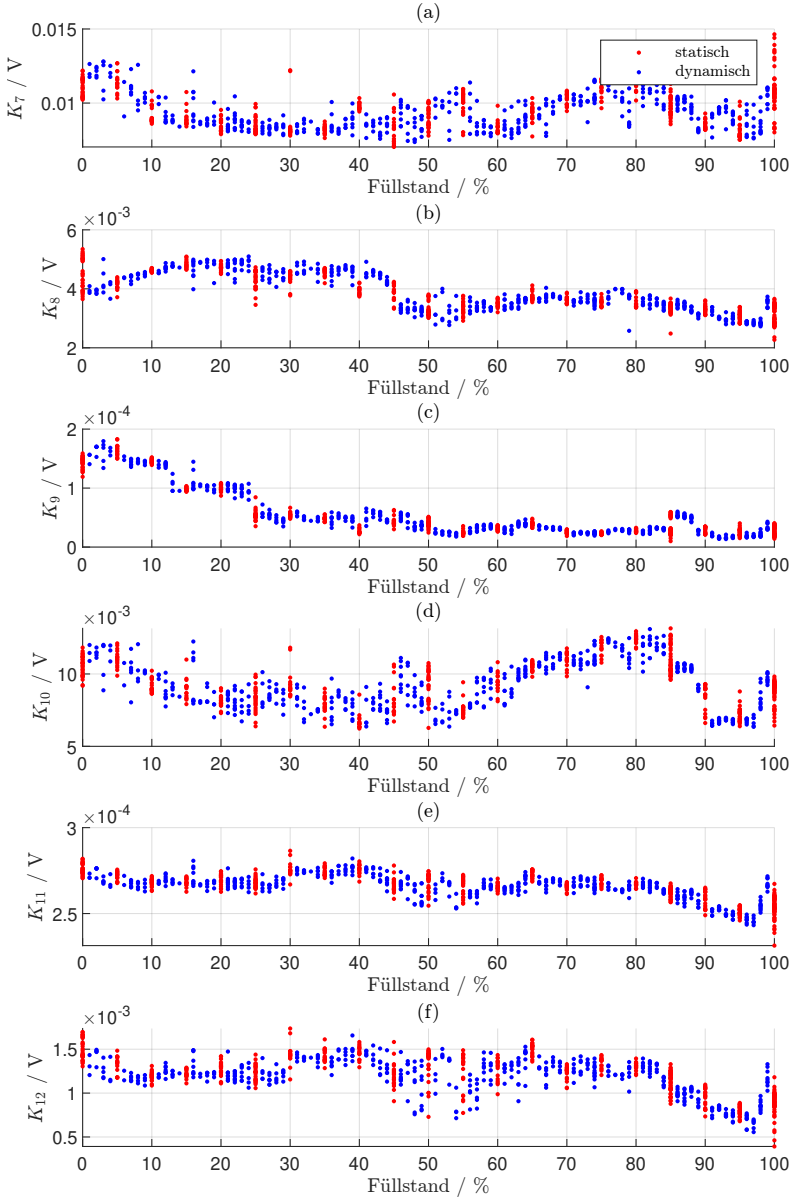


Abbildung A.15: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus der CWT von FS 12 berechnet wurden



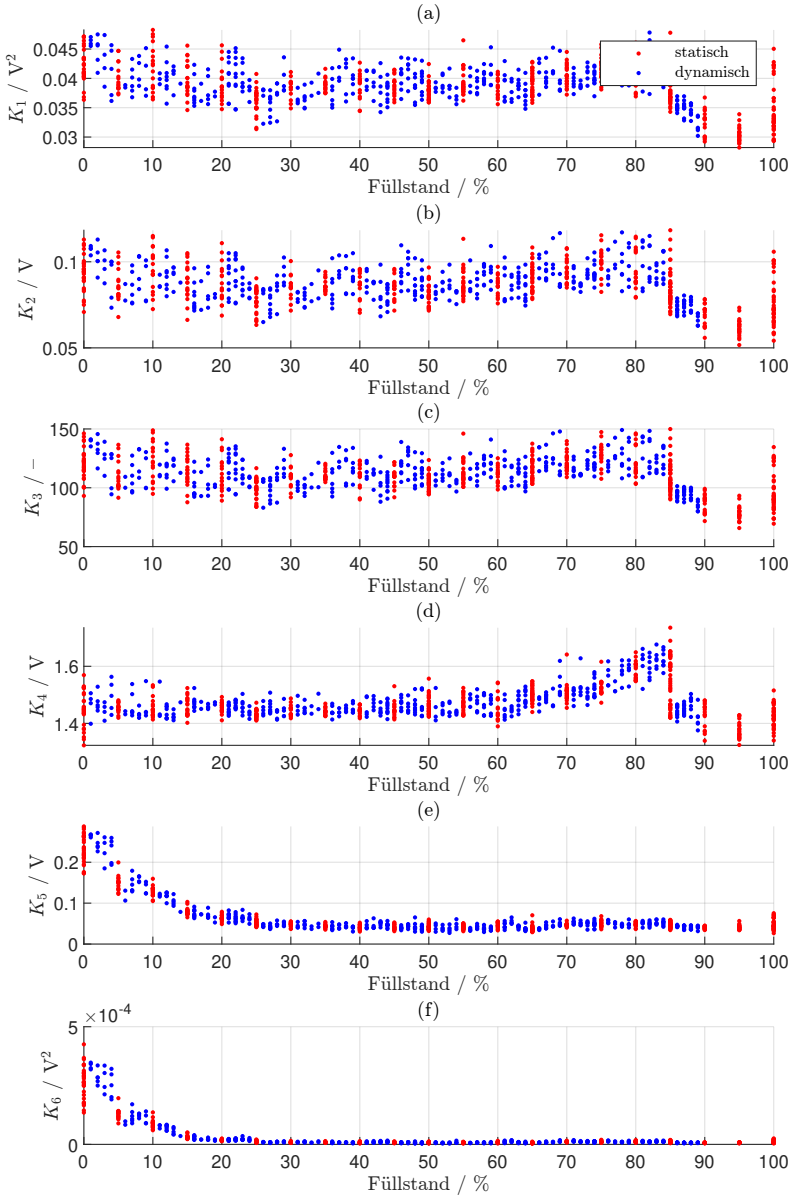


Abbildung A.16: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 13 berechnet wurden

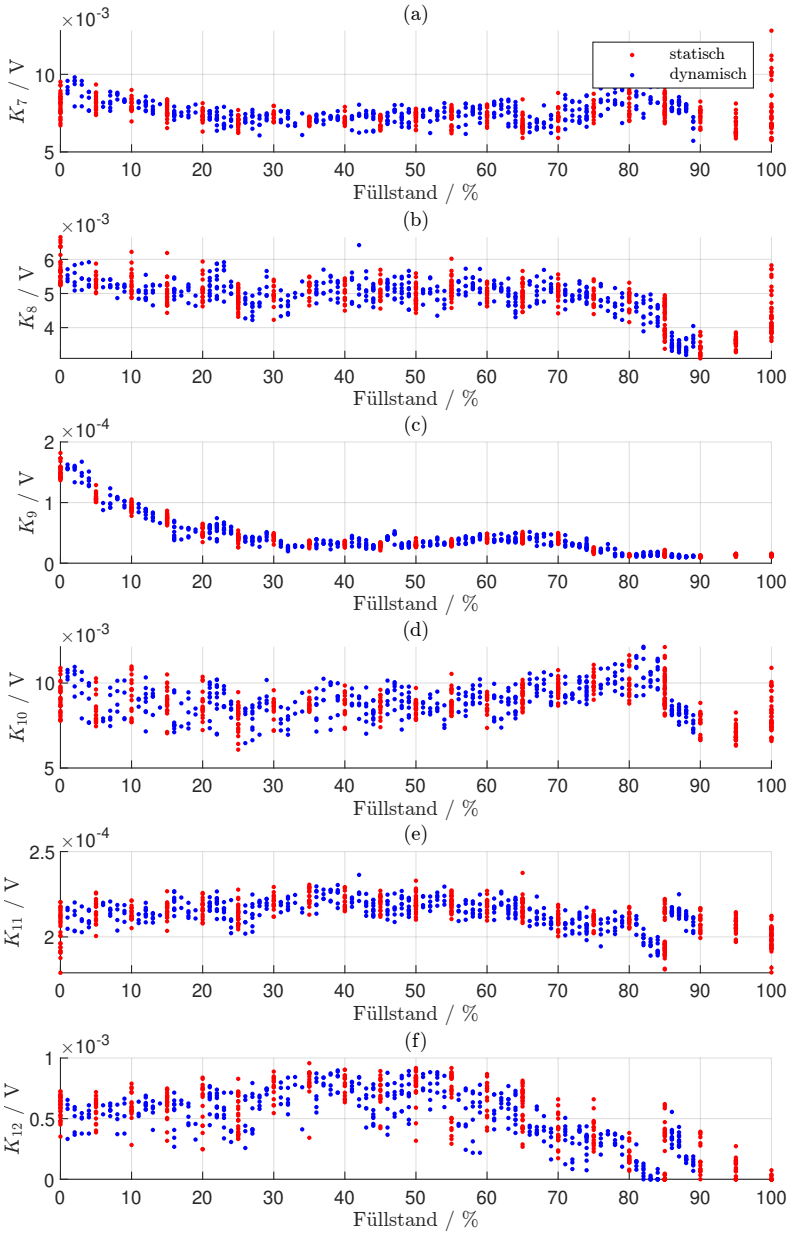


Abbildung A.17: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus der CWT von FS 13 berechnet wurden

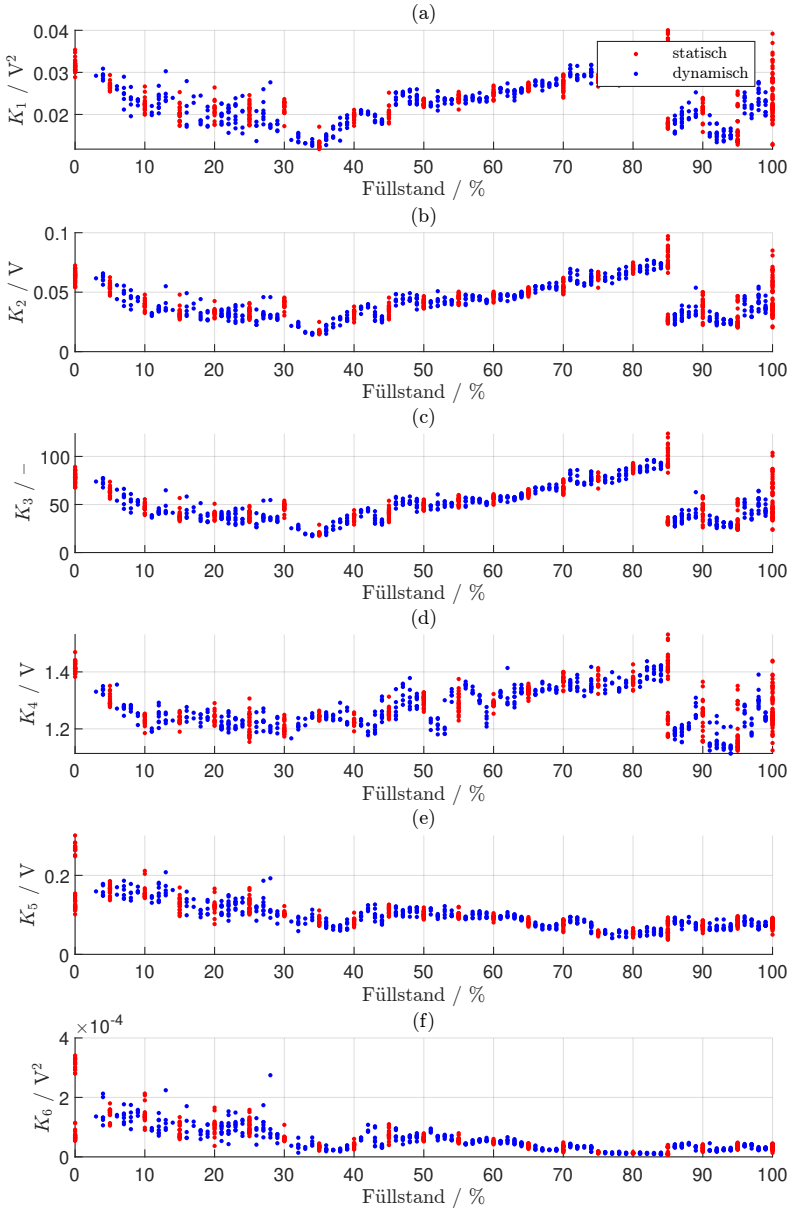


Abbildung A.18: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 14 berechnet wurden

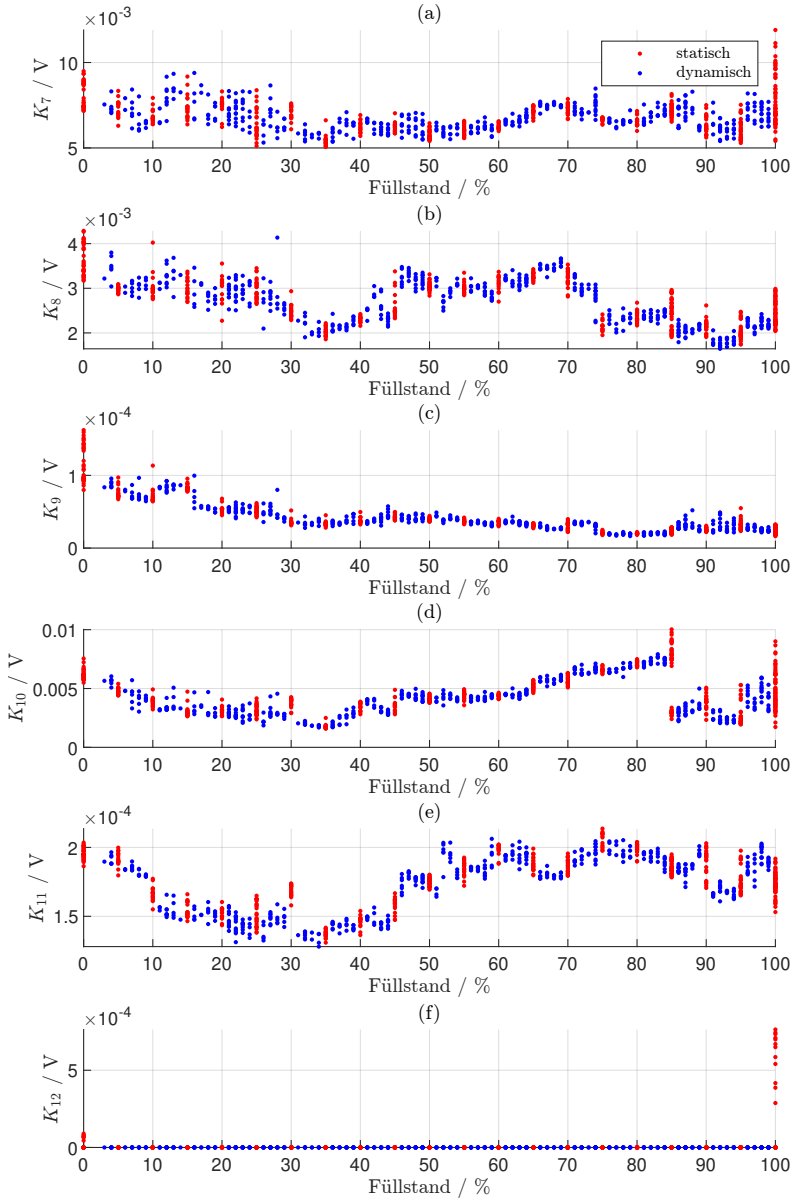


Abbildung A.19: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus der CWT von FS 14 berechnet wurden

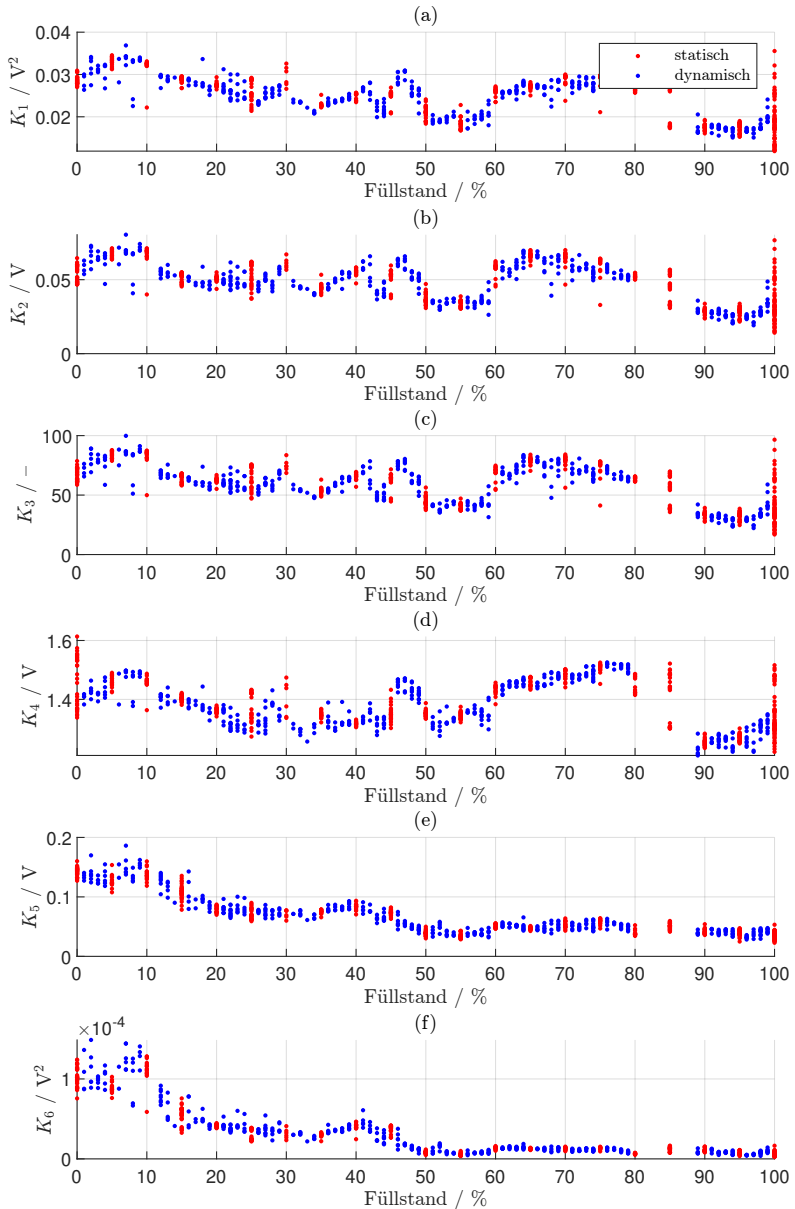


Abbildung A.20: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 15 berechnet wurden

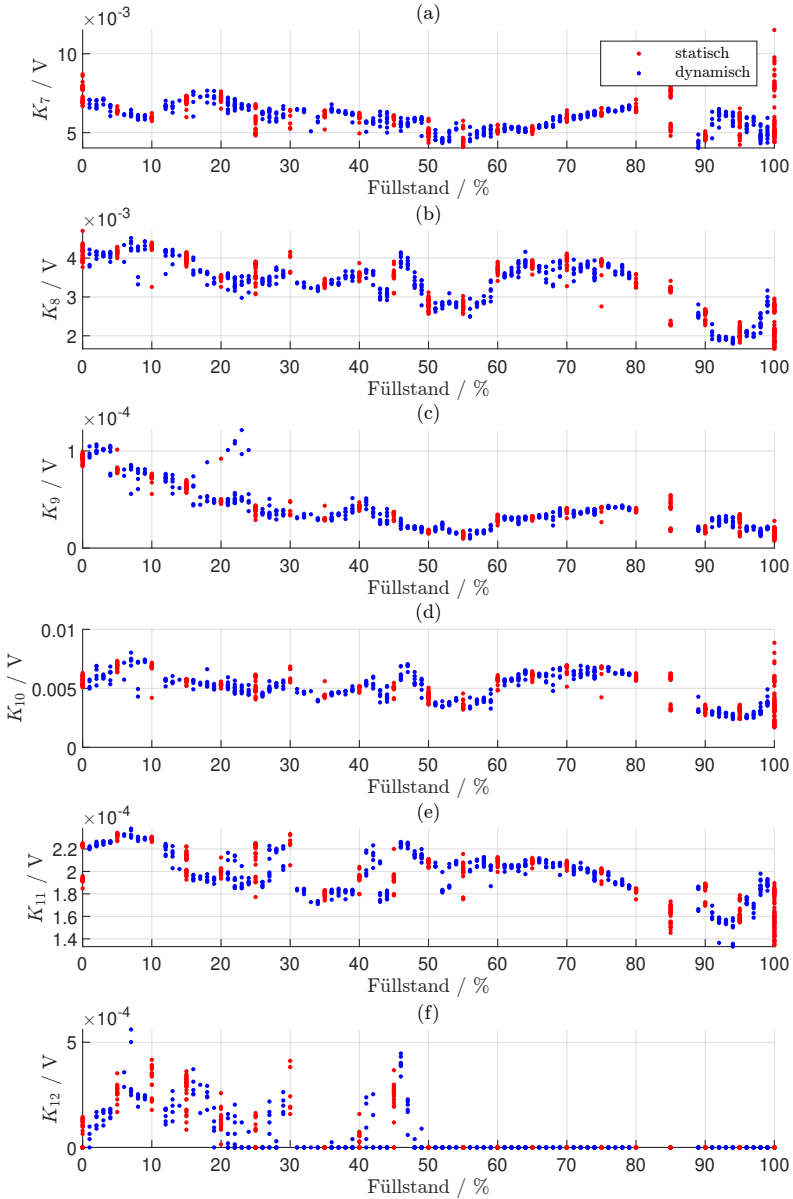


Abbildung A.21: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus der CWT von FS 15 berechnet wurden

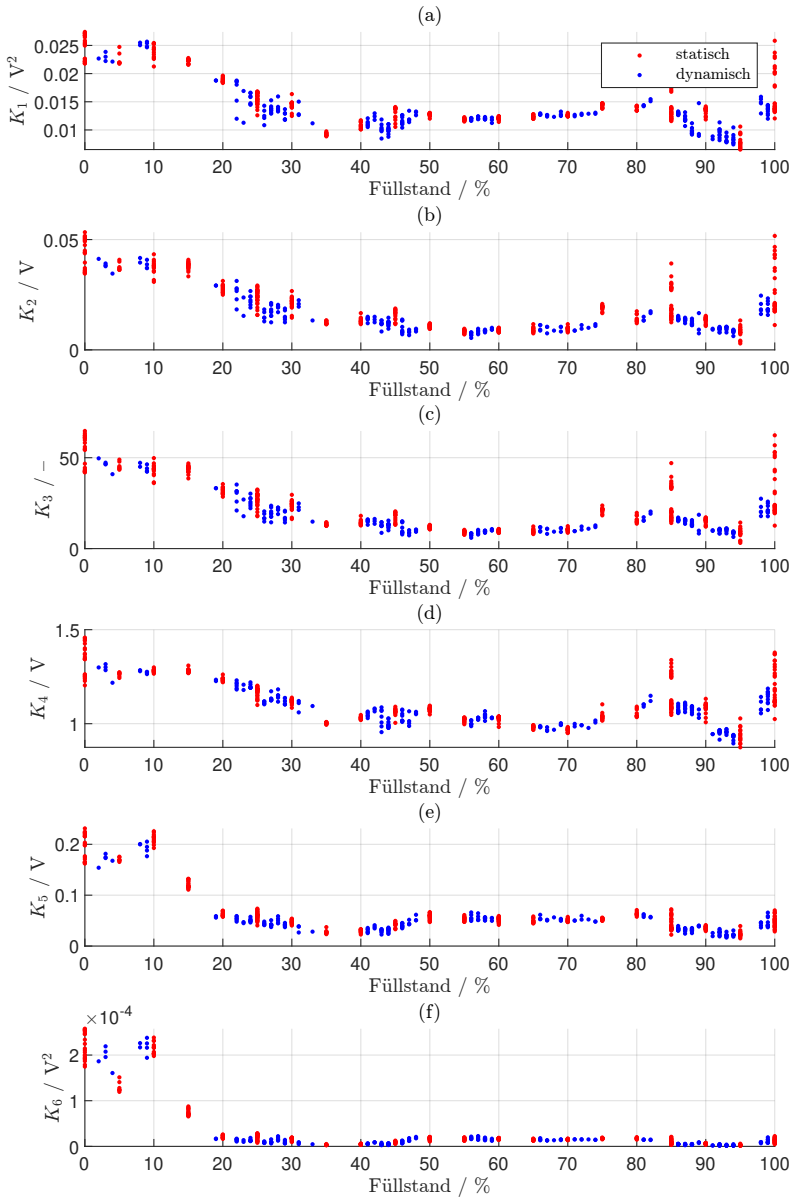


Abbildung A.22: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 16 berechnet wurden

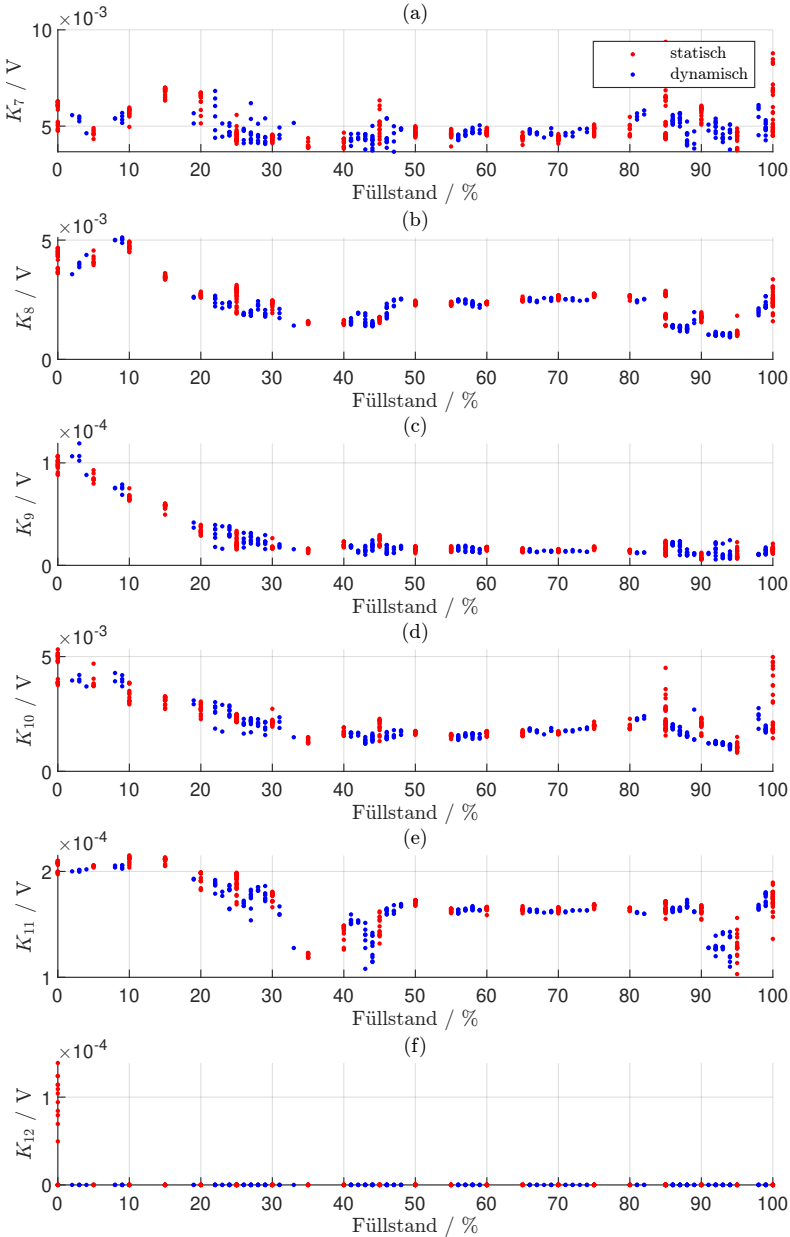


Abbildung A.23: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus der CWT von FS 16 berechnet wurden



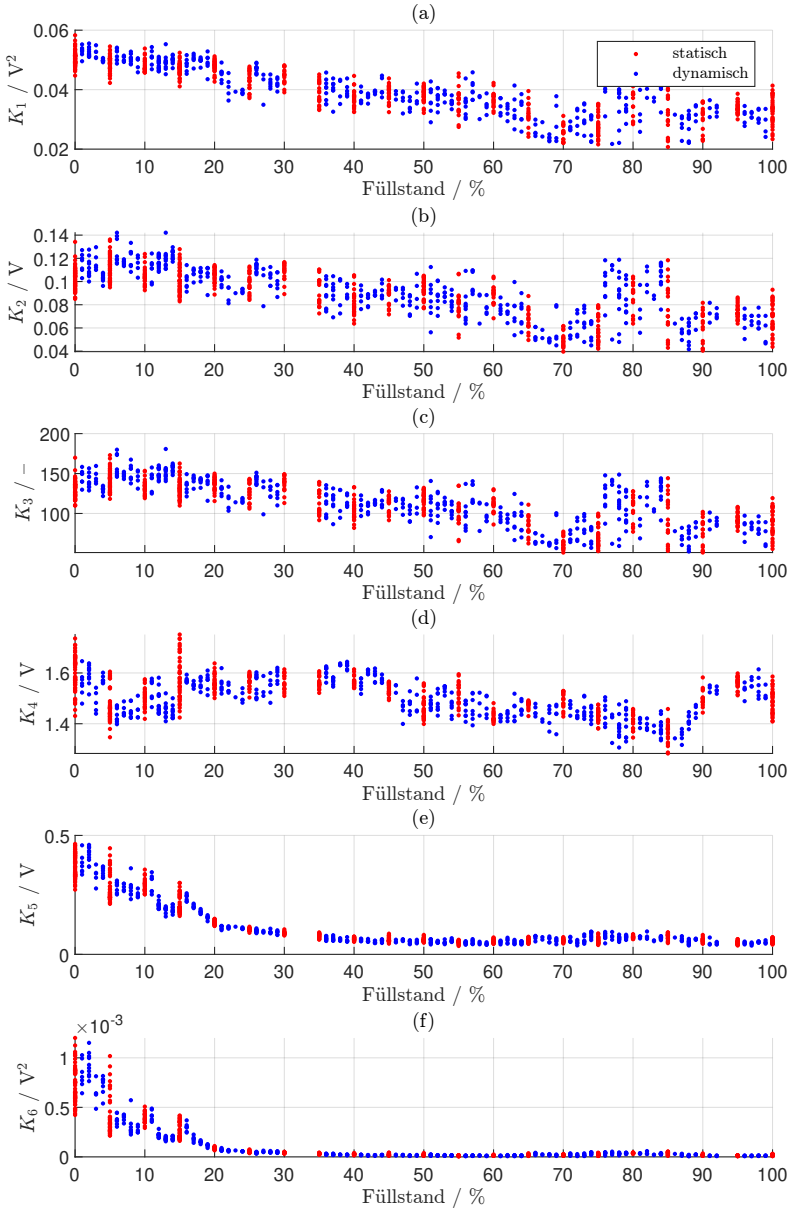


Abbildung A.24: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 21 berechnet wurden

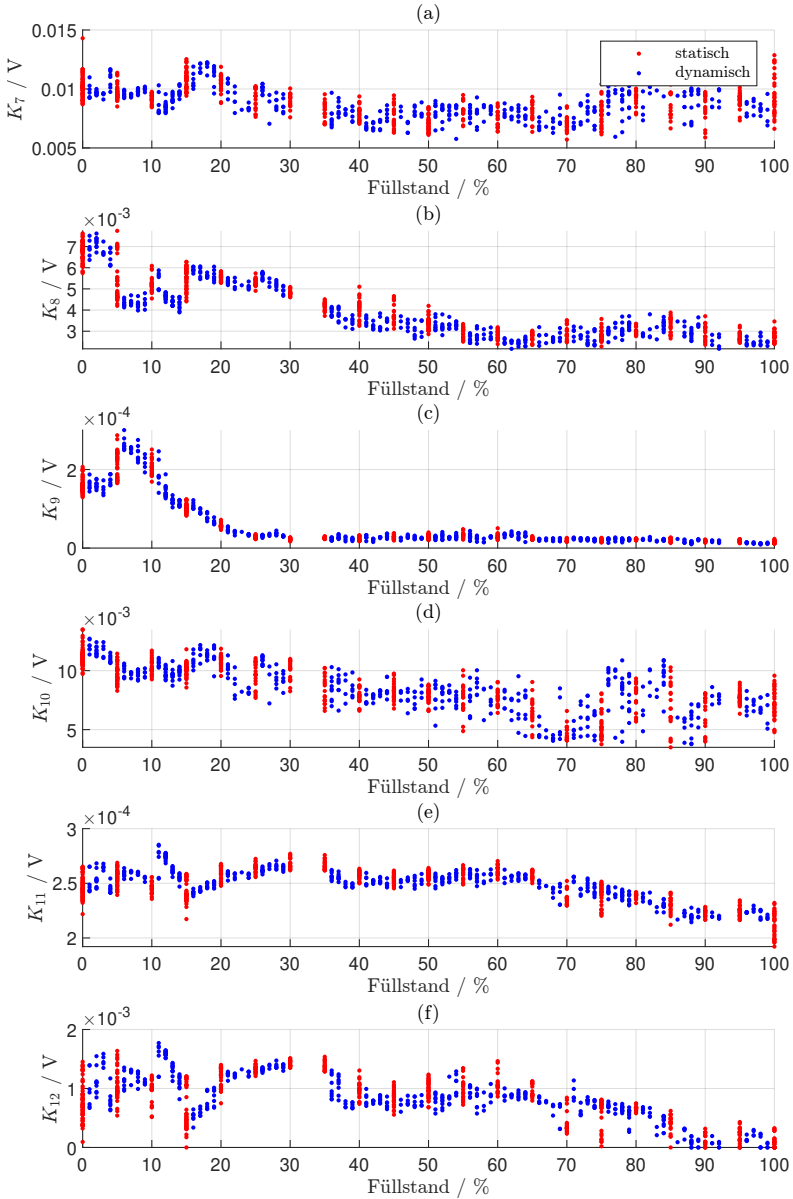


Abbildung A.25: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus der CWT von FS 21 berechnet wurden

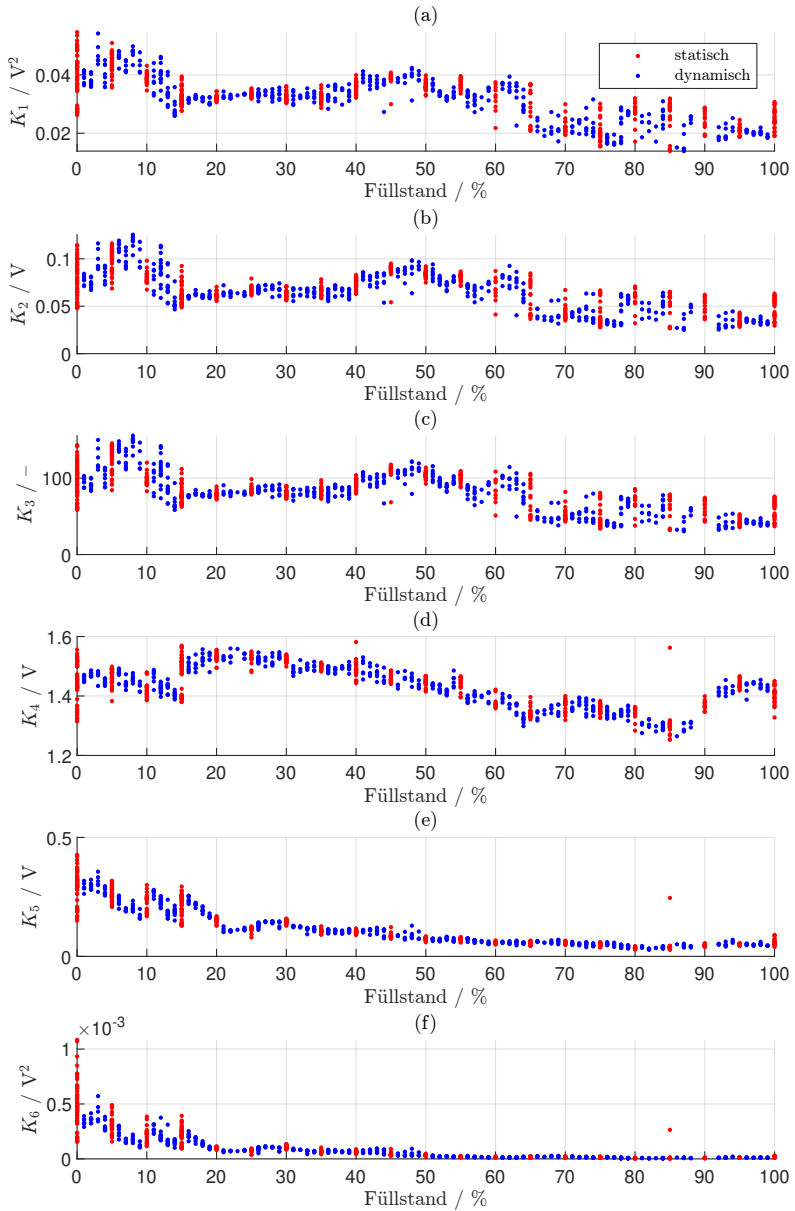


Abbildung A.26: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 22 berechnet wurden

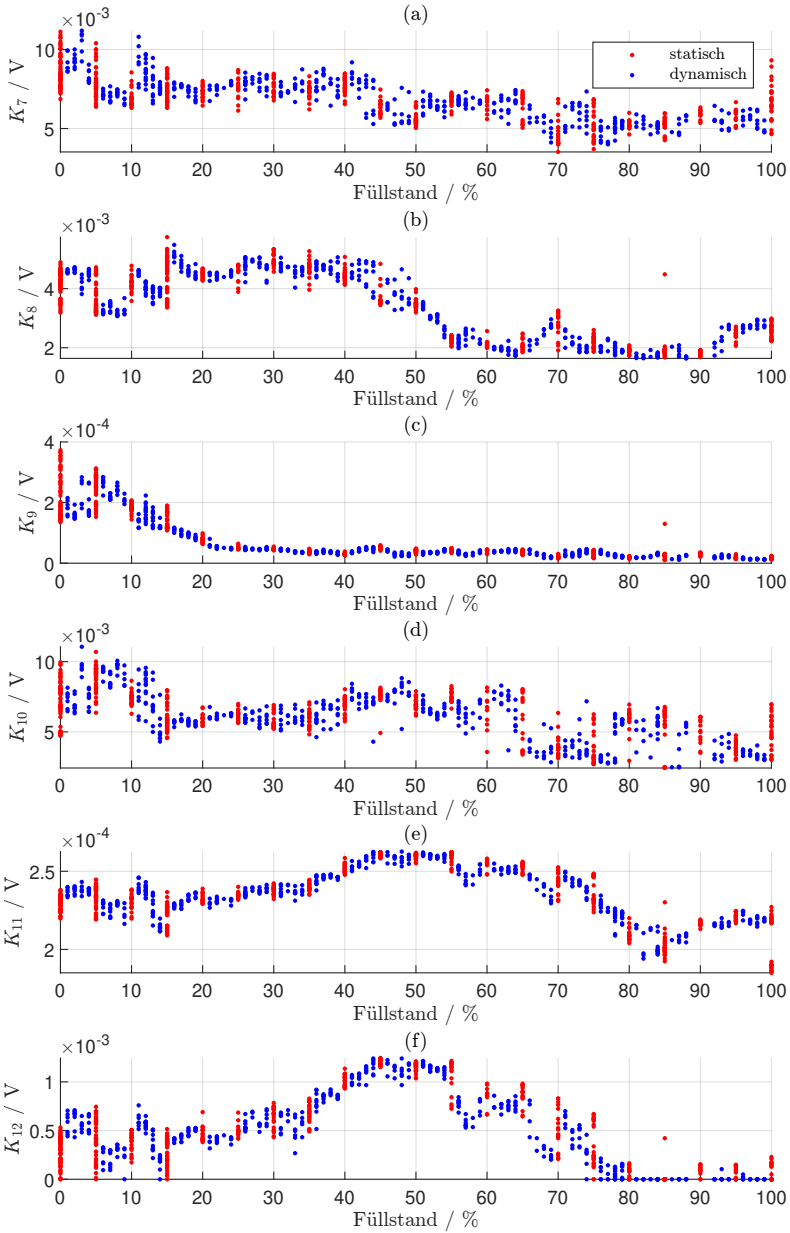


Abbildung A.27: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus der CWT von FS 22 berechnet wurden

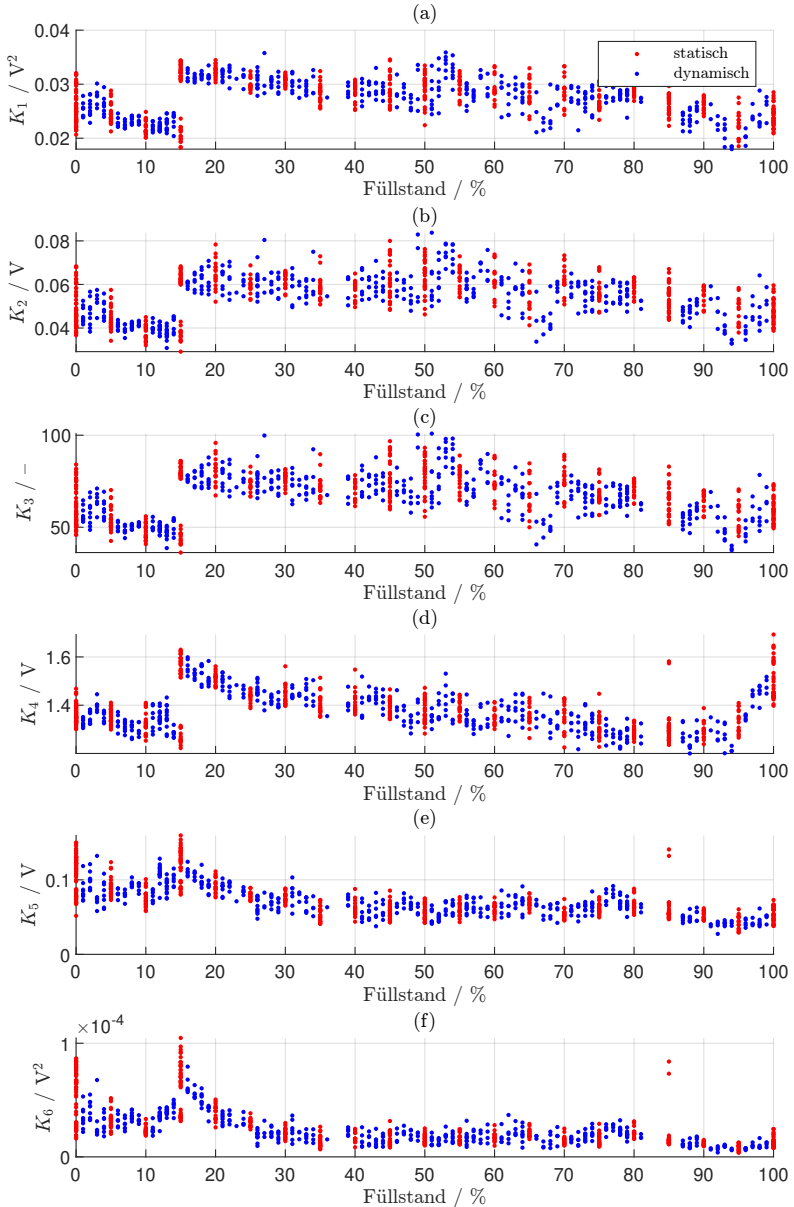


Abbildung A.28: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 23 berechnet wurden

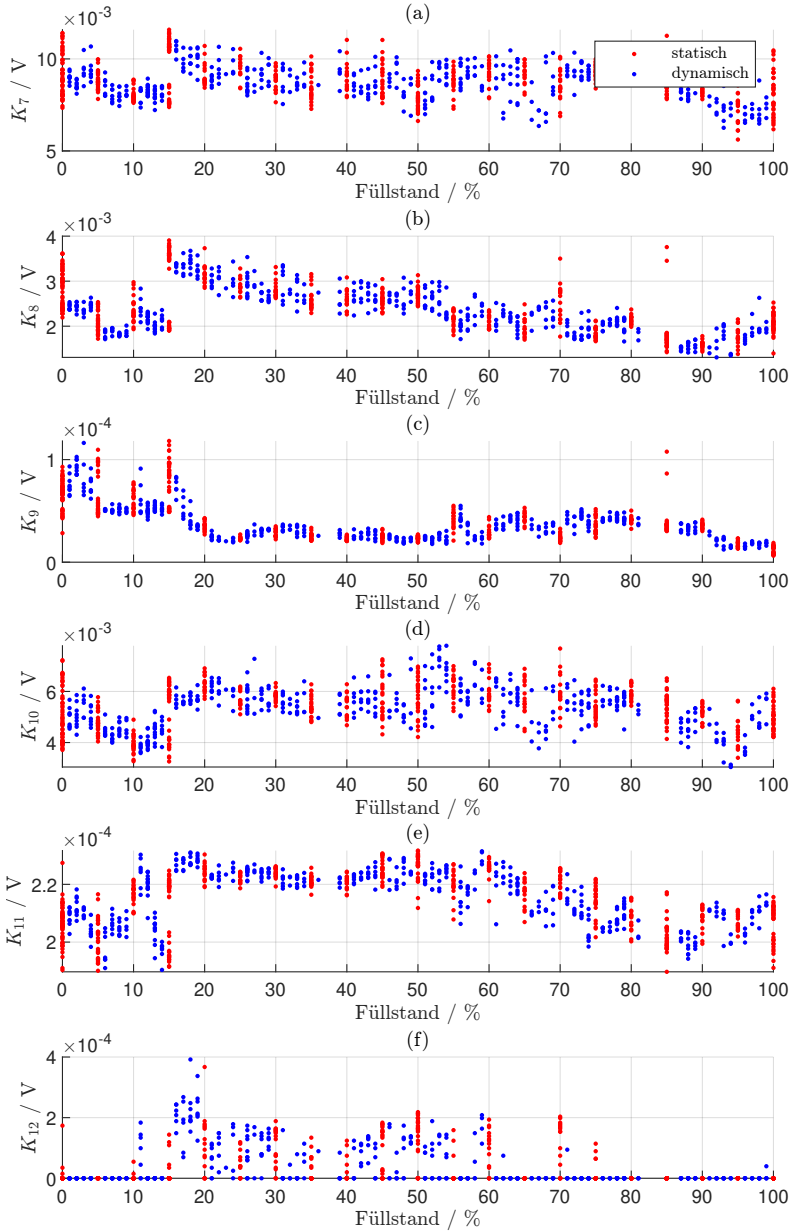


Abbildung A.29: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus der CWT von FS 23 berechnet wurden

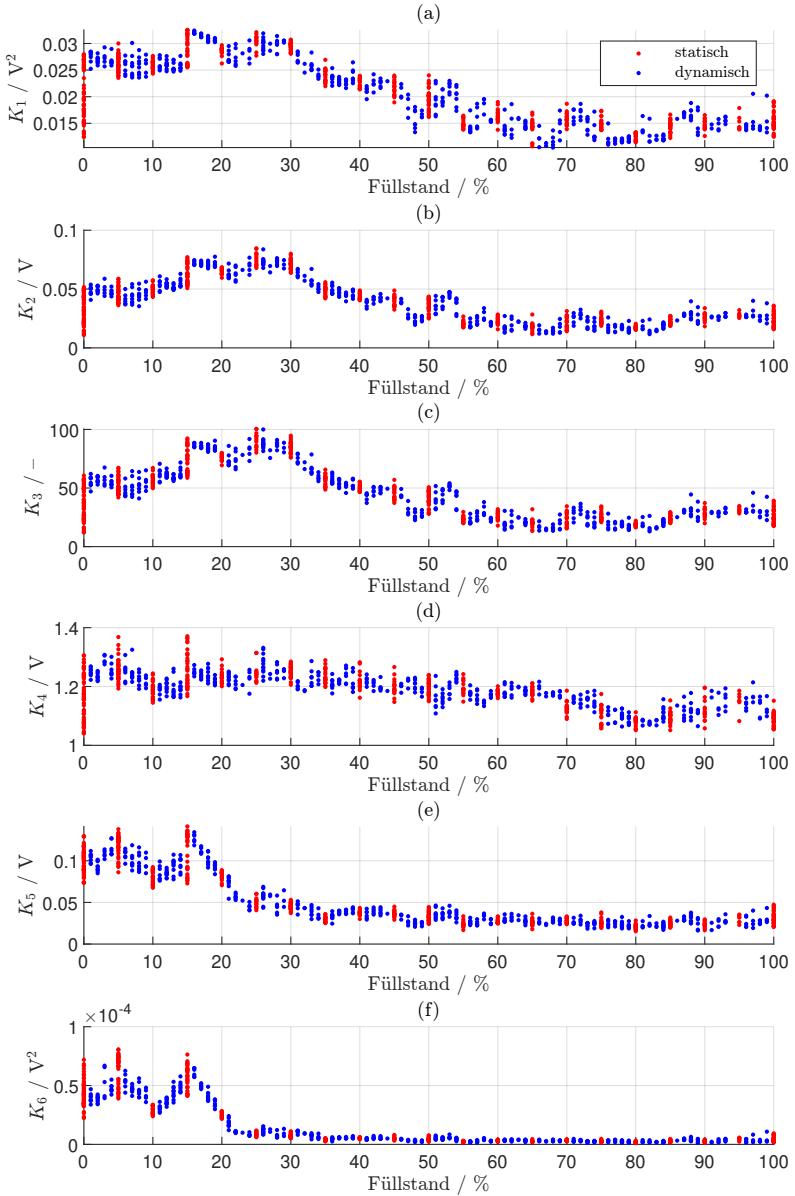


Abbildung A.30: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 24 berechnet wurden

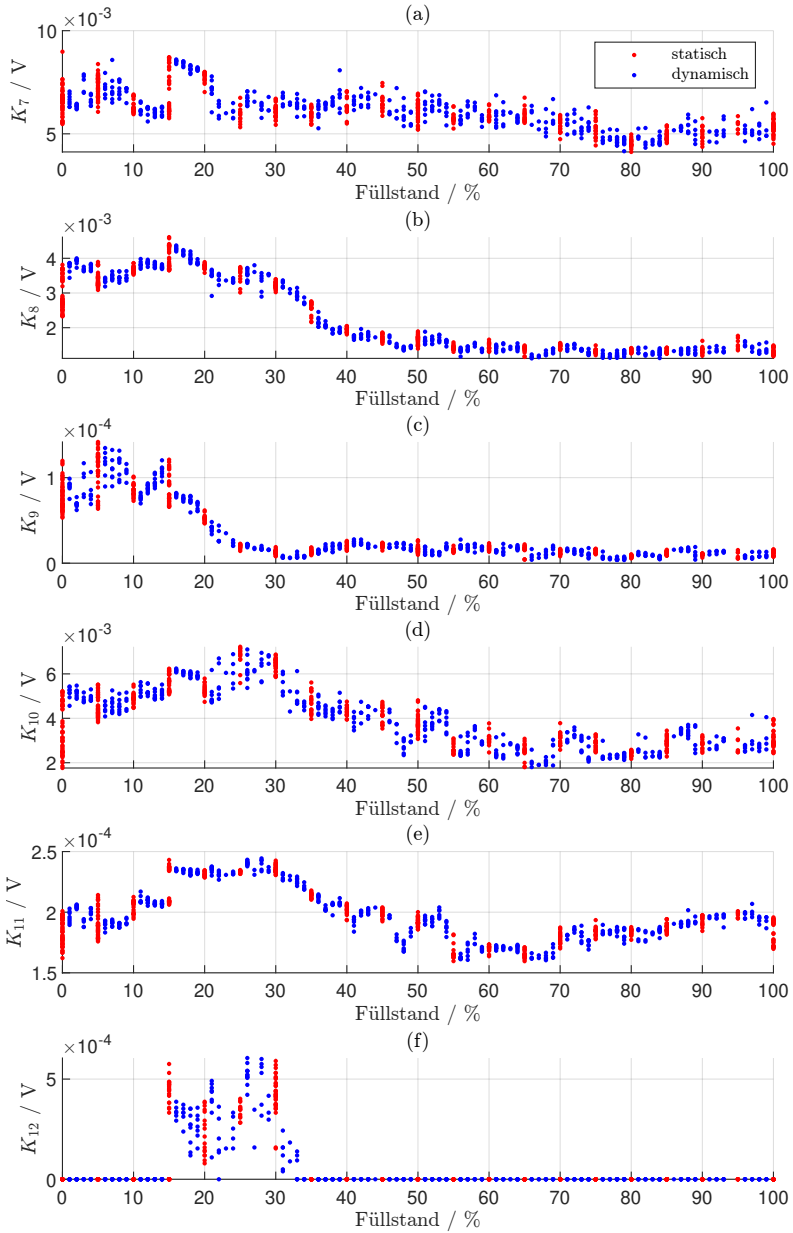


Abbildung A.31: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus der CWT von FS 24 berechnet wurden



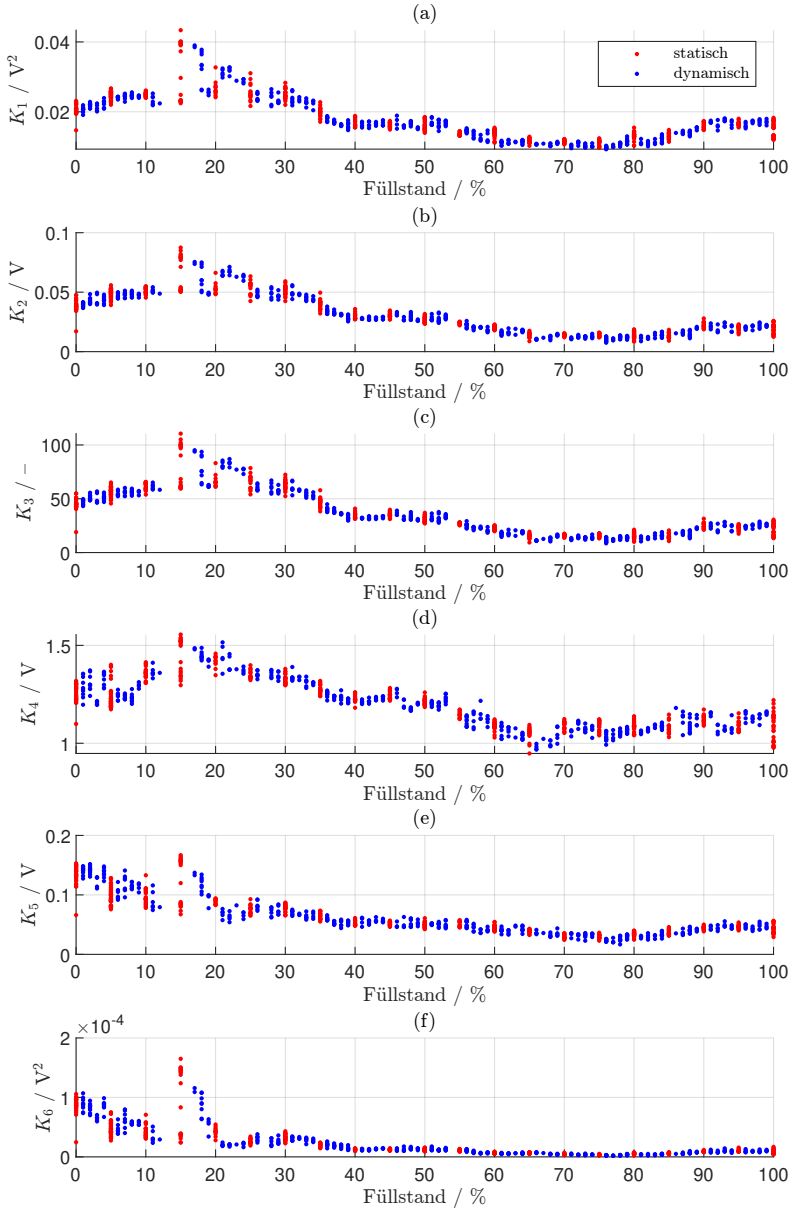


Abbildung A.32: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 25 berechnet wurden

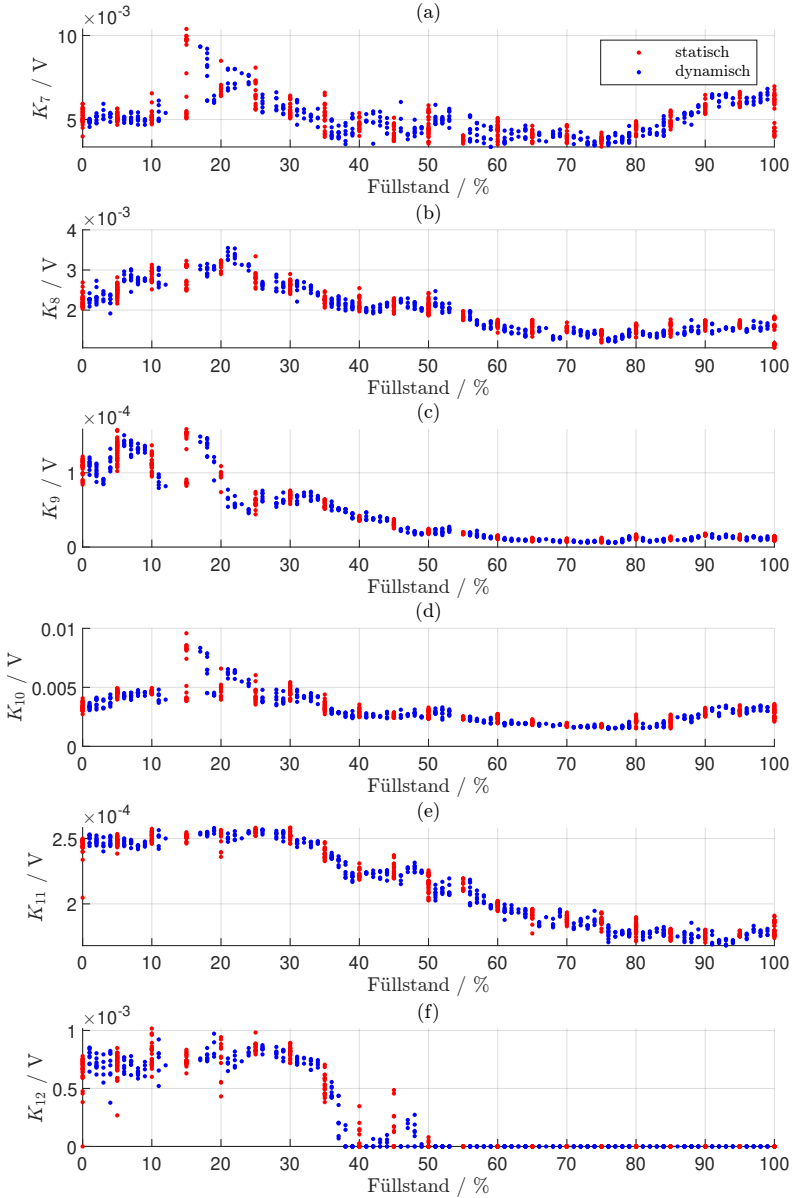


Abbildung A.33: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus der CWT von FS 25 berechnet wurden

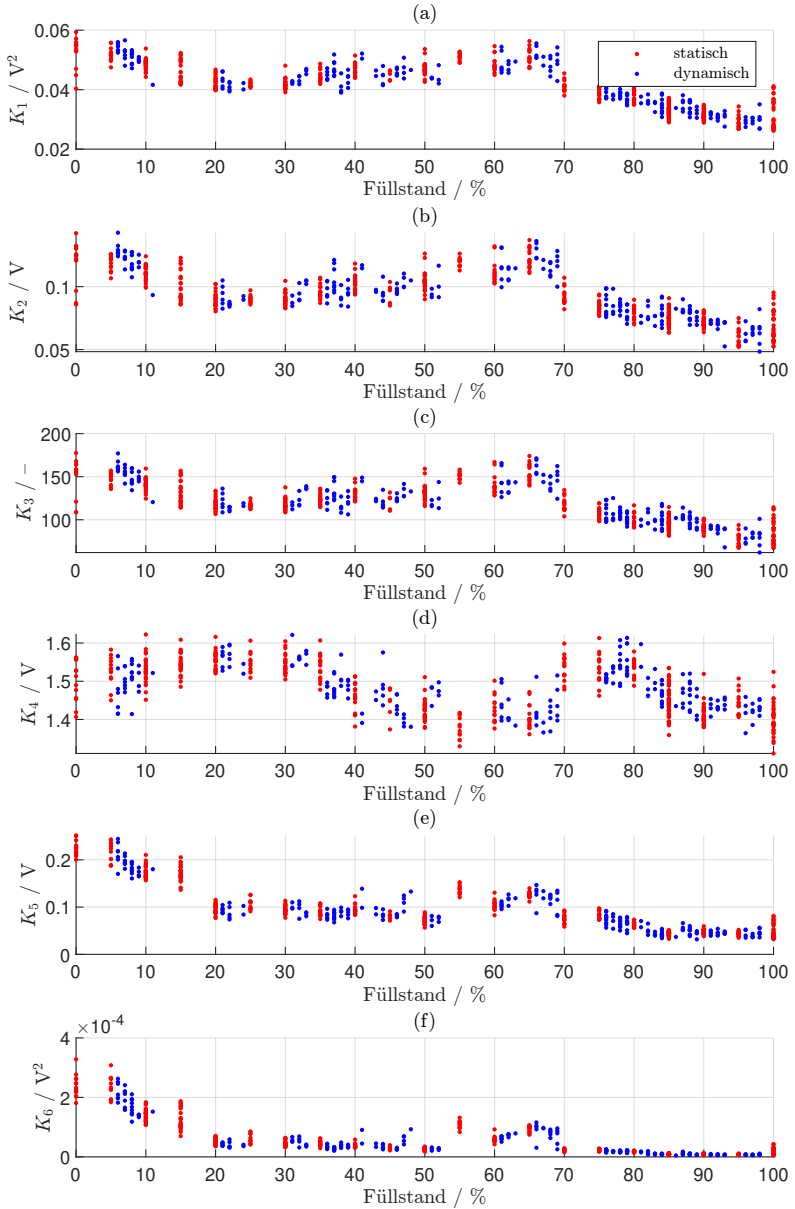


Abbildung A.34: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 26 berechnet wurden

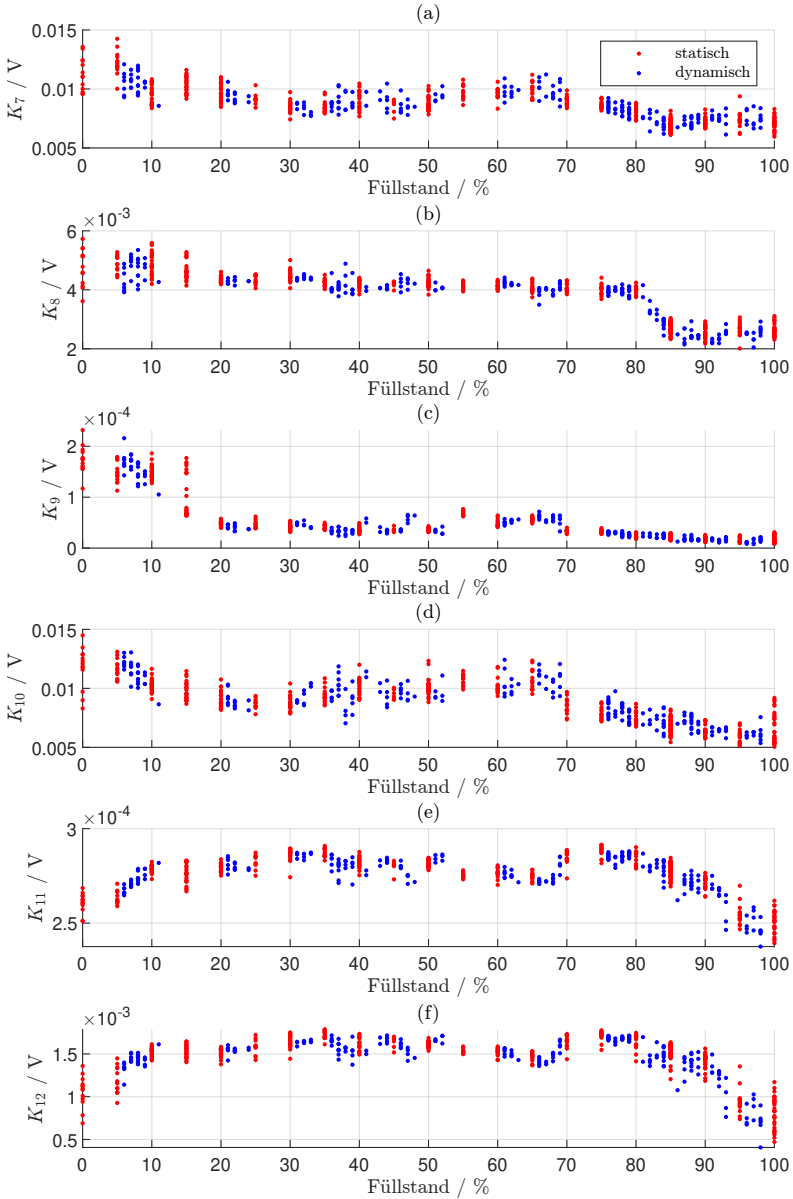


Abbildung A.35: Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a)  $K_1$ , (b)  $K_2$ , (c)  $K_3$ , (d)  $K_4$ , (e)  $K_5$  und (f)  $K_6$ , die aus der CWT von FS 26 berechnet wurden

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Radarbasierte Füllstandmesstechnik für Schüttgüter . . . . .	10
2.2	Fourier-Transformation nichtstationärer Signale: (a) $x(t)$ und $y(t)$ als zwei Beispiele für instationärer Signale, (b) Amplitudengang der Fouriertransformierten beider Signale, (c) Phasengang der Fouriertransformierten beider Signale und (c) Rücktransformation aus der Fouriertransformierten zu $\tilde{x}(t)$ und $\tilde{y}(t)$ (in Anlehnung an [Mer13]) . . . . .	16
2.3	(a) Zeitverlauf und (b) Übertragungsverhalten gängiger Fensterfunktionen wie dem Rechteck-, Hann-, Hamming- und Gaußfenster . . . . .	17
2.4	Unschärferelation a) hohe Zeitauflösung bei niedriger Frequenzauflösung b) niedrige Zeitauflösung bei hoher Frequenzauflösung . . . . .	18
2.5	Beispielhafte Waveletfunktionen (in Anlehnung an [Tam05]) . . . . .	19
2.6	Einfluss der Waveletskalierung im Zeit- und Frequenzbereich für $a = 1$ und $a = 4$ (in Anlehnung an [Mer13]) . . . . .	19
2.7	Hydrostatischer Druck $\sigma_{\text{stat}}$ in newtonschen Fluiden ist eine skalare Größe, die abhängig von der Tiefe $z$ ist . . . . .	20
2.8	Prüfstand von Janssen zur experimentellen Untersuchung der füllstandabhängigen Spannungszustände in Schüttgütern [Jan95] . . . . .	21
2.9	Unterschied in der tiefenabhängigen Vertikalspannung $\sigma_{\text{ver}}$ zwischen newtonschen Fluid und Schüttgut (in Anlehnung an [Sch14]) . . . . .	22
2.10	Inhomogene Spannungsverteilung in Schüttgut bei Massenflussilos visualisiert durch die entsprechenden Isobaren a) im Füllzustand, b) zu Beginn des Entleerzustands und c) im voll ausgeprägten Entleerungszustand . . . . .	24
2.11	Kernfluss im Schüttgut bei Silos mit flachen Trichtern führt zu statischen, toten Zonen . . . . .	25
2.12	Strukturierte Vorgehensweise bei Untersuchungen mit der Methode der Finiten Elemente . . . . .	28
2.13	Strukturierte Vorgehensweise bei Untersuchungen mit der Methode der Diskreten Elemente . . . . .	34
2.14	Kontaktdetektion zwischen einem Referenzpartikel (grün) und seinen unmittelbaren Nachbarpartikeln (gelb) mit (a) zellenbasierten Methoden und (b) Methoden mit Verlet-Listen (in Anlehnung an [JK12]) . . . . .	34
2.15	Einpassung eines Support Vector Regressors bei Objekten mit einem Merkmal . . . . .	38
3.1	Nichtinvasives Sensorkonzept zur Füllstandüberwachung bei mobilen Schüttgutsilos . . . . .	44
4.1	Schaltbild der Schlagwerk-Elektronik . . . . .	50
4.2	Geometrische Beziehungen im Gehäuse des Schlagbolzen unter Berücksichtigung der Schraubenfeder, dem Dämpfungsmaterial und der Spule . . . . .	51

4.3	Aufbau des kapazitiven MEMS-Mikrofons (in Anlehnung an [Fue04])	56
4.4	Netzwerkmodell eines kapazitiven MEMS-Mikrofons (in Anlehnung an [Fue04])	59
4.5	Struktur des analytischen MEMS-Mikrofon-Modells (in Anlehnung an [Fue04])	60
4.6	Dünnscheibenmodell, welches bei der Untersuchung der Spannungszustände im zylindrischen Teil des Schüttgutsilos herangezogen wird (in Anlehnung an [Sch14])	62
4.7	Dünnscheibenmodell, welches bei der Untersuchung der Spannungszustände im trichterförmigen Teil des Schüttgutsilos herangezogen wird (in Anlehnung an [Sch14])	64
4.8	Spannungsverteilung in einem Silo während des Füllzustands	67
4.9	Spannungsverteilung in einem Silo während des Entleerungszustands	69
4.10	Geometrische Beziehungen im Modell des Kolbenstrahlers in ebener Wand (in Anlehnung an [LSW09] und [Moe15])	76
5.1	Charakterisierung der vereinfachten Silogeometrie anhand von fünf Parametern	91
5.2	Korrelation zwischen experimentell ermittelten und (unter Annahme linearer Elastizität sowie Isotropie) theoretisch berechneten Materialeigenschaften: a) Schubmodul $G$ über Elastizitätsmodul $E$ , b) Schubmodul $G$ über Querkontraktionszahl $\nu$ , c) Kompressionsmodul $K$ über Elastizitätsmodul $E$ und d) Kompressionsmodul $K$ über Querkontraktionszahl $\nu$	95
5.3	Konvergenzanalyse des FEM-Netzes bei Variation der a) Elementgröße und b) der adaptiven Netzauflösung	100
5.4	Konvergenzanalyse des FEM-Netzes a) bei Variation der Elementgröße bei max. adapt. Netzauflösung und b) beim direkten Vergleich der Netze mit feinsten Auflösung	101
5.5	Zeitsignal der simulierten Impulsantwort	104
5.6	Kontinuierliche Wavelet-Transformierte der simulierten Impulsantwort	105
5.7	Eigenmoden der Silostruktur bei unterschiedlichen Temperaturen a) zwischen 100 – 2000 Hz, b) zwischen 110 – 160 Hz und c) zwischen 1940 – 1990 Hz	109
5.8	Vergleich des Zeitverlaufs der simulierten Impulsantworten bei $-10^{\circ}\text{C}$ und $40^{\circ}\text{C}$	110
5.9	Montagepositionen 1 – 6 (für grobe Positionsvariation) im Silokoordinatensystem	112
5.10	Anordnung der Montagepositionen 7 – 11 (für feine Positionsvariation)	113
5.11	Grobe Variation der FS-Montageposition: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) an (a-b) Montageposition 1, (c-d) Montageposition 2, (e-f) Montageposition 3, (g-h) Montageposition 4, (i-j) Montageposition 5 und (k-l) Montageposition 6	114

5.12	Feine Variation der FS-Montageposition: Impulsantwort im Zeitbereich (links) und im Zeit-Frequenzbereich (rechts) an (a-b) Montageposition 2, (c-d) Montageposition 7, (e-f) Montageposition 8, (g-h) Montageposition 9, (i-j) Montageposition 10 und (k-l) Montageposition 11 . . . . .	118
5.13	Grobe Variation der Position des Schallwandlers: Impulsantwort im Zeitbereich (links) sowie im Zeit-Frequenzbereich (rechts) an (a-b) Montageposition 1, (c-d) Montageposition 2, (e-f) Montageposition 3, (g-h) Montageposition 4, (i-j) Montageposition 5 und (k-l) Montageposition 6 . . . . .	122
5.14	Feine Variation der Position des Schallwandlers: Impulsantwort im Zeitbereich (links) sowie im Zeit-Frequenzbereich (rechts) an (a-b) Montageposition 2, (c-d) Montageposition 7, (e-f) Montageposition 8, (g-h) Montageposition 9, (i-j) Montageposition 10 und (k-l) Montageposition 11 . . . . .	125
5.15	Simulierte Impulsantwort bei unterschiedlichen Anregungskräften im Zeitbereich (links) und im Zeit-Frequenzbereich (rechts): (a) 1 N, (b) 10 N und (c) 100 N . . . . .	126
5.16	Eigenmoden der Silostruktur in Abhängigkeit des Außendurchmessers	128
5.17	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) für unterschiedliche Silodurchmesser: (a-b) 2000 mm, (c-d) 2400 mm und (e-f) 2500 mm . . . . .	130
5.18	Eigenmoden der Silostruktur in Abhängigkeit der Wanddicke . . . . .	131
5.19	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) für unterschiedliche Wanddicken: (a-b) 4 mm, (c-d) 5 mm und (e-f) 6 mm . . . . .	132
5.20	Eigenmoden der Silostruktur in Abhängigkeit des Trichterwinkels . . . . .	134
5.21	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) für unterschiedliche Trichterwinkel: (a-b) 57,5° und (c-d) 60° . . . . .	135
5.22	Eigenmoden der Silostruktur in Abhängigkeit der Silohöhe . . . . .	136
5.23	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) für unterschiedliche Silohöhen: (a-b) 2690 mm und (c-d) 2900 mm . . . . .	137
5.24	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) für unterschiedliche Füllmengen an Gipsputz: (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 % . . . . .	142
5.25	Vergleich der Impulsantworten zwischen der Werkstoffen Gipsputz, Mörtel und Zementestrich bei einem Füllstand von 100: % (a) Gipsputz, Mörtel und Zementestrich im Zeitbereich, (b) Gipsputz im Zeit-Frequenzbereich, (c) Mörtel im Zeit-Frequenzbereich und (d) Zementestrich im Zeit-Frequenzbereich . . . . .	145
6.1	Testaufbau bestehend zwei Silos mit einem Hohlvolumen von 12 m <sup>3</sup> und je sechs Füllstandensoren . . . . .	151
6.2	Positionen 11 – 16 an Silo 1 und 21 – 26 an Silo 2 im jeweiligen Silokoordinatensystem . . . . .	151

6.3	(a) Skizze und (b) Foto des Testaufbaus von [Rip10], der im Rahmen dieser Arbeit zur Variation der Anregungsenergie herangezogen wird	153
6.4	Beispielhafte Impulsantworten von FS 11 bei einem Füllstand von 0 % und FS 21 bei einem Füllstand von 50 %	154
6.5	Wiederholmessungen mit FS 12 bei einem Füllstand von 0 % (a) im Zeitbereich und im (b-c) im Zeit-Frequenzbereich	157
6.6	Impulsantwort bei Variation der Erregerkraft mit einer Zielspannung von (a-b) 6 V, von (c-d) 8 V, von (e-f) 10 V und von (g-h) 12 V, sowohl im Zeitbereich (links) als auch im Zeit-Frequenzbereich (rechts)	159
6.7	Impulsantwort bei gleichen Bedingungen im Zeitbereich (links) und im Zeit-Frequenzbereich (rechts) von (a-b) FS 11, (c-d) FS 12, (e-f) FS 13, (g-h) FS 14, (i-j) FS 15 und (k-l) FS 16	162
6.8	Impulsantwort bei gleichen Bedingungen im Zeitbereich (links) und im Zeit-Frequenzbereich (rechts) von (a-b) FS 21, (c-d) FS 22, (e-f) FS 23, (g-h) FS 24, (i-j) FS 25 und (k-l) FS 26	163
6.9	Montagepositionen für die Untersuchung einer feinen und einer groben Variation	165
6.10	(a) Zeitsignal und (b) CWT der Impulsantwort von FS 12 an der Referenzposition 31	166
6.11	Zeitsignal (links) und CWT (rechts) der Impulsantwort bei grober Variation der Montageposition von FS 12 an den Positionen (a-b) 41, (c-d) 42, (e-f) 43, (g-h) 44, (i-j) 45, (k-l) 46, (m-n) 47 und (o-p) 48	168
6.12	Zeitsignal (links) und CWT (rechts) der Impulsantwort von FS 12 an den Positionen (a-b) 12, (c-d) 32, (e-f) 33, (g-h) 34, (i-j) 35, (k-l) 36, (m-n) 37 und (o-p) 38	171
6.13	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und im Zeit-Frequenzbereich (rechts) bei einem Füllstand von 0 % mit (a-b) FS 11, (c-d) FS 12, (e-f) FS 13, (g-h) FS 14, (i-j) FS 15 und (k-l) FS 16	174
6.14	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und im Zeit-Frequenzbereich (rechts) bei einem Füllstand von 0 % mit (a-b) FS 21, (c-d) FS 22, (e-f) FS 23, (g-h) FS 24, (i-j) FS 25 und (k-l) FS 26	175
6.15	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 11 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 %	177
6.16	Füllstandabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 11 berechnet wurden	184
6.17	Füllstandabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_7$ , (b) $K_8$ , (c) $K_9$ , (d) $K_{10}$ , (e) $K_{11}$ und (f) $K_{12}$ , die aus der CWT von FS 11 berechnet wurden	185
6.18	Perfomance von angelernten SVM Modellen zur Füllstandermittlung mit (a) FS 11, (b) FS 14, (c) FS 12, (d) FS 15, (e) FS 13 und (f) FS 16	190



6.19	Performance von angelernten SVM Modellen zur Füllstandermittlung mit (a) FS 21, (b) FS 24, (c) FS 22, (d) FS 25, (e) FS 23 und (f) FS 26 . . . . .	191
6.20	Performancevergleich unterschiedlicher Trainingsdurchläufe eines SVM-Modells auf Basis des gleichen Datensatzes (a) Durchlauf 1, (b) Durchlauf 2 und (c) Durchlauf 3 . . . . .	194
6.21	Vergleich der gelernten Gewichte bei drei unterschiedlichen Trainingsdurchläufen eines SVM-Modells auf Basis des gleichen Datensatzes in (a) grober Ansicht und (b) Detailansicht . . . . .	195
6.22	Füllstandzuordnung für einzelne, unabhängige Silos durch ein SVM-Modell auf Basis von Trainings- und Testdaten von (a) Silo 1 oder (b) Silo 2 . . . . .	197
6.23	Performance der Füllstandzuordnung durch ein SVM-Modell auf Basis von gemischten Trainingsdaten, die sowohl von Silo 1 und Silo 2 stammen, und Testdaten, die lediglich von (a) Silo 1 oder (b) Silo 2 stammen . . . . .	199
6.24	Performance der Füllstandzuordnung durch ein SVM-Modell mit (a) Trainingsdaten von Silo 2 und Testdaten von Silo 1 oder (b) Trainingsdaten von Silo 1 und Testdaten von Silo 2 . . . . .	201
6.25	Performance der Füllstandzuordnung durch ein SVM-Modell, welches mit Füllstandschrittweiten der Trainingsdaten von (a) 5 %, (b) 10 % oder (c) 15 % trainiert wurde . . . . .	204
A.1	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) für unterschiedliche Füllmengen an Mörtel: (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 % . . . . .	214
A.2	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) für unterschiedliche Füllmengen an Zementestrich: (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 % . . . . .	215
A.3	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 12 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 % . . . . .	216
A.4	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 13 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 % . . . . .	217
A.5	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 14 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 % . . . . .	218
A.6	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 15 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 % . . . . .	219
A.7	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 16 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 % . . . . .	220

A.8	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 21 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 % . . . . .	221
A.9	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 22 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 % . . . . .	222
A.10	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 23 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 % . . . . .	223
A.11	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 24 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 % . . . . .	224
A.12	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 25 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 % . . . . .	225
A.13	Impulsantwort im Zeitbereich (links) und Zeit-Frequenzbereich (rechts) von FS 26 bei einem Füllstand von (a-b) 100 %, (c-d) 80 %, (e-f) 60 %, (g-h) 40 %, (i-j) 20 % und (k-l) 0 % . . . . .	226
A.14	Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 12 berechnet wurden . . . . .	227
A.15	Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus der CWT von FS 12 berechnet wurden . . . . .	228
A.16	Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 13 berechnet wurden . . . . .	229
A.17	Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus der CWT von FS 13 berechnet wurden . . . . .	230
A.18	Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 14 berechnet wurden . . . . .	231
A.19	Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus der CWT von FS 14 berechnet wurden . . . . .	232
A.20	Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 15 berechnet wurden . . . . .	233
A.21	Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus der CWT von FS 15 berechnet wurden . . . . .	234
A.22	Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 16 berechnet wurden . . . . .	235

A.23 Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus der CWT von FS 16 berechnet wurden . . . . .	236
A.24 Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 21 berechnet wurden . . . . .	237
A.25 Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus der CWT von FS 21 berechnet wurden . . . . .	238
A.26 Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 22 berechnet wurden . . . . .	239
A.27 Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus der CWT von FS 22 berechnet wurden . . . . .	240
A.28 Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 23 berechnet wurden . . . . .	241
A.29 Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus der CWT von FS 23 berechnet wurden . . . . .	242
A.30 Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 24 berechnet wurden . . . . .	243
A.31 Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus der CWT von FS 24 berechnet wurden . . . . .	244
A.32 Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 25 berechnet wurden . . . . .	245
A.33 Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus der CWT von FS 25 berechnet wurden . . . . .	246
A.34 Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus dem Zeitsignal von FS 26 berechnet wurden . . . . .	247
A.35 Füllstandsabhängiger Verlauf der Kennwerte (a) $K_1$ , (b) $K_2$ , (c) $K_3$ , (d) $K_4$ , (e) $K_5$ und (f) $K_6$ , die aus der CWT von FS 26 berechnet wurden . . . . .	248



# Tabellenverzeichnis

1.1	Primäre Anforderungen an ein Messsystem zur Füllstandüberwachung von mobilen Schüttgutsilos . . . . .	3
2.1	Gegenüberstellung der gängigsten Verfahren zur Füllstandüberwachung bei Schüttgutsilos . . . . .	12
2.2	Verschiedene Fourier-Transformationsverfahren . . . . .	14
5.1	Parameter des Standardsilos . . . . .	91
5.2	Temperaturabhängige Eigenschaften des verwendeten Druckbehälterstahls 1.0425 (P265GH) [Ric10] . . . . .	92
5.3	Als konstant angenommene Eigenschaften des verwendeten Baustahls (geschätzt durch die Methode der Uniform Material Law nach Bäumel und Seeger [Rud03] [BS90]) . . . . .	93
5.4	Netzqualität bei der FEM-Untersuchung des Standardsilos . . . . .	99
5.5	Rechenlast der transienten Analyse in Abhängigkeit der Netzqualität	103
5.6	Koordinaten aller Montagepositionen (für grobe und feine Positionsvariation) . . . . .	113
5.7	Schallwandlerpositionen . . . . .	120
5.8	Bei der DEM-Simulation getroffenen Annahmen hinsichtlich der Materialeigenschaften . . . . .	140
5.9	Schrittweite nach Rayleigh . . . . .	141
6.1	Positionen 11 – 16 an Silo 1 und 21 – 26 an Silo 2 im jeweiligen Silokoordinatensystem . . . . .	152
6.2	Modellfehler (RMSE) bei der Schätzung des Füllstandes auf Basis der Impulsantwort eines einzelnen Sensors . . . . .	192
6.3	Modellfehler (RMSE) unterschiedlicher Trainingsdurchläufe eines SVM-Modells auf Basis des gleichen Datensatzes . . . . .	194
6.4	Modellfehler (RMSE) bei der Schätzung des Füllstandes für einzelne Silos . . . . .	197
6.5	Modellfehler (RMSE) bei der Füllstandszuordnung durch ein SVM-Modell in Abhängigkeit davon, von welchem Silo die Trainingsdaten stammen . . . . .	199
6.6	Modellfehler (RMSE) bei der Füllstandszuordnung durch ein SVM-Modell mit Test- und Trainingsdaten, die jeweils von unterschiedlichen Silos stammen . . . . .	202
6.7	Modellfehler (RMSE) bei der Schätzung des Füllstandes für unterschiedliche Füllstandsschrittweiten . . . . .	205



# Literaturverzeichnis

- [DIN10216] DIN EN 10216-2: *Nahtlose Stahlrohre für Druckbeanspruchungen – Technische Lieferbedingungen – Teil 2: Rohre aus unlegierten und legierten Stählen mit festgelegten Eigenschaften bei erhöhten Temperaturen.* 2020
- [DIN1311] DIN 1311-1: *Schwingungen und schwingungsfähige Systeme – Teil 1: Grundbegriffe, Einteilung.* 2000
- [DIN1991] DIN EN 1991-4: *Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 4: Einwirkungen auf Silos und Flüssigkeitsbehälter.* 2010
- [ISO80000] DIN EN ISO 80000-2: *Größen und Einheiten – Teil 2: Mathematik.* 2020
- [AKK19] AURICH, J. C. ; KOCH, W. ; KÖLSCH, P. ; HERDER, C.: *Entwicklung datenbasierter Produkt-Service Systeme: Ein Ansatz zur Realisierung verfügbarkeitsorientierter Geschäftsmodelle.* Heidelberg : Springer-Verlag, 2019. – ISBN 978-3-662-59643-2
- [Alp08] ALPAYDIN, E.: *Maschinelles Lernen.* München : Oldenbourg Verlag, 2008. – ISBN 978-3486581140
- [AMR82] ARNOLD, P.C. ; MCLEAN, A.G. ; ROBERTS, A.W.: *Bulk solids: storage, flow and handling.* Bäch, Schweiz : Trans Tech Pubn, 1982. – ISBN 978-0878490431
- [BEK13] BARLA, G. ; EINSTEIN, H. ; KOVARI, K.: Manuscripts Using Numerical Discrete Element Methods. In: *Rock Mechanics and Rock Engineering* 46 (2013), S. 655
- [BH83] BELYTSCHKO, T. ; HUGHES, T. J. R.: *Computational methods for transient analysis.* Amsterdam: North-Holland, 1983
- [BHU15] BOON, C. W. ; HOULSBY, G. T. ; UTILI, S.: Designing Tunnel Support in Jointed Rock Masses Via the DEM. In: *Rock Mechanics and Rock Engineering* 48 (2015), S. 603–632
- [BL73] BONFIG, K. W. ; LISKE, A.: *Fullstand-Meßtechnik.* Bad Wörishofen, DE : Hans Holzmann Verlag KG, 1973
- [BM19] *PROCESS Wie das Radar Schüttgut lernte.* <https://www.process.vogel.de/wie-das-radar-schuettgut-lernte-a-421144/>, . – Zugriff: 08.05.2019
- [Bra11] BRAND, M.: *Grundlagen FEM mit SolidWorks 2010.* Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2011. – ISBN 978-3-8348-1306-0

- [BS90] BÄUMEL, A. ; SEEGER, T.: *Materials data for cyclic loading. Supplement 1*. Amsterdam Ney York : Elsevier, 1990. – ISBN 978-0-444-88603-3
- [CMN66] COLEMAN, B. D. ; MARKOVITZ, H. ; NOLL, W.: *Viscometric Flows of Non-Newtonian Fluids*. Heidelberg: Springer, 1966. – ISBN ISBN 978-3-642-88655-3
- [CS79] CUNDALL, P. A. ; STRACK, O. D. L.: A discrete numerical model for granular assamblies. In: *Geotechnique* 27 (1979), S. 47–65
- [CV95] CORTES, C. ; VAPNIK, V.: Support-Vector Networks. In: *Machine Learning* 20 (1995), S. 273–297
- [Dau92] DAUBECHIES, I.: *Ten lectures on wavelets*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992. –
- [DLV18] DÖBEL, I. ; LEIS, M. ; VOGELANG, M. M. ; NEUSTROEV, D. et. al.: *Maschinelles Lernen - Kompetenzen, Anwendungen und Forschungsbedarf*. München: Fraunhofer-Gesellschaft, 2018. –
- [Eic09] EICHLER, M.: *Breitbandige Beamforming-Algorithmen zur Erfassung von Audiosignalen mit kompakten Mikrofon-Arrays*. Frankfurt am Main, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Doktorarbeit, 2009
- [Ens81] ENSTAD, G.G.: *A novel theory on the arching and doming in mass flow hoppers*. Bergen, Norwegen, Chr. Michelsen Institute, Doktorarbeit, 1981
- [Ert16] ERTEL, W.: *Grundkurs künstliche Intelligenz: eine praxisorientierte Einführung*. Heidelberg: Springer, 2016. – ISBN ISBN 978-3-658-13549-2
- [Fis36] FISHER, R.A.: The use of multiple measurements in taxonomic problems. In: *Annals of Eugenics* 7 (1936), S. 179–188
- [Fue04] FÜLDNER, M.: *Modellierung und Herstellung kapazitiver Mikrofone in BiCMOS-Technologie*. Erlangen, DE, Universität Erlangen-Nürnberg, Doktorarbeit, 2004
- [Geb11] GEBHARDT, C.: *Praxisbuch FEM mit ANSYS Workbench*. München : Carl Hanser, 2011. – ISBN 978-3-446-45740-9
- [GHS17] GROSS, D. ; HAUGER, W. ; SCHRÖDER, J. ; WALL, W. A.: *Technische Mechanik 2*. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag GmbH, 2017. – ISBN 978-3-662-53679-7
- [GKL12] GASCH, R. ; KNOTHE, K. ; LIEBICH, R.: *Strukturdynamik*. Heidelberg : Springer-Verlag, 2012. – ISBN 978-3-540-88976-2
- [GRT12] GOERING, H. ; ROOS, H.-G. ; TOBISKA, L.: *Die Finite-Elemente-Methode für Anfänger*. Weinheim : WILEY-VCH Verlag, 2012. – ISBN 978-3-527-40964-8



- [Haa10] HAAR, A.: *Zur Theorie der orthogonalen Funktionensysteme*. Göttingen, Georg-August-Universität Göttingen, Doktorarbeit, 1910
- [Her81] HERTZ, H.: Über die Berührung fester elastischer Körper. In: *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 92 (1881), S. 156–171
- [HM01] HEIM, M. J. ; MAYR, A.: Auswahlkriterien für Radarsysteme zur Füllstandmessung in der chemischen Industrie. In: *atp Automatisierungstechnische Praxis* 43 (2001), S. 53–58
- [HS15] HERING, E. ; STEINHART, H.: *Taschenbuch der Mechatronik*. München : Carl Hanser, 2015. – ISBN 978-3-446-43857-6
- [Hub97] HUBBARD, B. B.: *Wavelets - Die Mathematik der kleinen Wellen*. Basel: Birkhäuser, 1997. – ISBN 978-3-0348-6095-6
- [Hub98] HUBBARD, B. B.: *The World According to Wavelets: The Story of a Mathematical Technique in the Making*. Wellesley: A K Peters, 1998. – ISBN 978-1-568-810720
- [Jan95] JANSSEN, H. A.: Versuche über Getreidedruck in Silozellen. In: *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure* 39 (1895), S. 1045–1049
- [Jen61] JENIKE, A. W.: Gravity flow of bulk solids. In: *Bull. Utah Engng Exp. Station* 108(1961)
- [Jen64] JENIKE, A. W.: Storage and flow of solids. In: *Bulletin* 123 (1964), S. 198
- [JK12] JAKOB, C. ; KONIETZKY, H.: *Partikelmethode*. Freiberg, DE, Technische Universität Bergakademie Freiberg, Skript, 2012
- [JL13] JUNG, M. ; LANGER, U.: *Methode der finiten Elemente für Ingenieure*. Berlin Heidelberg, DE : Springer Vieweg, 2013. – ISBN 978-3-658-01101-7
- [KH17] KNOTHE, K. ; WESSELS, H.: *Finite Elemente*. Berlin Heidelberg, DE : Springer Vieweg, 2017. – ISBN 978-3-662-49351-9
- [KK12] KHAN, M. E.; FARMEENA, K.: A comparative study of white box, black box and grey box testing techniques. In: *International Journal of Advanced Computer Science and Applications* 3 (2012), S. 12–15
- [Kle07] KLEIN, B.: *Grundlagen und Anwendungen der Finite-Element-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau*. Wiesbaden : Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, 2007. – ISBN 978-3-8348-0296-5
- [Kle15] KLEIN, B.: *FEM*. Berlin Heidelberg, DE : Springer Vieweg, 2015. – ISBN 78-3-658-06054-1
- [Koc18] KOCIJAN, M.: Digitalisierung im Bausektor. In: *ifo Schnelldienst, ifo Institut - Leibniz-Institut für Wirtschaftsforschung an der Universität München* 71 (2018), S. 42–45

- [KSA06] KOLLMANN, F. G. ; SCHÖSSER, T. F. ; ANGERT, R.: *Praktische Maschinenakustik*. Berlin Heidelberg : Springer Vieweg, 2006. – ISBN 978-3-540-20094-9
- [LSW09] LERCH, R. ; SESSLER, G. ; WOLF, D.: *Technische Akustik*. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2009. – ISBN 978-3-540-23430-2
- [Lyn13] LYNNWORTH, L. C.: *Ultrasonic measurements for process control: theory, techniques, applications*. Cambridge, Massachusetts: Academic press, 2013. –
- [Lys99] LYSHEVSKI, S.E.: *Electromechanical Systems, Electric Machines, and Applied Mechatronics*. CRC Press, 1999
- [Moe15] MÖSER, M.: *Technische Akustik*. Berlin Heidelberg : Springer Vieweg, 2015. – ISBN 978-3-662-47704-5
- [MC08] MEYERS, M. ; CHAWLA, K.: *Mechanical behavior of Materials*. Cambridge : Cambridge university press, 2008. – ISBN 978-0-511-45557-5
- [Mer13] MERTINS, A.: *Signaltheorie*. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2013. – ISBN 978-3-8348-9381-9
- [Min49] MINDLIN, R. D.: Compliance of elastic bodies in contact. In: *Journal of Applied Mechanics* 16 (1949), S. 259–268
- [MK10] MÖSER, M. ; KROPP, W.: *Körperschall*. Heidelberg Dordrecht London New York : Springer, 2010. – ISBN 978-3-540-49048-7
- [MMD20] MAVKO, G. ; MUKERJI, T. ; DVORKIN, J.: *The Rock Physics Handbook*. Cambridge : Cambridge University Press, 2020. – ISBN 978-1108420266
- [Mol01] MOLTER, J.: *Untersuchung mechanischer Eigenschaften von Schichtsystemen*. Karlsruhe, DE, Universität Karlsruhe, Doktorarbeit, 2001
- [Mot74] MOTZKUS, U.: *Belastung von Siloböden und Auslauftrichtern durch körnige Schüttgüter*. Braunschweig, Technische Universität Carola-Wilhelmina, Doktorarbeit, 1974
- [Nas15] NASDALA, L.: *FEM-Formelsammlung Statik und Dynamik*. Berlin Heidelberg, DE : Springer Vieweg, 2015. – ISBN ISBN 978-3-658-06630-7
- [New59] NEWMARK, N. M.: A method of computation for structural dynamics. In: *Journal of Engineering Mechanics* 85 1959 S. 67–94
- [Nin95] NING, Z.: *Elasto-plastic impact of fine particles and fragmentation of small agglomerates*. Birmingham, University of Aston, Doktorarbeit, 1995
- [OBR15] OERTEL, H. ; BÖHLE, M. ; REVIOL, T.: *Strömungsmechanik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Berlin Heidelberg, DE : Springer Vieweg, 2015. – ISBN 978-3-658-07786-0

- [Pop15] POPOV, V. L.: *Kontaktmechanik und Reibung - Von der Nanotribologie bis zur Erdbebedynamik*. Berlin, Heidelberg : Springer Vieweg, 2015. – ISBN 978-3-662-45975-1
- [Pro20] *MSR/Automatisierung Der Joker im Silo*. <https://www.process.vogel.de/der-joker-im-silo-a-55399/>, . – Zugriff: 06.06.2020
- [PS98] PALME, F. ; SCHRÜFER, E.: Berechnung der Signalleistung im Zeit und Frequenzbereich. In: *Technisches Messen* 10 (1998), S. 370–377
- [RHA14] RIEG, F. ; HACKENSCHMIDT, R. ; ALBER-LAUKANT, B.: *Finite Elemente Analyse für Ingenieure*. München Wien : Carl Hanser Verlag, 2014. – ISBN ISBN 978-3-446-43469-1
- [Ric10] RICHTER, F.: *Die physikalischen Eigenschaften der Stähle, Das 100-Stähle-Programm*. Mülheim a.d. Ruhr, 2010
- [RV91] RIOUL, O. ; VETTERLI, M.: Wavelets and signal processing. In: *IEEE signal processing magazine* 8 (1991), S. 14–38
- [Rip10] RIPP, M.: *Kraftwirkungen auf Einbauten in Schüttgutsilos unter Beachtung von Temperatureinflüssen*. Kaiserslautern, DE, Technischen Universität Kaiserslautern, Doktorarbeit, 2010
- [Roh20] ROHN, M.: Füllstandmessung mit Ultraschall: Ein moderner Klassiker. In: *gwf Wasser-Abwasser* 05 (2020), S. 552–555
- [Ros58] ROSENBLATT, F.: The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain. In: *Psychological Review* 65 (1958), S. 386–408
- [Rud03] RUDOLPH, J.: *Zur rechnerischen Bauteil-Ermüdungsfestigkeit unter dem besonderen Aspekt der Schweißnahtnachbearbeitung*. Dortmund, Universität Dortmund, Habilitationsschrift, 2003
- [SB07] STEFFEN, H. ; BAUSCH, H.: *Elektrotechnik - Grundlagen*. Wiesbaden : B. G. Teubner Verlag, 2007. – ISBN 978-3-8351-0014-5
- [Sch88] SCHANZ, G. W.: *Sensoren – Fühler der Meßtechnik*. Heidelberg : Dr. Alfred Hüthig Verlag, 1988
- [Sch91] SCHULZE, D.: *Untersuchungen zur gegenseitigen Beeinflussung von Silo und Austragorgan*. Braunschweig, Technische Universität Braunschweig, Doktorarbeit, 1991
- [Sch06] SCHÄFER, M.: *Computational Engineering – Introduction to Numerical Methods*. Berlin Heidelberg : Springer Vieweg, 2006. – ISBN 978-3-540-30685-6
- [Sch13] SCHIMPF, P. H.: A Detailed Explanation of Solenoid Force. In: *International Journal on Recent Trends in Engineering and Technology* 8 (2013), S. 7–14

- [Schn13] SCHNEIDER, R.: Geringe Produktivitätszuwächse in Deutschland. In: *Economic Research, Working Paper, Allianz* 166 (2013)
- [Sch14] SCHULZE, Dietmar: *Pulver und Schüttgüter*. Berlin Heidelberg, DE : Springer Vieweg, 2014. – ISBN 978–3–642–53885–8
- [Sch17] SCHLABACH, C.: Key Performance Indicators zur Steuerung des Tagesgeschäfts in der Baubranche. In: *Lean Construction – Das Managementhandbuch* (2017), S. 363-375
- [Sha49] SHANNON, C. E.: Communication in the presence of noise. In: *Proceedings of the IRE* 37(1) (1949), S. 10–21
- [Sta06] STARK, R.: *Festigkeitslehre*. Berlin Heidelberg : Springer Vieweg, 2006. – ISBN 978–3–211–29699–8
- [Ste15] STEINKE, P.: *Finite-Elemente-Methode*. Berlin Heidelberg : Springer Vieweg, 2015. – ISBN 978–3–642–53937–4
- [Str95] STROHRMANN, G.: *Meßtechnik im Chemiebetrieb*. München Wien : R. Oldenburg Verlag, 1995. – ISBN 3–486–22999–0
- [Str04] STROHRMANN, G.: *Meßtechnik im Chemiebetrieb*. München : Vulkan-Verlag GmbH, 2004. – ISBN 978–3835670495
- [SV99] SUYKENS, J. A- K. ; VANDEWALLE, J.: Least squares support vector machine classifiers. In: *Neural processing letters* 9 (1999), S. 293–300
- [Tot77] TÓTH, L. F.: Dichteste Kugelpackung. Eine Idee von Gauß. In: *Abhandlungen der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft* 27 (1977), S. 311–321
- [Tam05] TAMM, S.: *Hochaufgelöste Zeit-Frequenz-Analysen ereigniskorrelierter EEG-Oszillationen mittels S-Transformation*. Berlin, DE, Freie Universität Berlin, Doktorarbeit, 2005
- [Van16] VANDERPLAS, J.: *Python data science handbook: Essential tools for working with data*. Heidelberg : O'Reilly Media, Inc., 2016. – ISBN 978–1–491–91205–8
- [VC79] VAPNIK, V. ; CHERVONENKIS, A.: *Theory of pattern recognition*. 1979
- [VEG80] VEGA: *Geführtes Radar: VEGAFLEX Serie 80*
- [VEG69] VEGA: *Der Radarsensor für Schüttgüter VEGAPULS 69*
- [Ver67] VERLET, L.: Computer Experiments on Classical Fluids. I. Thermodynamical Properties of Lennard-Jones Molecules. In: *Physical Review* 159 (1967), S. 98–103
- [Wal66] WALKER, D. M.: An approximate theory for pressures and arching in hoppers. In: *Chemical Engineering Science* 21(11) (1966), S. 975–997
- [Wal67] WALKER, D. M.: A basis for bunker design. In: *Powder Technology* 1(4) (1967), S. 228–236

- 
- [Wer08] WERKLE, H.: *Finite Elemente in der Baustatik*. Wiesbaden : Friedr.Vieweg & Sohn Verlag, 2008. – ISBN 978-3-528-28882-2
- [WLL16] WEINHART, T. ; LABRA, C. ; LUDING, S. ; OOI, J. Y.: Influence of coarse-graining parameters on the analysis of DEM simulations of silo flow. In: *Powder Technology* 293 (2016), S. 138–148

# Betreute Studien- und Abschlussarbeiten

1. Physikalische Modellierung des Mehrkörpersystems „Aufnahmeband“ einer Landmaschine mit zugehöriger Sensorik und Aktuatorik, *Studienarbeit*, Georgis Bulun
2. Aufbau und Inbetriebnahme einer akustischen Messeinrichtung zur Beurteilung des akustischen Abstrahlverhaltens verschiedener Varianten von Ventilhauben aus Verbundwerkstoffen, *Projektarbeit*, Shruti Patil
3. Erweiterung und Hardwareanbindung einer virtuellen Landmaschine am Beispiel eines Kartoffelroders, *Studienarbeit*, Georgis Bulun
4. Erweiterung eines Sensorsichtfeld-Messaufbaus zu einem vollständig automatisierten Prüfstand zur Analyse, Interpretation und Vergleich der aufgenommenen Messsignale mit Simulationsresultaten für die Validierung von Sensormodellen bei der virtuellen Absicherung von hochautonomen Fahrerassistenzfunktionen, *Diplomarbeit*, Georgis Bulun
5. Inline-geeignetes Messverfahren zur akustischen Leckagedetektion an Stellgeräten, *Diplomarbeit*, Leonore Sophie Keil
6. Simulation inhomogener Spannungszustände in Schüttgutsilos durch Fließvorgänge und deren Auswirkungen auf das akustische Verhalten der Siloaußenwand, *Masterarbeit*, Tobias Wille
7. Umsetzung und Validierung von Betriebs- und Lebensdauer-Überwachungskonzepten von Hydrauliksystemen unter der Verwendung von Beschleunigungssensoren, *Studienarbeit*, Hassan Razak
8. Kombiniertes simulations- und messdatenbasierter Transfer-Learning-Ansatz zur Abschätzung des Füllstands von Schüttgutsilos, *Masterarbeit*, Vitali Rjasanzew
9. Umsetzung und Validierung verschiedener Ansätze des Maschinellen Lernens zur Interpretation von Audiodaten, *Bachelorarbeit*, Jens Wagener
10. Machbarkeitsstudie für ein akustisches Überwachungskonzept zur Füllstandsabschätzung in Schüttgutsilos, *Masterarbeit*, Hüseyin Cavuldak
11. Analytische und Numerische Schwingungsanalyse mobiler Schüttgutsilos bei unterschiedlichen Abstraktionsstufen, *Studienarbeit*, Kirill Skurtul
12. Simulation inhomogener Spannungszustände in Schüttgutsilos durch Fließvorgänge und deren Auswirkungen auf das akustische Verhalten der Siloaußenwand, *Projektarbeit*, Maximilian von Münchhausen

13. Umsetzung eines allgemeingültigen Verifikationsansatzes für den einsatz unterschiedlicher Methoden des Maschinellen Lernens unter Berücksichtigung von Datenqualität und Modellcharakteristik, *Diplomarbeit*, Alexander Klein
14. Konzept einer Filter-Messerfalanlage mit integrierter Prozessüberwachung, *Diplomarbeit*, Kirill Skurtul
15. Sensitivitätsanalyse auf Basis von Algorithmen des Maschinellen Lernens zur Umsetzung eines neuartigen Sensorkonzeptes zur Füllstandüberwachung von mobilen Schüttgutsilos, *Masterarbeit*, Zissis Tsakirid
16. Entwicklung eines echtzeitfähigen digitalen Zwillings einer Landmaschine zur Umsetzung der prädiktiven Wartung, *Bachelorarbeit*, Tarik König
17. Analyse mathematischer Modelle zur künstlichen Erzeugung profilgeschliffener, wälzgeschliffener und gehonter Oberflächenprofile, *Projektarbeit*, Jan Willems
18. Modellbasierte Ansätze zur geometrischen Charakterisierung von Ausbrüchen an Schneidkanten, *Bachelorarbeit*, Lukas Maiß
19. Technische Umsetzung eines nichtinvasiven, KI-basierten Sensorkonzeptes zur Füllstandüberwachung, *Bachelorarbeit*, Jonas Flöck
20. Herausforderungen bei der Bewertung additiv gefertigter Oberflächen, *Bachelorarbeit*, Tobias Balz
21. Konstruktion und Aufbau eines Siloprüfstandes zu Untersuchung der füllstandsabhängigen Impulsantwort, *Bachelorarbeit*, Angelos Golias

# Veröffentlichungen

## Konferenzbeiträge

1. Ströer, F., Faißt, K. G., Eickhoff, T., Apostolov, H., **Sivasothy, P.**, Seewig, J., & Eigner, M. (2017). Big Data in verfügbarkeitsorientierten Produkt-Service-Systemen am Beispiel einer Landmaschine. Tag des Systems Engineering, S. 285-294. DOI: 10.3139/9783446455467.035.
2. Anslinger, L., **Sivasothy, P.**, Torner, F., & Seewig, J. (2018, März). Mobile sensor concept for acoustic level estimation in bulk solids silos. In 2018 IEEE Sensors Applications Symposium (SAS) (S. 1-6). IEEE. ISBN: 978-1-5386-2092-2.
3. Ströer, F., **Sivasothy, P.**, Faißt, K. G., Apostolov, H., Eickhoff, T., Bechev, D., ... & Sauer, B. (2018). Combined development and test of product-service systems in early product development stages for customized, availability-oriented business models in the capital goods industry. Procedia CIRP, 72, S. 714-719. DOI: 10.1016/j.procir.2018.03.246.
4. **Sivasothy, P.**, Kessel, A. & Seewig, J. (2018, Oktober). Technical Realisation of Availability-Oriented Business Models for Potato Harvesters by Using aMR Sensors. In 2018 IEEE SENSORS (S. 1-4). IEEE. DOI: 10.1109/ICSENS.2018.8630306. ISBN: 978-1-5386-4707-3.
5. **Sivasothy, P.**, Wagener, J., Seewig, J., Corbin, G., & Andres, M. (2018, November). Proof of concept: Machine learning based filling level estimation for bulk solid silos. In Proceedings of Meetings on Acoustics 176ASA (Vol. 35, No. 1, S. 055002). Acoustical Society of America. DOI: 10.1121/2.0000945.
6. **Sivasothy, P.**, Kessel, A., Seewig, J., Bechev, D., & Sauer, B. (2019, März). Robust Predictive Maintenance Approach for the Conveyor Belt in Potato Harvesters Monitored by AMR Sensors. In 15th International Symposium „Magnetoresistive Sensors and Magnetic Systems“.
7. **Sivasothy, P.**, Cavuldak, H., Rjasanzew, V. & Seewig, J. (2019, Juni). Entwicklung eines akustischen Füllstandsensors für mobile Schüttgutsilos. In 20. GMA/ITG-Fachtagung Sensoren und Messsysteme 2019 (S. 671-678). DOI: 10.5162/sensoren2019/P2.3. ISBN: 978-3-9819376-0-2.
8. **Sivasothy, P.**, Bulun, G. & Imwalle, J. (2019, November). Implementation of a dynamic product development method for agricultural engineering based on virtual prototypes. In 77th International Conference on Agricultural Engineering.



9. **Sivasothy, P.**, Bechev, D., Seewig, J. & Sauer, B. (2021, März) Development of intelligent components for industry 4.0 applications. 6th International Commercial Vehicle Technology Symposium Kaiserslautern. Angenommen, in Druck.
10. Slatter, R., **Sivasothy, P.** & Seewig, J. (2021, März) Condition Monitoring for Agricultural Vehicles using Magnetoresistive Sensors. 6th International Commercial Vehicle Technology Symposium Kaiserslautern. Angenommen, in Druck.

### Buchbeiträge

1. Kölsch, P., Herder, C. F., **Sivasothy, P.**, Keksel, A., Bechev, D., Graf, S. et al. (2019) Innovative Serviceprodukte für individualisierte, verfügbarkeitsorientierte Geschäftsmodelle. In *Digitale Dienstleistungsinnovationen* (S. 329-361). Springer. DOI: 10.1007/978-3-662-59517-6. ISBN: 978-3-662-59517-6.
2. **Sivasothy, P.**, Bechev, D., Brehm, H., Bulun, G., Glenske, C., Imwalle, J. et al. (2019) Entwicklung intelligenter, kommunikationsfähiger Komponenten. In *Entwicklung datenbasierter Produkt-Service Systeme* (S. 31-44). Springer. DOI: 10.1007/978-3-662-59643-2. ISBN: Online ISBN 978-3-662-59643-2.
3. **Sivasothy, P.**, Aurich, J. C., Bechev, D., Brehm, H., Bulun, G., Glenske, C. et al. (2019) Anwendungsfall GRIMME . In *Entwicklung datenbasierter Produkt-Service Systeme* (S. 109-168). Springer. DOI: 10.1007/978-3-662-59643-2. ISBN: Online ISBN 978-3-662-59643-2.
4. Olivotti, D., Apostolov, H., Bechev, D., Brehm, H., Bulun, G., Donges , C. et al. (2019) Anwendungsfall BHN/Lenze/Schaeffler. In *Entwicklung datenbasierter Produkt-Service Systeme* (S. 185-230). Springer. DOI: 10.1007/978-3-662-59643-2. ISBN: Online ISBN 978-3-662-59643-2.
5. Eickhoff, T., **Sivasothy, P.**, Kölsch, P., Aurich, J. C., Seewig, J., Göbel, J. (2020) 1 Realisierung verfügbarkeitsorientierter Geschäftsmodelle in der Investitionsgüterindustrie. In: *Digitale Dienstleistungsinnovationen – Transformationspfade und betriebliche Anwendungen* (S. 329-361). Springer. Angenommen, in Druck.

### Patente

1. Europa-Patentanmeldung 17195994.3 - 1001. Füllstandsmessgerät und Verfahren für die Bestimmung des Füllstands eines Behälters. Februar 2019.

# Curriculum Vitæ

---

„Der schädlichste Ausdruck in der Sprache ist: Das haben wir bisher immer so gemacht.“ – Grace Hopper

---

## Persönliche Daten

Name Paaranan Sivasothy



---

## Ausbildung

- 10/2012 – 04/2017 **Studium Maschinenbau und Verfahrenstechnikauptstudium,**  
*Technische Universität Kaiserslautern, Allgemeiner Maschinenbau, Diplom (1,3).*  
1. Vertiefungsrichtung: Mechatronik; 2. Vertiefungsrichtung: Fahrzeugtechnik
- 10/2011 – 09/2012 **Studium Mathematik mit Nebenfach Maschinenbau,**  
*Technische Universität Kaiserslautern.*
- 08/2008 – 06/2011 **Allgemeine Hochschulreife,**  
*Wirtschaftswissenschaftliches Gymnasium, Saarbrücken, Abitur (2,2).*

---

## Berufserfahrung

- 06/2017 – heute **Wissenschaftlicher Mitarbeiter,**  
*Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik, Technische Universität Kaiserslautern.*
- 12/2016 – 05/2017 **Diplomarbeit,**  
*Abteilung Advanced Engineering, John Deere & Co. KG.*  
Vorentwicklung, Bereich Mess- und Regelungstechnik
- 04/2016 – 11/2016 **Praktikant,**  
*Abteilung Automation Strategies, John Deere & Co. KG.*  
Vorentwicklung, Bereich Mess- und Regelungstechnik
- 04/2015 – 03/2016 **Hilfswissenschaftlicher Mitarbeiter,**  
*Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik, Technische Universität Kaiserslautern.*  
Versuchsaufbau und -durchführung im Bereich Active-Noise-Cancelling
- 06/2014 – heute **Geschäftsführer und Kursleiter,**  
*P. A. Academy, Nachhilfeeinstitut für Studenten des Ingenieurwesens.*  
Höhere Mathematik 1-3, Technische Mechanik 1-3, Maschinenelemente 1-2,  
Mess- und Regelungstechnik, Thermodynamik 1-2, Strömungsmechanik

- 04/2014 – 09/2015 **Hilfswissenschaftlicher Mitarbeiter,**  
*Lehrstuhl für Maschinenelemente und Getriebetechnik, Technische Universität  
Kaiserslautern.*  
Simulation von Schneckengetrieben, Tutor für Maschinenelemente 1/2
- 10/2013 – 02/2015 **Aushilfskraft im Metallbau,**  
*Art Edelstahl GmbH, Sulzbach.*
- 08/2013 – 09/2013 **Praktikum als Metallbauer,**  
*Art Edelstahl GmbH, Sulzbach.*
- 03/2012 – 09/2013 **Praktikum als KFZ-Mechatroniker,**  
*KS-Autowerkstatt, Blieskastel.*

---

## Sprachen

Deutsch	Muttersprache
Tamil	Muttersprache
Englisch	sehr gut, C1 ( <i>Europäische Kompetenzstufe</i> )
Französisch	gut, B1 ( <i>Europäische Kompetenzstufe</i> )

---

## Auszeichnungen

- 06/2014 Platz 4, Internationales Field Robot Event
- 07/2013 Platz 2, Integrated Design Engineering Education Project
- 05/2011 Platz 2, Südwestdeutsche Meisterschaft im Boxen
- 04/2011 Platz 1, Saarlandmeisterschaft im Boxen

---

## Bisheriges Ehrenamt

Nachhilfe für sozial benachteiligte Kinder in Kaiserslautern  
Waisenpatenschaft für Fördermaßnahmen in Sri Lanka  
Mitglied im Sportverein der Justizvollzugsanstalt Ottweiler  
Praktikum im Caritas Klinikum St. Josef in Dudweiler  
Sanitätsdienst in der ERS Quierschied

---

## Interessen

- |       |                                     |
|-------|-------------------------------------|
| Sport | Kurzstreckenlauf, Kraftsport, Boxen |
| Lesen | Romane, historische Sachbücher      |



## Berichte aus dem Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik

---

### bereits veröffentlicht wurden

- 1 Wendel, M.: Qualifizierung eines Streulichtensors und Untersuchung erster Ansätze zur dreidimensionalen Streulichterfassung  
2015, ISBN 978-3-95974-006-7 € 39,-
- 2 Schäfer, P.: Modellbasierte Entwicklung pneumatischer Abstandssensoren für prozessintegrierte Messungen  
2015, ISBN 978-3-95974-009-8 € 39,-
- 3 Eifler, M.: Modellbasierte Entwicklung von Kalibriernormalen zur geometrischen Produktspezifikation  
2016, ISBN 978-3-95974-027-2 € 39,-
- 4 Arnecke, P.: A measurement method for characterising micro lead on ground shaft surfaces  
2017, ISBN 978-3-95974-047-0 € 39,-
- 5 Kusnezowa, T.: Möglichkeiten und Herausforderungen bei der taktilen 2D Rauheitsmessung auf Konturen  
2017, ISBN 978-3-95974-050-0 € 39,-
- 6 Torner, F. M.: Entwicklung virtueller, optischer Sensoren zur Charakterisierung geometrischer Oberflächen  
2018, ISBN 978-3-95974-085-2 € 39,-
- 7 Alapurath George, B.: Web-Based Reference Software For Characterisation Of Surface Roughness  
2018, ISBN 978-3-95974-095-1 € 39,-
- 8 Wiehr, C.: Anwenderunterstützung bei der Nutzung und Überprüfung von optischen 3D-Oberflächenmessgeräten  
2019, ISBN 978-3-95974-110-1 € 39,-
- 9 Eifler, M.: Tendenzen und Herausforderungen in der geometrischen Produktspezifikation am Beispiel der Rauheitsmesstechnik  
2019, ISBN 978-3-95974-117-0 € 39,-
- 10 Ströer, F.: Modellbasierte Entwicklung der Betriebselektronik für eine Rasterkraftsonde im Frequenzmodulationsverfahren zum Messen technischer Oberflächen  
2020, ISBN 978-3-95974-129-3 € 39,-
- 11 Mansel, H.: Pneumatische Inline-Messung formgehoher Zylinderlaufflächen  
2020, ISBN 978-3-95974-141-5 € 39,-

## Berichte aus dem Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik

---

### bereits veröffentlicht wurden

- 12 Sivasothy, P.: Potentialanalyse eines nichtinvasiven Sensorkonzepts zur Füllstandüberwachung bei mobilen Schüttgutsilos  
2021, ISBN 978-3-95974-160-6

€ 39,-

ISBN: 978-3-95974-160-6

ISSN: 2365-9742

## **Kurzfassung**

Gängige Füllstandmesssysteme für mobile Schüttgutsilos werden i. d. R. invasiv an der Innenseite des Behälters angebracht. Hierdurch sind die Sensoren abrasiven Mechanismen und einem entsprechend hohen Verschleiß ausgesetzt. Dies führt zu einer geringen Wirtschaftlichkeit der bisherigen Füllstandüberwachung von mobilen Schüttgutsilos. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Umsetzbarkeit eines alternativen, nichtinvasiven Sensorkonzeptes untersucht, welches auf der Auswertung der füllstandabhängigen Impulsantwort des Silos basiert.

Hierzu werden anhand einer analytischen Modellierung des Messsystems die potentiellen Einflussgrößen des Sensorkonzeptes identifiziert. Anschließend werden die potentiellen Einflussgrößen im Rahmen numerischer Untersuchungen (FEM/DEM) näher analysiert und bewertet. Die ermittelten, scheinbar kritischen Einflussgrößen werden weiterhin experimentell untersucht. Es werden zwölf Füllstandkennwerte definiert, anhand derer eine Support Vector Machine trainiert und anschließend zur robusten Ermittlung des Füllstandes verwendet wird.

## **Abstract**

Common level measurement systems for mobile bulk material silos are usually invasively attached to the inside of the vessel. As a result, the sensors are exposed to abrasive mechanisms and correspondingly high wear. This leads to a low economic viability of the present level monitoring of mobile bulk solids silos. Within the scope of this thesis, the feasibility of an alternative, non-invasive sensor concept is investigated, which is based on the processing of the level-dependent impulse response of the silo.

For this purpose the potential influencing variables of the sensor concept are identified by means of a mathematical modelling of the measuring system. Subsequently, the potential influencing variables are examined and evaluated in detail within the scope of numerical investigations (FEM/DEM). The determined, apparently critical influencing variables are further examined experimentally. Twelve filling level parameters are defined, on the basis of which a Support Vector Machine can be trained and then used for the robust determination of the filling level.